

ریاضیات مهندسی پیشرفته

جلد اول

متغیرهای مختلط و کاربردهای آن

نویسندگان:

دکتر نادر محمدی

(عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد پرند)

مهندس حمید دهقان

(عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد پرند)

سال ۱۳۹۵

سرشناسه: محمدی، نادر، ۱۳۵۳

عنوان و نام پدیدآور: ریاضیات مهندسی پیشرفته/ نویسندگان نادر محمدی، حمید دهقان

مشخصات نشر: تهران، لوح نگار، ۱۳۹۵

مشخصات ظاهری: ج. جدول، نمودار

شابک: ج. ۱، ۸۸-۰۰-۶۱۳۰-۶۰۰-۹۷۸

وضعیت فهرست نویسی: فیپا

مندرجات: ج. ۱، متغیرهای مختلط و کاربردهای آن

موضوع: ریاضیات مهندسی

موضوع: Engineering mathematics

شناسه افزوده: همقان، حمید، ۱۳۵۰

ر. بنده: شماره: ۱۳۹۵ ر ۳ م/ ۳۳۰ TA

رده بندی دیویی: ۶۲۰/۰۰۱۸۱

شماره کتابشناسی ملی: ۴۲۴۸۲۰

ریاضیات مهندسی پیشرفته

جلد اول: متغیرهای مختلط و کاربردها آن

نویسندگان: دکتر نادر محمدی- مهندس حمید دهقان

ناشر: لوح نگار

شمارگان: ۲۵۰

نوبت چاپ: اول ۱۳۹۵

قیمت: ۲۴۰۰۰ ریال

شابک: ۸۸-۰۰-۶۱۳۰-۶۰۰-۹۷۸

پیش‌گفتار

سپاس خدایی را که سخنوران در ستودن او بمانند و شماره‌کنندگان، شمردن نعمت‌های او ندانند و کوشندگان، حق او را گذاردن نتوانند. خدایی که پای اندیشه تیزگام در راه شناخت او لنگ است و سر فکرت ژرف رو به دریای معرفتش بر سنگ.

(مولای متقیان علی (ع))

با حمد و ستایش به درگاه الهی و درود بر نبی مکرم اسلام حضرت محمد مصطفی (ص) و حائنان پاکش، خداوند را شکر گذاریم که این اثر پس از تلاش چندساله‌ی مؤلفان به‌ثمر نشست.

مطالب این کتاب بر اساس نظریه‌ی توابع مختلط تحلیلی با یک متغیر در میدان اعداد مختلط به‌رشته‌ی تئوری درآمده است. مؤلفان تلاش نموده‌اند که موضوعات کتاب منطبق بر سرفصل‌های مصوب وزارت علوم، تحقیقات و فناوری کشور باشند. درعین‌حال، اگر احساس شود که برخی از بخش‌ها و فصل‌های کتاب در رشته یا گرایش خاصی موضوعیت ندارد، قابل صرف‌نظر کردن هستند.

در این کتاب، سعی زیادی جهت حل مسائل نسبتاً پیچیده در حوزه‌ی توابع مختلط شده است. درعین‌حال، تلاش شده است تا مطالب نظری به‌نسبت فزایا تا حد امکان مغفول نماند. این کتاب مشتمل بر ۴۵۰ مسئله حل شده است که به‌منظور متمایز این کتاب با سایر آثار مشابه خود است.

اعداد و توابع مختلط کاربردهای فراوانی در ریاضیات پایه، فیزیک و شاخه‌های مختلف مهندسی دارند. بسیاری از مسائل مهندسی در حوزه‌های الاستیسیته، پلاستیسیته، ترموالاستیسیته، مکانیک شکست، آئرودینامیک، انتقال حرارت، ارتعاشات سیستم‌های مکانیکی، کنترل خودکار، مدارهای الکتریکی، الکترومغناطیس، نظریه‌ی پتانسیل و غیره به کمک توابع مختلط و خواص آنها مدل‌سازی و حل می‌شوند.

در فصل اول کتاب، به معرفی اعداد مختلط و خواص آنها و همچنین، بیان منحنی‌ها و نواحی در صفحه‌ی مختلط پرداخته شده است. فصل دوم شامل معرفی توابع مختلط و خواص آنها است. در این فصل، توابع تحلیلی نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در

فصل سوم، انتگرال گیری در صفحه‌ی مختلط و قضایای کوشی مورد توجه واقع شده است. فصل چهارم به بررسی دنباله‌ها و سری‌های مختلط از جمله سری‌های تیلور و لوران پرداخته است. در این فصل، صفرها و نقاط انفراد توابع نیز بررسی شده است. در فصل پنجم، نظریه‌ی مانده‌ها و همچنین، محاسبه‌ی انتگرال‌های مختلط با استفاده از مانده‌های توابع ارائه شده است. فصل ششم شامل حل انتگرال‌های حقیقی به کمک مانده‌های توابع است. در فصل هفتم، کاربردهایی از مانده‌های تابع شامل محاسبه‌ی سری‌های نامحدود و تبدیل لابلاس معکوس ارائه شده است. در نهایت، در فصل هشتم، به بررسی نگاشت‌های مختلط پرداخته شده است.

