

آزمون کارشناسی ارشد

ریاضیات مهندسی

قابل استفاده کلیه دانشجویان فنی و مهندسی

تألیف

مهندس رضا کریمی شاهنده

ویراستار علمی

دکتر فرامرز طلعتی

(عضو هیئت علمی دانشگاه تبریز)

به سرپرستی

مهندس حسن میراب

انتشارات آشینا

کرمی شاهنده، رضا ۱۳۵۶

آمادگی برای آزمون کارشناسی ارشد ریاضیات مهندسی (آزمون ارشد) / تألیف رضا
کرمی شاهنده؛ زیر نظر دکتر فرامرز طلعتی؛ با همکاری حسن میراب - تبریز: آشینا، ۱۳۸۴.
۴۸۰ ص.، مصور، جدول، نمودار

ISBN 964-8588-06-6 ریال ۳۸۰۰۰

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیبا

۱. دانشگاهها و مدارس عالی - ایران - آزمونها. ۲. ریاضیات مهندسی - آزمونها و
تمرینها (عالی). ۳. آزمون دوره های تحصیلات تکمیلی. الف. میراب، حسن. ۱۳۵۲ - ب.
عنوان: کنکور کارشناسی ارشد ریاضیات مهندسی. ج. عنوان.

۳۷۸ / ۱۶۶۴

LB ۲۳۵۳/ق ۳۵۴

۲۷۶۶۷ - ۸۳ م

کتابخانه ملی ایران

شابک ۷-۴-۹۵۶۰۹-۹۶۴

انتشارات آشینا

نام کتاب	: آزمون کارشناسی ارشد ریاضیات مهندسی
مؤلف	: مهندس رضا کرمی شاهنده
ویراستار علمی	: دکتر فرامرز طلعتی
به سرپرستی	: مهندس حسن میراب
ناشر	: انتشارات آشینا
نوبت چاپ	: اول - تابستان ۱۳۸۴
تعداد صفحه و قطع	: ۴۸۰ صفحه - وزیری
تیراژ	: ۲۰۰۰ نسخه
حروفچینی	: موسسه آشینا (مهندس ساناز خبرت)
لینوگرافی	: نگین فیلم
چاپ و صحافی	: لک لری
قیمت	: ۳۸۰۰ تومان
حق چاپ برای ناشر محفوظ است.	

مراکز پخش: انتشارات آشینا

۵۵۳۶۱۹۶: ■

تبریز - خیابان امام - بازار بزرگ تربیت حقیقه پائین - پلاک ۷

۵۵۳۶۱۰۳: ■

تبریز - خیابان جمهوری اسلامی - بن بست علیخان - پلاک ۲۰

سخن ناشر

پیشرفت روز افزون علم و دانش پیمودن مدارج بالای تحصیلی را اجتناب ناپذیر کرده و این امر باعث رقابت شدید دانشجویان دوره کارشناسی برای راهیابی به مقاطع بالاتر شده است. عدم وجود منابع کافی و جامع که دانشجویان را در این امر مهم یاری نماید باعث گردید تا این موسسه با بهره گیری از منتخب ترین دانشجویان و اعضای محترم هیئت علمی دانشگاههای تبریز اقدام به چاپ و نشر کتابهای آمادگی برای کنکور کارشناسی ارشد (آزمون ارشد) برای رشته مهندسی برق نماید. این سری که در نه جلد تقدیم دانشجویان مهندسی برق خواهد شد شامل دروس:

- (۱) مدارهای الکتریکی (۲) ماشینهای الکتریکی (۳) الکترونیک (۴) سیستمهای کنترل خطی
- (۵) الکترو مغناطیس (۶) تجزیه و تحلیل سیستمها (۷) بررسی سیستمهای قدرت
- (۸) ریاضیات مهندسی (۹) معادلات دیفرانسیل

می باشد. سری آزمون ارشد سعی دارد تا با تشریح کامل سرفصلهای هر درس به طور کامل و بیان نکات کلیدی و کنکوری و ارائه دهها مثال و نیز صدها تست طبقه بندی شده با حل کاملاً تشریحی، نیاز دانشجویان مربوطه را مرتفع سازد. بعضی از دروس این سری به علت اشتراک می تواند مورد استفاده دانشجویان رشته های مهندسی هسته ای و مکانیک نیز قرار گیرد. سری دوم از این مجموعه مربوط به آزمون ارشد مهندسی مکانیک می باشد که در آینده نزدیک تقدیم دانشجویان فوق خواهد گردید.

