

به نام خداوند جان و خرد

ریاضیات

کاربردی

(مدیریت، حسابداری، اقتصاد، بازرگانی)

پدیدآورندگان:

حمیدرضا خانمی

سیاوش قربانیان

ابوالفضل یاری

انتشارات آذر باد

زمستان ۱۳۸۲

خاتمی، حمید رضا، ۱۳۳۶ -

ریاضیات کاربردی (مدیریت، حسابداری، اقتصاد بازرگانی) / پدیدآورندگان حمیدرضا خاتمی، سیاوش قربانیان، ابوالفضل یاری. - تهران: آذریاد، ۱۳۸۴.
۲۴۹ ص.

ISBN 964-7099-59-2 : ۲۶۰۰۰ ریال

فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیفا.

ریاضیات - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی). ۲. ریاضیات - راهنمای آموزشی (عالی). الف. قربانیان، سیاوش، ۱۳۵۱ - ب. یاری، ابوالفضل، ۱۳۴۹ - ج. عنوان.
۵۱۰/۷۶ QA ۳۷/۲۱خ۲/۹

کتابخانه ملی ایران

۴۶۳۶۸ - ۸۴ م

نام کتاب: ریاضیات کاربردی

تألیف: حمید رضا خاتمی - سیاوش قربانیان - ابوالفضل یاری

ناشر: آذریاد

حروفنگاری و صفحه آرایشی: مریم پاک‌نژاد

لیتوگرافی: طیف نگار

چاپ: طیف نگار

صحافی: صالحانی

نوبت چاپ: اول - اسفند ۱۳۸۴

شمارگان: ۲۲۰۰ نسخه

قیمت: ۲۶۰۰ تومان

شابک: ۹۶۴-۷۰۹۹-۵۹-۲

ISBN: 964-7099-59-2

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به ناشر است و هر نوع استفاده بدون اجازه کتبی ناشر ممنوع و قابل تعقیب و پیگرد قانونی خواهد بود.

مرکز پخش:

انتشارات آذریاد: تهران - میدان انقلاب - روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران - ساختمان ۱۴۵۴

طبقه سوم: تلفن ۶۶۴۹۵۰۴۸ تلفکس: ۶۶۴۹۶۱۲۳

سرفصل مصوب وزارت علوم، تحقیقات و فناوری برای ریاضیات کاربردی

نام درس : ریاضیات کاربردی
تعداد واحد : (۳)
نوع واحد : نظری
پیشنیاز : ریاضیات پایه
هدف : آموزش و بازآموزی فنونی که در دوره‌های مقدماتی ریاضی مورد بحث قرار می‌گیرد و آشنایی با کاربرد این روش‌ها و فنون در مسائل مدیریتی
سرفصل درس: (۵۱ ساعت)

۱. بردارها و جبر برداری.

۲.

- ماتریس، جبر ماتریس‌ها، تبدیل خطی.
- دترمینان، روش‌های محاسبه دترمینان
- معکوس ماتریس و روش‌های معکوس کردن ماتریس‌های مربع، ماتریس‌های مقدماتی و تبدیل ماتریس‌ها
- معادلات خطی و روش‌های حل معادلات خطی، حذفی، دستور کرامر و تبدیلات ماتریسی.
- مقادیر ویژه، بردارهای ویژه.

۳.

- توابع چندمتغیره، مشتقات جزئی، دیفرانسیل کلی، قاعده زنجیری.

- کاربردهای مشتقات جزئی ماکزیمم و می‌نیمم.

۴.

- انتگرال و روش‌های انتگرال‌گیری، قواعدی برای تقریب زدن انتگرال‌های معین.

- کاربرد انتگرال معین در محاسبه سطح و حجم و سایر موارد.

۵.

- معادلات دیفرانسیل ساده مرتبه اول درجه اول و معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم قابل تبدیل به مرتبه اول

فهرست

صفحه	عنوان
۱	۱. بردارها و جبر برداری
۲	۱.۱ بردار در $\mathbb{R}^2$
۳	۲.۱ جمع دو بردار
۴	۳.۱ ضرب عدد در بردار
۵	۱.۳.۱ خواص جمع بردارها و حاصل ضرب اسکالر
۶	۲.۳.۱ تعبیر هندسی $\overline{A} - \overline{B}$
۶	۴.۱ بردار یکه
۷	۵.۱ حاصل ضرب داخلی
۸	۱.۵.۱ خواص ضرب داخلی
۹	۶.۱ ضرب خارجی دو بردار
۹	۱.۶.۱ خواص ضرب خارجی
۱۱	۷.۱ وابستگی خطی و استقلال خطی بردارها
۱۴	۸.۱ تمرین
۱۷	۲. ماتریس و دترمینان
۱۸	۱.۲ تساوی دو ماتریس
۱۸	۲.۲ انواع ماتریس
۱۸	۱.۲.۲ ماتریس قطری
۱۹	۲.۲.۲ ماتریس همانی
۱۹	۳.۲.۲ ماتریس اسکالر
۱۹	۴.۲.۲ ماتریس بالامثلی
۲۰	۵.۲.۲ ماتریس پایین مثلثی
۲۰	۶.۲.۲ ماتریس ترانهاد
۲۱	۱.۶.۲.۲ ویژگی های ترانهاد
۲۱	۷.۲.۲ ماتریس متقارن
۲۱	۸.۲.۲ ماتریس بادمقارن
۲۲	۹.۲.۲ ماتریس صفر

۲۲	۱۰.۲.۲ ماتریس مزدوج مختلط
۲۲	۱۱.۲.۲ ماتریس‌های هرمیتی و پادهرمیتی
۲۳	۳.۲ جمع ماتریس‌های
۲۴	۱.۳.۲ خواص جمع ماتریس‌ها
۲۵	۴.۲ ضرب یک عدد در ماتریس و ویژگی‌های آن
۲۶	۵.۲ ضرب ماتریس‌ها و ویژگی‌های آن
۳۸	۶.۲ دترمینان
۳۹	۱.۶.۲ دستور ساروس برای بسط دترمینان 3×3
۴۰	۲.۶.۲ ویژگی‌های دترمینان
۴۴	۷.۲ کهاد و همسازه
۴۴	۱.۷.۲ ماتریس همسازه، ماتریس الحاقی
۴۵	۸.۲ ماتریس وارون (معکوس)
۴۷	۱.۸.۲ ویژگی‌های ماتریس‌های وارون پذیر
۴۸	۹.۲ ماتریس متعامد
۴۸	۱۰.۲ حل دستگاه به روش ماتریس
۴۸	۱.۱۰.۲ حل دستگاه به روش کرامر
۵۳	۲.۱۰.۲ حل دستگاه به کمک ماتریس معکوس
۵۴	۳.۱۰.۲ حل دستگاه با استفاده از روش گاوس
۵۵	۱.۳.۱۰.۲ روش حذفی - گاوس
۵۷	۲.۳.۱۰.۲ حل دستگاه به روش گاوس - جردن
۵۸	۱۱.۲ محاسبه ماتریس معکوس با استفاده از عملیات سطری مقدماتی
۵۹	۱۲.۲ مقادیر ویژه و بردار ویژه
۵۹	۱.۱۲.۲ مقدار ویژه
۶۰	۲.۱۲.۲ بردارهای ویژه یک ماتریس
۶۴	۳.۱۲.۲ خواص مقادیر ویژه
۶۵	۱۳.۲ رتبه یک ماتریس
۶۷	۱۴.۲ تمرین

۷۷	۳. توابع چندمتغیره و مشتقات جزئی
۷۷ ۱۲۵	۱.۳ درونیابی
۷۸	۱.۱.۳ حد توابع چندمتغیره
۸۰	۲.۱.۳ پیوستگی توابع چندمتغیره
۸۱	۳.۱.۳ مشتقات جزئی
۸۴	۴.۱.۳ مشتقات جزئی مراتب بالاتر
۸۵	۵.۱.۳ دیفرانسیل کل تابع
۸۷	۶.۱.۳ دیفرانسیل مراتب بالاتر
۸۸	۷.۱.۳ مشتق تابع مرکب و قاعده زنجیری
۹۰	۸.۱.۳ مشتق تابع ضمنی
۹۲	۹.۱.۳ توابع همگن و رابطه اویلر
۹۲	۱۰.۱.۳ رابطه اویلر
۹۳	۲.۳ کاربردهای مشتقات جزئی در اقتصاد و بازرگانی
۹۳	۱.۲.۳ هزینه نهایی
۹۴	۲.۲.۳ سطوح تقاضا
۹۵	۳.۲.۳ تقاضای نهایی
۹۸	۴.۲.۳ کشش‌های نسبی تقاضا
۹۹	۵.۲.۳ توابع تولید
۱۰۰	۶.۲.۳ بهره‌وری نهایی
۱۰۱	۳.۳ اکستریم (ماکزیمم و مینیمم) نسبی توابع چندمتغیره
۱۰۲	۱.۳.۳ اکستریم نسبی
۱۰۸	۲.۳.۳ اکستریم شرطی
۱۱۰	۱.۲.۳.۳ شرایط به صورت معادله باشد (روش ضرایب لاگرانژ)
۱۱۷	۲.۲.۳.۳ شرایط به صورت نامعادله باشد (روش کان - تاکر)
۱۱۸	۴.۳ تحذب و تقعر یک تابع
۱۲۵	۵.۳ تمرین
۱۳۱	۴. انتگرال
۱۳۱	۱.۴ انتگرال نامعین