سازمان مدیریت است که مؤلفان این کتاب به تدریس توابع مختلط و خواص آنها در درس ریاضیات مهندسی در مقطع کارشناسی و کارشناسی‌ارشد اشتغال دارند؛ به‌طوری‌که این اثر حاصل تجربه‌ی تدریس و نتیجه‌ی جزوات درسی تصحیح شده‌ی آنها است. از آنجایی‌که هر اثر جدید می‌تواند دارای اشکال باشد، مؤلفان از هرگونه پیشنهاد و نقطه‌نظر صاحب‌نظران در جهت تصحیح و پرورش آن استقبال می‌نمایند.

در پایان مراتب قدردانی و سپاس خود را به تمام افرادی که ما را در تألیف، آماده‌سازی و انتشار این کتاب یاری نمودند، تقدیم می‌نماییم. از آقای مهندس عرفان مبارک، به خاطر ترسیم کلیه‌ی شکل‌ها و نمودارهای کتاب و همچنین، از استاد ارجمند جناب آقای علی ثابت که ما را در طراحی جلد و طراحی کتاب یاری رساند، سپاسگزاریم. امید است این مجموعه مورد استفاده‌ی دانشجویان عزیز مقاطع کارشناسی و کارشناسی‌ارشد رشته‌های مهندسی و علوم قرار گیرد.

دکتر ناصر محمدی

مهندس حمید دهقان

فصل اول - اعداد و صفحه‌ی مختلط ۱

۱-۱- اعداد مختلط ۱

مجموعه‌ی اعداد مختلط ۱

قسمت‌های حقیقی و موهومی یک عدد مختلط ۳

صفحه‌ی مختلط و بردار آرگان ۳

اعمال جبری روی اعداد مختلط ۴

مزدوج یک عدد مختلط ۶

فاصله‌ی دو عدد مختلط ۷

شکل قطبی یک عدد مختلط ۷

نامساوی مثلث و بردارهای مکان ۹

توان یک عدد مختلط و فرمول دهر آبر ۱۳

شکل نمایی یک عدد مختلط ۱۵

ریشه‌های یک عدد مختلط ۲۱

۱-۲- منحنی‌ها و نواحی در صفحه‌ی مختلط ۲۸

دایره، قرص‌ها و طوق‌ها در صفحه‌ی مختلط ۲۸

خطوط و سایر شکل‌های هندسی در صفحه‌ی مختلط ۳۰

مجموعه‌ی نقاط و همسایگی در صفحه‌ی مختلط ۳۲

مجموعه‌های باز، بسته و کران‌دار ۳۲

مجموعه‌های همبند، همبند ساده و مرکب ۳۳

صفحه‌ی مختلط توسعه‌یافته ۳۴

فصل دوم - توابع مختلط و خواص آنها ۳۷

۲-۱- تابع مختلط ۳۷

تعریف توابع مختلط و نگاشت ۳۷

قسمت‌های حقیقی و موهومی یک تابع مختلط ۳۸

صفحه‌های یک تابع مختلط ۳۹

حد و پیوستگی توابع مختلط ۴۰

مشتق توابع مختلط ۴۷

معادلات کوشی - ریمان ۵۰

۵۷	۲-۲- توابع تحلیلی
۵۷	تابع تحلیلی، نقاط عادی و نقاط انفراد
۶۳	شکل مختلط معادلات کوشی - ریمان و معادله‌ی لاپلاس
۶۷	توابع هارمونیک (همساز)
۷۳	۲-۳- توابع مختلط مقدماتی
۷۳	تابع نمایی
۷۷	توابع مثلثاتی
۸۸	توابع هذلولی‌گون
۹۶	توابع مدّمة ری و شاخه‌های آن
۱۰۳	تابع لگاریتم
۱۰۸	تابع توان
۱۱۳	توابع معکوس مثلثاتی و معکوس هذلولی‌گون
۱۲۱	فصل سوم- انتگرال گیری در صفحه‌ی مختلط
۱۲۱	۱-۳- انتگرال خط
۱۲۱	مسیر انتگرال‌گیری
۱۲۳	تعریف انتگرال خط
۱۲۵	خواص انتگرال‌های خط
۱۲۵	روش پارامتری برای حل انتگرال‌های خط
۱۳۱	کرانی برای اندازه‌ی انتگرال‌های مختلط
۱۳۸	۲-۳- قضایای کوشی در انتگرال‌های مختلط
۱۳۸	قضیه‌ی کوشی برای نواحی همبند ساده
۱۴۲	نتایج قضیه‌ی کوشی
۱۵۰	قضیه‌ی کوشی برای نواحی همبند مرکب
۱۵۵	۳-۳- فرمول انتگرال کوشی
۱۵۵	فرمول انتگرال کوشی برای نواحی همبند ساده
۱۶۱	فرمول انتگرال کوشی برای نواحی همبند مرکب
۱۶۱	مشتقات توابع تحلیلی
۱۶۷	نتایج فرمول انتگرال کوشی
۱۷۷	فصل چهارم- دنباله‌ها و سری‌های مختلط
۱۷۷	۱-۴- سری‌های توانی مختلط
۱۷۷	دنباله‌های مختلط
۱۷۸	سری‌های عددی مختلط