در تهیه این مجموعه از تمامی منابع اصلی هر درس و نیز از جزوات اساتید منتخب دانشگاههای کشور استفاده شده بطوریکه ماحصل آنها در هر جلد نگاشته شده است. امید داریم با ارائه این سری قدمی هر چند کوچک در ارتقاء سطح علمی دانشجویان مهندسی برق برداشته باشیم.

در پایان از تمامی کسانی که ما را در تهیه این مجموعه یاری نموده اند بخصوص اعضای محترم هیئت علمی دانشگاههای تبریز که مسئولیت نظارت و تدوین این سری را بر عهده داشته اند و نیز از دانشجویان منتخب و ممتاز دانشگاههای تبریز که مسئولیت تألیف و نگارش این سری را عهده دار بودند. کمال تشکر و قدردانی را داریم.

مقدمه مولف

سپاس یکنای بی همتا را که عشق را همراه با روح آدمی در کالبدش دمید، عشقی که اگر با هر کاری توام شود نتیجه آن را از کیفیت ناب نیز فراتر می رود.

ریاضیات مهندسی یکی از دروس اصلی اکثر رشته های فنی و مهندسی است که کاربردهای بسیار و گوناگون در سایر دروس این رشته ها دارد. بدون شک یادگیری عمیق این درس نیازمند مطالعه مفهومی زیادی است که این امر با استفاده از کتابهای مرجع صورت می گیرد. در این مجموعه، متن درس از حد خلاصه فراتر رفته و تا اندازه ای به کتابهای مرجع نزدیک شده است به گونه ای که نیاز به کتابهای مرجع کمتر احساس می شود و این یکی از ویژگیهای بارز این کتاب نسبت به مجموعه های مشابه دیگر است.

در این مجموعه تا آنجا که میسر بوده از سوالات چهارگزینه ای کنکور کارشناسی ارشد سالهای گذشته استفاده شده است مگر در مباحثی که تا کنون سوالی در آن مورد مطرح نشده باشد. از خصوصیات این کتاب، قرار دادن بحث انتگرال فوریه، بعد از مطالب مربوط به نظریه مانده ها و انتگرال مختلط می باشد. به این ترتیب می توان انتگرال های فوریه را با استفاده از انتگرالهای مختلط ارزیابی کرد. نگاشت ها در این مجموعه بطور کامل و مفصل بررسی شده است. که در اکثر منابع کمتر به آنها پرداخته شده است.

کتاب حاضر از سه بخش اصلی تشکیل شده است. بخش اول شامل یازده فصل است که در هر فصل ابتدا مباحث مربوطه به طور کامل و مفهومی به همراه نکات تستی و ویژه کنکوری بیان شده است و در پایان هر فصل مجموعه ای از تست ها به عنوان خود آزمایی قرار داده شده است در متن هر فصل نیز، تعداد قابل توجهی تست به منظور آشنایی و حل توام با مطالعه مباحث جهت درک بیشتر مفاهیم و نکته ها گنجانیده شده است. بخش دوم کتاب شامل تشریح کامل تست های خود آزمایی انتهای فصول بخش اول کتاب است. در بخش سوم کتاب، سوالات کنکور کارشناسی ارشد رشته های مختلف از سالهای ۸۲ تا ۸۴ بعنوان آزمون نهایی و به صورت طبقه بندی شده به همراه حل تشریحی آورده شده است و در نهایت بخش چهارم بعنوان پیوست کتاب در نظر گرفته شده است.

یادآوری اشکالات چاپی، علمی و همچنین ارائه پیشنهاد های سازنده جهت رفع نقص های احتمالی و کامل شدن مجموعه، کمترین انتظاری است که از خوانندگان محترم داریم. در پایان جا دارد از تمامی کسانی که ما را در تهیه این مجموعه یاری نموده اند کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم به خصوص از جناب آقای دکتر فرامرز طلعتی که زحمت نظارت و ویرایش علمی کتاب را بر عهده داشته اند و جناب آقای مهندس حسن میراب که زحمت چاپ و نشر کتاب را تقبل کرده و مدیریت محترم انتشارات آشینا که خدمات فرهنگی زیادی را به جامعه فرهنگی کشور ارائه کرده اند، صمیمانه سپاسگذارم.

