



۱۰۴ مسأله در نظریه اعداد

تیتو آندریسکو، دورین آندریکا، زومینگ فانگ

ترجمه باقر نشوادیان



104 Number Theory Problems

Titu Andreescu, Dorin Andrica, Zuming Feng
Birkhäuser, 2007

۱۰۴ مسأله در نظریه اعداد

تألیف تیتو آندریسکو، دورین آندریکا، زومینگ فانگ

ترجمه باقر نشوادیان

ویراسته همایون معین

نسخه پرداز: فاطمه بیوندی

طراح جلد: حسین استمیل

حروفچین و صفحه‌آرا: مهنا مهرابی فرد

مرکز نشر دانشگاهی

چاپ اول ۱۳۹۲

تعداد ۵۰۰

چاپ دیجیتال و صحافی: بهرنگ گرافیک

۱۰۰۰۰ تومان

نشانی فروشگاه مرکزی: خیابان انقلاب، روبه‌روی سینما سپیده، پاساژ خیبری، تلفن: ۶۶۴۱۰۶۸۶، ۶۶۴۰۸۸۹۱
فروشگاه و نمایشگاه دائمی: خیابان دکتر بهشتی، خیابان خالد اسلامبولی، نبش خیابان دهم، شماره ۵۰، تلفن: ۸۸۷۲۵۹۵۴

فروش اینترنتی: www.bookup.ir

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است

فهرست‌نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

سرشناسه: آندرسکو، تیتو، ۱۹۵۶-م. Andreescu, Titu

عنوان و نام پدیدآور: ۱۰۴ مسأله در نظریه اعداد/ تیتو آندرسکو، دورین آندریکا و زومینگ فانگ؛ ترجمه باقر نشوادیان.

مشخصات نشر: تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۹۲.

مشخصات ظاهری: چهار، ۲۴۴ص: مصور، جدول، نمودار.

فروست: مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۴۶۳. ریاضی، آمار، و رایانه: ۱۷۲.

شابک: 978-964-01-1463-6

وضعیت فهرست‌نویسی: فیا

یادداشت: عنوان اصلی: 104 number theory problems: from the training of the USA IMO team, 2007.

یادداشت: کتابنامه.

یادداشت: صد و چهار مسأله در نظریه اعداد.

موضوع: نظریه اعداد - مسائل، تمرین‌ها و غیره

شناسه افزوده: آندریکا، دورین، ۱۹۵۶-م.

شناسه افزوده: (Andrica, D. Dorin)

شناسه افزوده: فانگ، زومینگ، نویسنده همکار

شناسه افزوده: Feng, Zuming

شناسه افزوده: نشوادیان، باقر، ۱۳۱۷-

شناسه افزوده: مرکز نشر دانشگاهی

رده‌بندی کنگره: ۱۳۹۲ص ۴ / ۲۴۱ QA

رده‌بندی دیویی: ۵۱۲/۷۰۶

شماره کتابشناسی ملی: ۳۳۱۰۷۹۷

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۵	علائم اختصاری و نمادها
۹	۱ مبانی نظریه اعداد
۹	تقسیمپذیری
۱۳	الگوریتم تقسیم
۱۴	اعداد اول
۱۶	قضیه اصلی حساب
۲۱	ب.م.م.
۲۳	الگوریتم اقلیدسی
۲۴	اتحاد بزو
۲۸	ک.م.م.
۲۹	تعداد مقسوم علیه ها
۳۲	مجموع مقسوم علیه ها

۳۳	حساب پیمانه‌ای
۳۸	رده مانده‌ها
۴۳	قضیه کوچک فرما و قضیه اوایلر
۵۱	تابع نشانگر اوایلر
۵۴	تابع ضربی
۵۷	معادلات دیوفانتی خطی
۶۰	دستگاههای عددی
۶۷	معیارهای تقسیمپذیری در دستگاه دهدهی
۷۵	تابع کف
۹۰	تابع لواندر
۹۵	اعداد فرما
۹۷	اعداد میرسین
۹۷	اعداد تام
۱۰۰	۲ مسائل مقدماتی
۱۰۸	۳ مسائل پیشرفته
۱۱۷	۴ حل مسائل مقدماتی
۱۶۳	۵ حل مسائل پیشرفته
۲۳۰	اصطلاح‌نامه
۲۳۷	منابعی برای مطالعات تکمیلی
۲۴۲	نمایه

پیشگفتار

این کتاب مشتمل بر ۱۰۴ مسئله از بهترین مسأله‌هایی است که در آموزش و آزمون تیم المپیاد بین‌المللی ریاضی آمریکا به‌کار رفته‌اند. این کتاب گردآوری از سؤالات خیلی دشوار و حل‌نشده‌ی نیست. بلکه به‌تدریج دانشجو را با تکنیک‌های نظریهٔ اعداد آشنا می‌کند و او را در این رشته متبحر می‌سازد. در فصل ۱، مقدمات جامعی در نظریهٔ اعداد و ساختار ریاضی آن عرضه می‌شود. این فصل قابلیت آن را دارد که متن درسی برای تدریس نظریهٔ اعداد در دوره‌های کوتاه‌مدت باشد. هدف ما وسعت بخشیدن به دیدگاه ریاضی دانشجویان و آماده کردن بهتر آنان برای شرکت احتمالی در مسابقات ریاضی مختلف است. این کتاب با ساماندهی مجدد و تقویت روش‌های کلی و شگردهای حل مسأله، دانش دانشجو را در عرصه‌های مهمی از نظریهٔ اعداد غنا و عمق می‌بخشد. علاوه بر این، علاقهٔ دانشجویان را برای مطالعهٔ بیشتر ریاضی برمی‌انگیزد.

