

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ریاضیات عمومی

جلد اول

تألیف: آمنہ قاسم نژاد

انتشارات جیسا

پیش‌گفتار

سپاس خداوندی را که سخنوران از ستودن او عاجزند و حساب‌گران از شمارش نعمت‌های او ناتوان و تلاش‌گران از ادای حق او درمانده‌اند. خدایی که افکار ژرف‌اندیش، ذات او را درک نمی‌کنند و دست غواصان علوم به او نخواهد رسید. (نهج البلاغه، خطبه ۱)

همچون انبوه متقاضیان ورود به مراکز آموزش عالی به‌ویژه در رشته‌هایی که در آن آزمون ریاضی نیز مطرح می‌شود، این نیاز جامعه دانش پژوه را به وجود مرجعی جهت تقویت پایه‌های ریاضیات نشان می‌دهد. به این سبب، این شایسته گامی در جهت پاسخ‌گویی به این نیاز با توجه به برنامه‌ها و سرفصل‌های مصوب وزارت علوم و تحقیقات برای این کتابی تحت عنوان "ریاضیات عمومی" در مقطع کارشناسی شویم. با گردآوری این کتاب بر این بهر خواهد بود که مطالعه دقیق آن دانشجویان را با طیف کاملی از سؤالات قابل طرح در موضوعات "انتهال و کاربرد آن" (شماره مساحت، حجم حادث از سطح دوار، طول قوس منحنی، گشتاور مرکز ثقل)، "توابع چند متغیره و کاربرد آن"، "انتهال دوگانه و سه گانه و کاربرد آن" (روش نوشتن حدود انتهال‌های دوگانه، تغییر ترتیب انتهال، تغییر ترتیب انتهال گیری بدون نیاز به ترسیم ناحیه انتهال)، "ماتریس‌ها و دستگاه معادلات خطی" آشنا کند. به ترتیب در مواجهه با پرسش‌های امتحانی، چه در آزمون‌های پایان ترم و چه در آزمون‌های ورودی تحصیلات تکمیلی با داشتن مرجعی کامل و جامع قادر به تجزیه تحلیل و پاسخ‌گویی به آن‌ها باشد.

همچنین، در پایان هر فصل گزیده‌ای از تست‌های برگزیده کارشناسی و رشته‌های مختلف فنی مهندسی از سال ۸۲ تا ۹۲ به‌منظور آشنایی و محک بیشتر آموخته‌ها، درج شده است. در صورت بروز مشکل، با مراجعه مجدد به مثال‌های حل شده و مطالب بخش مربوطه، آن‌را رفع کنند.

در پایان، خداوند بزرگ را به‌خاطر توفیق تألیف این اثر شاکرم؛ همچنین از همراهی و همدلی خانوادگی عزیزم سپاسگزارم و از درگاه خداوند متعال برایشان آرزوی سلامتی و توفیق روزافزون دارم.

بدیهی است به رقب کوشش و وسواس صورت گرفته جهت ارائه این اثر با کمترین خطا، کتاب حاضر خالی از نقص نمی‌باشد، این است که از اساتید و دانشجویان گرامی تقاضا دارم با تذکر اشتباهات احتمالی و نیز معرفی روش‌های بهتر در حل مسایل، ما را در ارائه کار بهتر یاری دهند.

ریاضیات عالی‌ترین دستاورد فکری و اصیل‌ترین ابداع ذهن آدمی است. موسیقی می‌تواند روح را برانگیزد و با آرام کند؛ نقاشی می‌تواند چشم‌نواز باشد؛ شعر می‌تواند عاطفه‌ها را تحریک کند، فلسفه می‌تواند ذهن را قانع و راضی کند؛ مهندسی می‌تواند زندگی مادی آدمی را بهبود بخشد؛ اما ریاضیات همه این ارزش‌ها را عرضه می‌کند. (موریس کلاین)

آمنه قاسم نژاد

تیر ۱۳۹۳

www.ketab.ir

فهرست مطالب

فصل اول: انتگرال و کاربرد آن

۱	مقدمه
۲	انتگرال نامعین
۲	خواص انتگرال نامعین
۲	شیوهای انتگرال گیری
۵	شیوهای انتگرال گیری
۵	۱- روش متغیر
۹	۲- روش جزء به جزء
۱۱	۳- روش تجزیه کسرها
۱۷	انتگرال گیری از توابع مثلثاتی
۲۹	انتگرال گیری از توابع گویای راسی
۳۱	انتگرال گیری با جانشین کردن توابع مثلثاتی
۳۷	انتگرال گیری به روش سری تیلر
۴۱	انتگرال معین
۴۱	خواص انتگرال معین
۴۳	انتگرال معین شامل توابع قدر مطلق و جزء صحیح
۴۴	تمرین
۴۴	استفاده از تبدیلات لاپلاس در محاسبه برخی انتگرال های معین
۴۵	کاربرد انتگرال معین
۴۵	۴- مساحت در مختصات دکارتی
۴۷	۵- مساحت در مختصات پارامتری
۴۸	۶- مساحت در مختصات قطبی
۴۹	۷- حجم حادث از سطح دوار
۵۱	۸- طول قوس در مختصات دکارتی
۵۳	۹- طول قوس در مختصات پارامتری