با آرزوی موفقیت روزافزون

رضا کرمی شاهنده

فهرست مطالب

بخش اول: تشریح کامل مفاهیم درس

• فصل اول: توابع متعامد و سری های فوریه

- ۱- ۱ ضرب داخلی دو تابع و توابع متعامد ۱۱
- ۱- ۲ مجموعه متعامد ۱۱
- ۱- ۳ توابع متناوب ۱۳
- ۱- ۴ سری های فوریه ۱۳
- ۱- ۵ محاسبه سری فوریه توابع متناوب ۱۴
- ۱- ۶ شرایط همگرایی دیریکله ۲۱
- ۱- ۷ سری فوریه توابع زوج و فرد ۲۱
- ۱- ۸ بسط نیم دامنه ای ۲۲
- ۱- ۹ مشتق گیری جمله به جمله از سری های فوریه ۲۴
- ۱- ۱۰ انتگرال گیری جمله به جمله از سری های فوریه ۲۵
- ۱- ۱۱ فرم مختلط سری فوریه ۲۶
- ۱- ۱۲ سری فوریه توابع دو متغیره ۲۷
- ۱- ۱۳ محاسبه سری های عددی با استفاده از سری های فوریه توابع متناوب ۳۰
- ۱- ۱۴ اتحاد پارسوال برای سری های فوریه ۳۰
- آزمون فصل اول ۳۳

• فصل دوم: توابع مختلط مقدماتی

- ۲- ۱ اعداد مختلط ۴۱
- ۲- ۲ توابع مختلط ۵۰
- ۲- ۳ انواع توابع مختلط ۵۰
- ۲- ۴ حل معادلات شامل توابع مختلط ۵۷
- آزمون فصل دوم ۶۱

• فصل سوم: نگاشت های مختلط

- ۳- ۱ رسم منحنی ها در صفحه مختلط ۶۷
- ۳- ۲ نامعادلات مختلط ۶۸
- ۳- ۳ مجموعه ها در صفحه مختلط ۷۰
- ۳- ۴ نگاشت های مختلط ۷۳
- ۳- ۵ نگاشت های متوالی ۹۷

۳- ۶ نقاط ثابت ۱۰۹

آزمون فصل سوم ۱۰۲

• فصل چهارم: حد، پیوستگی، مشتق و توابع

تحلیلی مختلط

- ۴- ۱ حد ۱۰۹
- ۴- ۲ پیوستگی ۱۱۴
- ۴- ۳ مشتق ۱۱۶
- ۴- ۴ توابع تحلیلی ۱۱۸
- ۴- ۵ محاسبه مشتق توابع مختلط با استفاده از روابط کوشی- ریمان ۱۲۲
- ۴- ۶ توابع همباز (هارمونیک) ۱۲۴
- ۴- ۷ نگاشت همدیس ۱۲۸
- آزمون فصل چهارم ۱۳۰

• فصل پنجم: انتگرال گیری مختلط

- ۵- ۱ مسیرهای انتگرال گیری ۱۳۷
- ۵- ۲ تعریف انتگرال روی منحنی در صفحه مختلط ۱۴۰
- ۵- ۳ روشهای انتگرال گیری مختلط ۱۴۲
- ۵- ۴ قضیه انتگرال کوشی ۱۴۴
- ۵- ۵ فرمول انتگرال کوشی ۱۴۷
- ۵- ۶ فرمول انتگرال کوشی برای مشتق ۱۴۹
- آزمون فصل پنجم ۱۵۲

• فصل ششم: دنباله ها و سری های مختلط

- ۶- ۱ دنباله ها ۱۵۹
- ۶- ۲ سری های مختلط و فضای همگرایی ۱۶۱
- ۶- ۳ سری های توابع ۱۶۶
- ۶- ۴ همگرایی یکنواخت و آزمون M وایرشتراس ۱۶۸
- ۶- ۵ سری توانی ۱۷۱
- ۶- ۶ سری تیلور ۱۷۷
- ۶- ۷ سری لوران ۱۸۰
- ۶- ۸ صفرها و قطب ها ۱۸۵

آزمون فصل ششم ۱۸۷

• فصل هفتم: نظریه مانده و انتگرال گیری

به روش مانده ها

۷-۱ تعریف مانده (باقیمانده) ۱۹۳

۷-۲ روشهای بهتر برای محاسبه مانده ها ۱۹۴

۷-۳ قضیه مانده ۱۹۷

۷-۴ محاسبه برخی از انتگرال های حقیقی با استفاده از

قضیه مانده ۲۰۳

آزمون فصل هفتم ۲۱۳

• فصل هشتم: انتگرال و تبدیل فوریه

۸-۱ انتگرال فوریه ۲۲۱

۸-۲ انتگرال فوریه توابع زوج و فرد ۲۲۳

۸-۳ فرم مختلط انتگرال فوریه ۲۲۷

۸-۴ تبدیل فوریه ۲۲۸

۸-۵ تبدیل کینوسی و سینوسی فوریه ۲۳۱

۸-۶ اتحاد پارسوال برای تبدیل فوریه ۲۳۲

آزمون فصل هشتم ۲۳۷

• فصل نهم: معادلات با مشتقات نسبی

۹-۱ تعاریف اولیه ۲۴۲

۹-۲ تشکیل معادلات دیفرانسیل با مشتقات نسبی ۲۴۵

۹-۳ تغییر متغیر در معادلات دیفرانسیل با مشتقات نسبی ۲۴۸

۹-۴ حل معادلات با مشتقات نسبی مرتبه اول ۲۵۰

۹-۵ حل معادلات با مشتقات نسبی مرتبه دوم ۲۵۵

۹-۶ دسته بندی معادلات دیفرانسیل با مشتقات نسبی

مرتبه دوم خطی ۲۵۸

۹-۷ فرم کانونیک (نرمال) معادلات مرتبه دوم خطی با

ضرایب ثابت ۲۵۹

۹-۸ فرم کانونیک معادلات مرتبه دوم خطی در حالت کلی ۲۶۰

۹-۹ حل معادلات با مشتقات نسبی خطی با ضرایب

ثابت مرتبه ۱^{ام} ۲۶۲

۹-۱۰ روش تفکیک متغیرها در حل معادلات با مشتقات

نسبی ۲۶۳

آزمون فصل نهم ۲۶۵

• فصل دهم: مسائل مقدار مرزی

۱۰-۱ مقدمه ۲۷۱

۱۰-۲ معادله موج یک بعدی همگن ۲۷۳

۱۰-۳ معادله موج یک بعدی ناهمگن ۲۷۹

۱۰-۴ جواب دالامبر معادله موج یک بعدی ۲۸۲

۱۰-۵ معادله گرمای یک بعدی همگن ۲۸۵

۱۰-۶ معادله گرمای یک بعدی ناهمگن ۲۹۰

۱۰-۷ معادله لاپلاس دو بعدی ۲۹۳

۱۰-۸ معادله پواسن دو بعدی ۳۰۰

۱۰-۹ معادله موج دو بعدی ۳۰۰

۱۰-۱۰ معادله گرمای دو بعدی ۳۰۲

۱۰-۱۱ معادله لاپلاس سه بعدی ۳۰۳

آزمون فصل دهم ۳۰۸

• فصل یازدهم: کاربرد تبدیل لاپلاس و

فوریه در حل معادلات با مشتقات نسبی

۱۱-۱ مقدمه ۳۱۴

۱۱-۲ تبدیل لاپلاس ۳۱۴

۱۱-۳ تبدیل فوریه سینوسی ۳۱۶

۱۱-۴ تبدیل فوریه کینوسی ۳۱۷

۱۱-۵ تبدیل فوریه ۳۱۹

۱۱-۶ کاربرد نگاشت همدیس در حل معادله لاپلاس ۳۲۲

آزمون فصل یازدهم ۳۲۵

بخش دوم: حل تشریحی آزمون ها

حل تشریحی آزمون فصل ها ۳۲۹

بخش سوم: آزمون نهایی

تست های طبقه بندی شده سال های ۸۲ و ۸۳ و ۸۴

رشته های برق، مکانیک، کامپیوتر، مواد و ... ۴۰۱

حل تشریحی تست های طبقه بندی شده سال های ۸۲

و ۸۳ و ۸۴ رشته های برق، مکانیک، کامپیوتر، مواد و ... ۴۲۰

بخش چهارم: پیوستها

پیوست ۱- اتحادهای مثلثاتی مختلط ۴۵۳

پیوست ۲- اتحادهای هیپربولیک مختلط ۴۵۵

پیوست ۳- برخی از فرمول های مشتق ۴۵۸

پیوست ۴- برخی از فرمول های انتگرال ۴۶۰

پیوست ۵- دستگاههای مختصات و معادله لاپلاس ۴۶۶

پیوست ۶- برخی از توابع خاص ۴۶۸

پیوست ۷- جدول تبدیل لاپلاس و خواص اساسی آن ۴۷۰

پیوست ۸- برخی از نگاشت های مقدمانی ۴۷۲