

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ریاضیات عمومی (۱)

مؤلف: محمد حُرّی

عضو هیئت علمی دانشکده تربیت دبیر چمران کرمان

- قابل استفاده برای دانشجویان دوره‌های کاردانی

آموزشکده‌های وابسته به وزارت آموزش و پرورش جهت دروس ریاضی (۶) و ریاضی عمومی

- قابل استفاده برای دانشجویان دوره‌های کارشناسی

دانشگاهها رشته‌های شیمی، میکروبیولوژی و... جهت درس ریاضی عمومی (۱)

انتشارات خدمات فرهنگی کرمان

حری، محمد، ۱۳۴۰.

ریاضیات عمومی (۱): قابل استفاده برای دانشجویان دوره‌های کاردانی... / مولف محمد حری -- کرمان: خدمات فرهنگی کرمان، ۱۳۸۳.

۱۶۳ ص: مصور، نمودار.

ISBN: 964 _ 5716 _ 34 _ 9 ریال: ۱۵۰۰

چاپ قبلی: ۱۳۸۰ (۱۴۹ ص).

فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیبا.

۱. ریاضیات -- کتابهای درسی -- راهنمای آموزشی (عالی). ۲. ریاضیات -- مسائل، تمرینها و غیره (عالی). الف. عنوان.

۹ ر ۴۱۳ ح ۱۳۹ / QA ۵۱۰/۷۶

۱۳۸۳

کتابخانه ملی ایران

۸۳-۳۸۵۱۶ م

انتشارات خدمات فرهنگی کرمان

کرمان - خیابان شریعتی - طبقه فوقانی کتابفروشی فرهنگ
تلفن: ۰۳۴۱ ۲۲۲۴۶۰۸ - ۰۳۴۱ ۲۲۲۴۲۳۱

ریاضیات عمومی

مؤلف: محمد حری

چاپ اول (ویرایش دوم): ۱۳۸۴

شمارگان: ۳۰۰۰ نسخه

حروفچینی و صفحه‌آرایی: نجمه عربپور

لیتوگرافی: طیف‌نگار

چاپخانه: دیدآور

قیمت: ۱۵۰۰ تومان

حق چاپ محفوظ و مخصوص ناشر است.

شابک: ۹۶۴ - ۵۷۱۶ - ۳۴ - ۹

ISBN: 964 _ 5716 _ 34 _ 9

مقدمه

خداوند را سپاس می‌گوییم که مرا در تألیف این کتاب برای استفاده جویندگان علم و حقیقت یاری داد.

کتاب حاضر، ابتدا بصورت جزوه‌ای تحت عنوان ریاضی (۶) جهت تدریس دوره‌های کاردانی آموزشکده‌های وابسته به وزارت آموزش و پرورش گردآوری شد علت اصلی گردآوری جزوه، عدم وجود کتابی منسجم که تمامی سرفصل درس ریاضی (۶) را پوشش دهد، بوده است. بعد از تدریس جزوه و رفع نواقص آن و اضافه نمودن چند فصل به آن، کتابی ارائه شده که سرفصل دروس ریاضی عمومی (۱) دانشگاه‌ها و ریاضی (۶) آموزشکده‌های وابسته به وزارت آموزش و پرورش که از طرف وزارت فرهنگ و آموزش عالی تعیین گردیده است را پوشش می‌دهد.

نحوه تألیف کتاب به گونه‌ای است که در هر بخش مثالهای متعددی برای درک بهتر دانشجویان در نظر گرفته شده است. امید است این کتاب بتواند برای دانشجویان این دروس مفید واقع شود و آنان را در فراگیری علم ریاضی یاری دهد.

با وجود سعی و کوشش فراوان، کتاب فوق، خالی از اشکال نمی‌باشد. لذا از کلیه دانشجویان و همکاران تقاضا دارم اینجانب را در تصحیح و رفع نواقص این کتاب یاری دهند. در خاتمه از موسسه کامپیوتری دانشگاه علوم پزشکی کرمان که با دقت فراوان تایپ این کتاب را برعهده گرفتند و خانم عربپور که صفحه‌آرایی کتاب را برعهده داشتند و آقای سعیدی مدیریت محترم انتشارات خدمات فرهنگی کرمان کمال تشکر و قدر دانی را می‌نمایم.