در ایالات متحدهٔ آمریکا، روند گزینش شرکت‌کنندگان در المپیاد بین‌المللی ریاضی (IMO) مشتمل بر سلسله‌ای از مسابقات ملی است، که عبارت‌اند از مسابقهٔ ریاضی ۱۰ آمریکا (AMC10)، مسابقهٔ ریاضی ۱۲ آمریکا (AMC12)، امتحان ریاضی دعوتی آمریکا (AIME)، و المپیاد ریاضی ایالات متحدهٔ آمریکا (USAMO). شرکت در AIME و USAMO تنها با دعوت انجام می‌گیرد، که بر مبنای نتیجهٔ به‌دست آمده در سلسلهٔ امتحانات قبلی است. برنامهٔ تابستانی المپیاد ریاضی (MOSP) یک دورهٔ آموزش فشردهٔ چهار هفته‌ای است که برای تقریباً پانجاه دانشجویی که در رقابت‌های ریاضی آمریکا در سطح بالا قرار گرفته‌اند و احتمال موفقیت آنها در آینده زیاد است برگزار می‌شود. شش دانشجوی نمایندهٔ ایالات متحدهٔ آمریکا در IMO

برمبنای نمراتشان در USAMO و آزمونهای دیگری که در خلال MOSP انجام می‌گیرد انتخاب می‌شوند. این دانشجویان در طول دوره MOSP، از طریق کلاسهایی که در تمام طول روز برگزار می‌شوند، و از طریق مجموعه‌های مفصل مسائل در چند حوزه مهم ریاضیات آمادگی کامل پیدا می‌کنند. این مباحث مشتمل بر استدالات ترکیباتی و اتحادها، توابع مولد، نظریه گراف، رابطه‌های بازگشتی، مجموعه‌ها و حاصلضربها، احتمال، نظریه اعداد، چندجمله‌ایها، معادلات تابعی، اعداد مختلط در هندسه، برهانهای الگوریتمی، هندسهٔ پیشرفته و ترکیباتی، و نابرابریهای مشهورند.

مسائل امتحاناتی که به سبک المپیاد هستند مسائل تشریحی دشوارند. حل درست آنها اغلب به استدلال دقیق و تحلیل عمیق نیاز دارد. به نظر مبتدی سؤالات المپیاد حل نشدنی‌اند، با این حال می‌توان اکثر آنها را با کاربرد هوشمندانه تکنیکهای ریاضیات مقدماتی دبیرستان حل کرد.

در اینجا برای دانشجویانی که به مسائل آتی می‌پردازند توصیه‌هایی را آورده‌ایم.

- عجله نکنید! تعداد بسیار کمی از شرکت‌کنندگان در مسابقات می‌توانند تمام مسائل ارائه شده را حل کنند.

- سعی کنید رابطه‌هایی را که بین مسائل برقرار است بیابید. یکی از ویژگیهای مهم این کتاب آن است که تمام تکنیکها و ایده‌های مهمی که در این کتاب صورت‌بندی شده‌اند چندبار ظاهر می‌شوند!

- در حل مسائل المپیادی نمی‌توان فوراً «راه خود را گشود». صبور باشید. روشهای مختلف را امتحان کنید. حالت‌های ساده را بررسی کنید. در بعضی موارد، بهتر است از نتیجه مورد نظر شروع کنید و به عقب برگردید.

- حتی وقتی که توانستید مسأله‌ای را حل کنید، حتماً راه حل آن را بخوانید. ممکن است که در آنها ایده‌هایی باشد که راه حل شما فاقد آن است. علاوه بر این ممکن است روشهای کلی و شگردهایی در آنها مطرح شده باشد که در جاهای دیگر به کار آیند. همچنین این راه‌حلها به صورتی روشن و آراسته ارائه شده‌اند و باید از این لحاظ سرمشق شما در نحوه ارائه راه‌حلیتان باشند. اما این روشنی و آراستگی غالباً روند پریپیچ و خم بررسی، نقاط عزیمت نادرست، بارقه‌های ذهنی، و جزئیاتی را، که توجه به آنها منجر به یافتن این راه‌حلها شده، از نظر خواننده پنهان می‌دارد. وقتی که راه‌حلها را می‌خوانید، سعی کنید اندیشه‌ای را که در پس آنها نهفته است بازسازی کنید. از خودتان سؤال کنید «ایده‌های اساسی چه بوده‌اند؟ چگونه می‌توان این ایده‌ها را باز هم به کار برد؟»

پیشگفتار ۳

- بعداً به مسأله اصلی برگردید، و ببینید که آیا می‌توانید آن را به طریق دیگری حل کنید. بسیاری از مسائل راه‌حلهای چندگانه دارند، ولی همه آنها را در اینجا نیاورده‌ایم.
- برای یافتن توانایی واقعی در حل مسائل به تمرین نیاز دارید. اگر در ابتدا با مشکل مواجه شدید دل‌سرد نشوید. برای پرداختن به تمرینهای بیشتر، از کتابهایی که مشخصاتشان در فهرست منابعی برای مطالعات تکمیلی آمده است استفاده کنید.

تیتو آندریسکو

دورین آندریکا

زومینگ فانگ

اکتبر ۲۰۰۶

www.ketab.ir