۵۴	۱۰- طول قوس در مختصات قطبی
۵۵	۱۱- مختصات مرکز ثقل
۵۵	الف- مرکز ثقل یک منحنی مادی واقع بر صفحه
۵۶	ب- مرکز ثقل یک سطح مادی واقع بر صفحه
۵۹	تمرین‌های فصل
۶۱	مجموعه تست‌های فصل

فصل دوم: توابع چند متغیره و کاربرد آن

۶۵	مقدمه
۶۵	توابع چند متغیره
۶۷	حد پیوسته توابع چند متغیره
۷۱	مشتق جزئی
۷۳	بردار گرادیان و خاصیت آن
۷۵	مشتقات جهتی توابع چند متغیره
۷۷	مشتق‌های جزئی مراتب بالا
۷۸	دیفرانسیل کل و مشتق‌گیری ضمنی
۸۱	قاعده زنجیری برای توابع چند متغیره
۸۲	مشتق‌های جزئی توابع ضمنی
۸۳	ماکسیمم و می‌نیمم توابع دو متغیره
۸۹	ماکسیمم و می‌نیمم توابع چندمتغیره با محدودیت
۹۰	۱- روش جایگزینی
۹۱	۲- روش لاگرانژ
۹۵	تمرین‌های فصل
۹۸	مجموعه تست‌های فصل

فصل سوم: انتگرال چندگانه و کاربرد آن

۱۰۷	مقدمه
۱۰۸	انتگرال دوگانه
۱۱۰	محاسبه انتگرال دوگانه

۱۱۱	خواص انتگرال دوگانه
۱۱۳	میدان منظم در صفحه xy
۱۱۳	روش نوشتن حدود انتگرال ها وقتی میدان انتگرال گیری مشخص باشد
۱۱۶	تغییر ترتیب انتگرال گیری
۱۱۸	استفاده از خاصیت جمع پذیری دامنه
۱۲۱	برخی کاربردهای انتگرال دوگانه
۱۲۱	۱- محاسبه مساحت یک ناحیه
۱۲۱	۲- محاسبه مرکز سطح یک ناحیه
۱۲۱	۳- محاسبه میانگین یک ناحیه نسبت به محورهای مختصات
۱۲۱	۴- مقدار متوسط یک تابع دو متغیره در یک ناحیه
۱۲۲	۵- حجم مورد تشکیل بین دو رویه
۱۲۵	تغییر متغیر در انتگرال های دوگانه
۱۲۸	انتگرال دوگانه در مختصات قطبی
۱۲۹	روش نوشتن حدود انتگرال گیری در مختصات قطبی
۱۳۱	انتگرال دوگانه در مختصات بیضوی
۱۳۸	انتگرال های دوگانه در فرم ناسره
۱۳۸	انتگرال سه گانه
۱۴۵	برخی کاربردهای انتگرال سه گانه
۱۴۷	انتگرال سه گانه در مختصات استوانه ای
۱۴۹	انتگرال سه گانه روی بیضی گون
۱۵۰	انتگرال گیری در دستگاه کروی
	تمرین های فصل
۱۵۴	مجموعه تست های فصل

فصل چهارم: ماتریس و دستگاه خطی

۱۶۳	مقدمه
۱۶۴	تعاریف و نکات اولیه (انواع ماتریس)
۱۶۵	اعمال حسابی ماتریس ها و خواص آن ها

۱۶۸	دترمینان ماتریس و خواص آن
۱۷۰	دستور ساروس برای حل ماتریس 3×3
۱۷۱	وارون ماتریس و خواص آن
۱۷۲	دستگاه معادلات خطی و حل آن
۱۷۵	دستگاه معادلات همگن و غیرهمگن
۱۷۵	رتبه یک ماتریس خواص آن
۱۷۸	مادله مشخصه، مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس
۱۸۰	نرمین‌های فصل
۱۸۲	مجموعه تست‌های فصل
۱۸۸	دستور مشق‌های فصل
۱۸۹	منابع