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۱ پیشگفتار

فصل ۱: حد و پیوستگی

۷ ۱-۱- حد تابع

۱۱ ۲-۱- حدود یکطرفه

۱۳ ۳-۱- بینهایت

۱۵ ۴-۱- پیوستگی

۱۷ ۵-۱- قضیه ساندویچ

فصل ۲: مشتق

۲۱ ۱-۲- تعریف مشتق

۲۶ ۲-۲- قاعده زنجیره‌ای

۲۷ ۳-۲- مشتقگیری ضمنی و مشتقات مراتب بالاتر

۳۰ ۴-۲- خط مماس بر منحنی

۳۳ ۵-۲- قضیه مقدار میانگین

۳۶ ۶-۲- رسم منحنی

فصل ۳: دیفرانسیل و انتگرالگیری

۴۵ ۱-۳- تقریب توابع و دیفرانسیل

۲.۳- انتگرال نامعین ۴۸

۳.۳- قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال ۵۲

فصل ۴: توابع معکوس، لگاریتمی، نمائی، مثلثاتی و هیپربولیک

۱.۴- توابع معکوس و مشتق آنها ۵۷

۲.۴- تابع لگاریتم طبیعی و انتگرالهایی که تابع لگاریتم طبیعی را نتیجه می‌دهد ۶۰

۳.۴- تابع نمائی، نمائیها و لگاریتمها در هر پایه ۶۳

۴.۴- انتگرالهای شامل توابع مثلثاتی $\sin x$ و $\cos x$ ۶۸

۵.۴- انتگرالهای شامل توابع مثلثاتی $\tan x$ و $\cot x$ و $\sec x$ و $\csc x$ ۷۳

۶.۴- توابع مثلثاتی معکوس ۷۷

۷.۴- توابع هیپربولیک ۸۳

فصل ۵: بعضی از روشهای انتگرالگیری

۱.۵- انتگرالگیری به طریق جزء به جزء ۸۵

۲.۵- انتگرالگیری از توابع گویا بوسیله کسرهای جزئی ۸۷

فصل ۶: کاربردهای انتگرال معین

۱.۶- مساحت یک ناحیه در صفحه ۹۵

۲.۶- طول قوس یک منحنی در صفحه ۹۹

۳.۶- حجم یک جسم دوار ۱۰۱

فصل ۷: صورتهای مبهم، انتگرالهای مجازی و فرمول تیلور

۱.۷- صورتهای مبهم ۱۰۵

۷.۲- انتگرالهای مجازی با حدود انتگرالگیری نامتناهی ۱۱۱

۷.۳- فرمول تیلور و فرمول مک لورن و رفع ابهام به وسیله آنها ۱۱۵

فصل ۸: سری های نامتناهی

۸.۱- دنباله ها ۱۱۷

۸.۲- سری های نامتناهی ۱۲۰

۸.۳- سری های توانی ۱۲۹

فصل ۹: مختصات قطبی و اعداد مختلط

۹.۱- مختصات قطبی ۱۳۳

۹.۲- اعداد مختلط ۱۳۷

فصل ۱۰: ماتریس ها

۱۰.۱- تعریف ماتریس و اعمال روی ماتریس ها ۱۴۳

۱۰.۲- ترانزپوز، دترمینان ماتریس، ماتریس الحاقی و معکوس ماتریس ۱۴۸

۱۰.۳- حل دستگاههای خطی ۱۵۴

فهرست راهنما ۱۵۷

منابع

پیشگفتار

در سراسر این کتاب، چون از یک سری مجموعه‌های خاص، توابع خاص و اتحادهای جبری استفاده شده که مکرراً از این مطالب استفاده شده است، لذا این مطالب به اضافه مفهوم خود تابع و دامنه و برد تابع جداگانه مطرح و بررسی شده‌اند.