۱۳۲	۲.۴ تعیین انتگرال‌های نامعین
۱۳۳	۳.۴ روش‌های انتگرال‌گیری
۱۳۳	۱.۳.۴ روش تغییر متغیر
۱۳۸	۲.۳.۴ روش جزء به جزء
۱۴۱	۳.۳.۴ دستورهای کاهشی (روابط بازگشتی)
۱۴۲	۴.۳.۴ انتگرال‌گیری از توابع گویا
۱۴۴	۵.۳.۴ تغییر متغیرهای گویاساز
۱۴۶	۶.۳.۴ انتگرال‌گیری توابع مثلثاتی
۱۵۱	۴.۴ کاربردهای انتگرال نامعین در بازرگانی و اقتصاد
۱۵۱	۱.۴.۴ هزینه
۱۵۲	۲.۴.۴ دریافت
۱۵۳	۳.۴.۴ درآمد ملی - مصرف و پس‌انداز
۱۵۴	۴.۴.۴ انباشت سرمایه
۱۵۵	۵.۴ انتگرال معین
۱۵۸	۱.۵.۴ ویژگی‌های انتگرال معین
۱۷۴	۲.۵.۴ کاربردهای انتگرال معین
۱۷۴	۱.۲.۵.۴ محاسبه مساحت
۱۷۷	۲.۲.۵.۴ محاسبه حجم یک جسم
۱۸۱	۳.۲.۵.۴ محاسبه طول قوس یک منحنی
۱۸۴	۴.۲.۵.۴ مساحت سطح دوار
۱۸۶	۳.۵.۴ کاربردهای انتگرال معین در بازرگانی و اقتصاد
۱۸۶	۱.۳.۵.۴ مازاد مصرف‌کننده
۱۹۰	۲.۳.۵.۴ مازاد تولیدکننده
۱۹۲	۳.۳.۵.۴ دریافتی در مقابل هزینه
۱۹۵	۶.۴ تمرین
۲۰۳	۵ معادلات دیفرانسیل
۲۰۳	۱.۵ مفاهیم اولیه
۲۰۷	۲.۵ معادلات دیفرانسیل مرتبه اول

۲۰۷	۱.۲.۵ معادلات دیفرانسیل جداشدنی
۲۰۸	۲.۲.۵ معادلات قابل تبدیل به معادلات جداشدنی
۲۰۸	۱.۲.۲.۵ حل معادلاتی به صورت $y' = f(ax + by + c)$
۲۱۰	۲.۲.۲.۵ حل معادلاتی به صورت $y' = f(\frac{y}{x})$
	۳.۲.۲.۵ حل معادلاتی به صورت
۲۱۲	$f(a_1x + b_1y + c_1)dx + g(a_2x + b_2y + c_2)dy = 0$
۲۱۴	۳.۵ معادله دیفرانسیل کامل
۲۱۵	۱.۳.۵ معیار کامل بودن معادله
۲۱۶	۲.۳.۵ عامل انتگرال ساز
۲۲۲	۴.۵ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه اول
۲۲۶	۵.۵ معادلات قابل تبدیل به معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول
۲۲۶	۱.۵.۵ معادله برنولی
۲۲۹	۶.۵ کاربرد معادلات دیفرانسیل مرتبه اول
۲۲۹	۱.۶.۵ مسائل هندسی
۲۳۲	۲.۶.۵ مسیرهای هم زاویه
۲۳۳	۳.۶.۵ مسیرهای متعامد
۲۳۵	۴.۶.۵ رشد و زوال
۲۳۸	۵.۶.۵ محاسبه درآمد کل بر اساس درآمد نهایی
۲۳۸	۷.۵ معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم قابل تحویل به مرتبه اول
۲۴۳	۸.۵ تمرین

به نام خدا

پیشگفتار

بدون شک ریاضیات ابزاری نیرومند برای حل مسائل، در زمینه‌های مختلف می‌باشد، به خصوص در برخی از رشته‌های علوم انسانی از جمله، مدیریت، حسابداری، اقتصاد و بازرگانی کاربردهای فراوانی دارد. بیان و حل مسائلی چون، بهینه‌سازی سود، کاهش هزینه‌های تولید و مسائلی اینچنینی، منوط به داشتن منابع معتبر، به گونه‌ای که مباحث حساب دیفرانسیل و انتگرال را به همراه مثال‌های کاربردی در زمینه‌های ذکر شده، ارائه داده باشد.

در این راستا بر آن شدیم تا مجموعه‌ای را تهیه و تدوین نمائیم به گونه‌ای که، مطابق با آخرین سرفصل مصوب شورای عالی انقلاب فرهنگی باشد، سعی شده مطالب این کتاب به صورت ساده و روان بیان شود و با آوردن مثال‌های متنوع و کاربردی، برای درک و فهم بیشتر این نوع مسائل دانشجویان عزیز را یاری رسانیم.

در خاتمه لازم می‌دانیم از مدیریت محترم انتشارات آذرباد، جناب آقای سعید احمدی در خصوص فراهم آوردن امکان چاپ این اثر، سرکار خانم مریم پاک‌نژاد که زحمت حروفچینی و صفحه‌آرایی کتاب را برعهده داشتند و همه عزیزانی که در تهیه این مجموعه ما را یاری رسانده‌اند، کمال تشکر و امتنان خود را به جا آوریم.

بی‌شک این اثر بدون اشکال نخواهد بود، لذا از همه عزیزان تقاضا داریم که با یادآوری ایرادها و ارائه پیشنهادات سازنده، ما را مرهون لطف خود سازند.

زمستان ۸۴

بدیدآورندگان