.....	سری‌های توابع مختلط	۱۸۷
.....	سری‌های توانی مختلط	۱۸۹
.....	نمایش توابع مختلط به صورت یک سری توانی	۱۹۳
.....	۴-۲- سری تیلور	۱۹۵
.....	۴-۳- سری لوران	۲۰۹
.....	۴-۴- صفرها و نقاط انفراد توابع مختلط	۲۲۰
.....	صفرهای توابع	۲۲۰
.....	نقاط انفراد	۲۲۲
.....	فصل پنجم - مانده‌های یک تابع مختلط و محاسبه‌ی انتگرال‌های مختلط	۲۳۱
.....	۵-۱- مانده‌های تابع	۲۳۱
.....	محاسبه‌ی مانده‌های تابع با استفاده از سری لوران	۲۳۱
.....	محاسبه‌ی مانده‌ها- تابع در نقاط قطب ساده	۲۳۴
.....	محاسبه‌ی مانده‌های تابع در نقاط قطب مرتبه‌ی ۲	۲۳۵
.....	۵-۲- حل انتگرال‌های مختلط با استفاده از مانده‌ها	۲۴۲
.....	قضیه‌ی مانده‌ها	۲۴۷
.....	۵-۳- رفتار توابع در بی‌نهایت	۲۵۳
.....	مانده‌ی تابع در نقطه‌ی بی‌نهایت	۲۵۵
.....	فصل ششم - محاسبه‌ی انتگرال‌های حقیقی	۲۶۱
.....	۶-۱- انتگرال‌های معین شامل توابع سینوس و کسینوس	۲۶۱
.....	۶-۲- انتگرال‌های ناسره	۲۶۹
.....	همگرایی انتگرال‌های ناسره	۲۶۹
.....	مقدار اصلی کوشی انتگرال ناسره	۲۷۱
.....	آزمون‌های همگرایی در انتگرال‌های ناسره	۲۷۳
.....	حل انتگرال‌های ناسره با استفاده از قضیه‌ی مانده‌ها	۲۷۹
.....	لم جردن	۲۹۵
.....	توابع انتگرالده دارای قطب‌های حقیقی	۳۰۱
.....	مسیرهای انتگرال‌گیری خاص	۳۳۳
.....	مسیر مستطیلی	۳۳۳
.....	مسیر قطاع دایره	۳۷۷
.....	انتگرال‌های توابع چندمقداری	۳۸۶
.....	فصل هفتم - کاربردهایی از مانده‌های تابع	۴۰۵
.....	۷-۱- محاسبه‌ی سری‌های نامحدود با استفاده از مانده‌های تابع	۴۰۵

۴۱۹	۲-۷- کاربرد مانده‌های تابع در تبدیل لاپلاس معکوس
۴۳۱	فصل هشتم - نگاشت‌های مختلط
۴۳۱	۱-۸- نگاشت‌های توابع مقدماتی
۴۳۲	نگاشت خطی
۴۳۳	نگاشت انعکاسی
۴۴۱	نگاشت دوخطی
۴۵۱	نگاشت توانی
۴۵۵	نگاشت آینه
۴۵۶	نگاشت نمایشی
۴۵۹	نگاشت $w = \sin z$
۴۶۱	نگاشت $w = \cos z$
۴۶۲	نگاشت $w = \sinh z$
۴۶۳	نگاشت $w = \cosh z$
۴۶۴	۲-۸- نگاشت توابع خاص
۴۶۴	نگاشت ژوکوفسکی
۴۶۶	نگاشت شوارتز کریستوفل
۴۷۶	۳-۸- نگاشت‌های ترکیبی
۴۸۰	۴-۸- نگاشت همدیس
۴۸۴	۵-۸- کاربردهای نگاشت‌های همدیس
۴۸۵	معادله‌ی لاپلاس در طوق دایره‌ای شکل
۴۹۰	معادله‌ی لاپلاس در نواحی بی کران