مجموعه‌های خاص

۱- اعداد طبیعی

این مجموعه را با $\mathbb{N}$ نمایش می‌دهیم و عناصر آن $۱, ۲, ۳, \dots$ می‌باشند.

۲- اعداد صحیح نسبی

این مجموعه را با $\mathbb{Z}$ نمایش می‌دهیم و عناصر آن $\dots, ۲, ۱, ۰, -۱, -۲, \dots$ می‌باشند.

۳- اعداد گویا

این مجموعه را با $\mathbb{Q}$ نمایش می‌دهیم و عناصر آن بصورت کسره‌ای $\frac{a}{b}$ می‌باشند که a, b دو عدد صحیح نسبی و $b \neq 0$ است.

۴- اعداد اصم

این مجموعه را با $\mathbb{Q}^c$ نمایش می‌دهیم و عناصر آن اعدادی هستند که نمی‌توان آنها را بصورت کسره‌ای $\frac{a}{b}$ که a, b دو عدد صحیح نسبی و $b \neq 0$ باشد، نوشت. مانند اعداد $\sqrt{3}$ و π .

۵- اعداد حقیقی

این مجموعه را با $\mathbb{R}$ نمایش می‌دهیم و اجتماع مجموعه‌های اعداد گویا و اصم می‌باشد.

۶- اعداد مختلط

این مجموعه را با $\mathbb{C}$ نمایش می‌دهیم که این اعداد در فصل ۹ معرفی شده‌اند.

مفهوم تابع

فرض کنیم که B, A دو مجموعه دلخواه باشند، حاصلضرب دکارتی B, A مجموعه‌ایست که

اعضای آن زوجهای مرتب (a, b) می باشند، بطوریکه $a \in A, b \in B$ و بصورت $A \times B$ نمایش داده می شود.

تابع f از A به B زیر مجموعه ای از $A \times B$ می باشد، بطوریکه مختص اول هیچ دو زوجش برابر نباشد و بعبارت دیگر هر خط موازی محور y ها، نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند. در تابع $x, y = f(x)$ را متغیر مستقل و y را متغیر وابسته می گوئیم.

دامنه تابع f ، مجموعه مختصهای اول می باشد و با D_f نمایش داده می شود و برد تابع f ، مجموعه مختصهای دوم می باشد و با R_f نمایش داده می شود.

تذکر: در تابع $f: A \rightarrow B$ اگر برد تابع با B برابر باشد، در اینصورت تابع فوق را پوشا گوئیم. و اگر هر خط موازی محور x ها، نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند، تابع فوق را یک به یک گوئیم. اکنون به معرفی چند تابع خاص می پردازیم.

۱- تابع چند جمله ای

شکل کلی این نوع توابع بصورت $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

می باشد که در آن n عددی صحیح و مثبت بوده و $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$ اعدادی حقیقی می باشند.

اگر $a_n \neq 0$ ، در اینصورت f یک تابع چند جمله ای از درجه n نامیده می شود.

دامنه این نوع توابع اعداد حقیقی هستند و برد آنها بستگی به درجه چند جمله ای دارد.

بعنوان مثال، برد تابع چند جمله ای از درجه ۲، $f(x) = x^2$ فاصله $(-\infty, +\infty)$ می باشد و

برد تابع چند جمله ای از درجه ۳، $f(x) = x^3$ مجموعه اعداد حقیقی می باشد.

تذکر: تابع $f(x) = a_0$ تابع ثابت نام دارد و تابع $f(x) = x$ تابع همانی نام دارد.

۲- تابع جزء صحیح

تابع فوق بصورت $f(x) = [x]$ نمایش داده می شود و برابر عدد صحیح m است که در آن

$$R_f = \mathbb{Z}, \quad D_f = \mathbb{R} \quad \text{در این تابع داریم: } m \leq x < m+1$$

و نمودار تابع فوق، بشکل زیر می باشد: