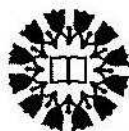


ریاضیات عالی

یوهنوال نور محمد همتا

تهران

۱۳۹۴



سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها (سمت)

مرکز تحقیق و توسعه علوم انسانی

سرشناسه: همتا، نورمحمد، ۱۳۲۹ -

عنوان و نام دبیر: آوری: ریاضیات عالی / نورمحمد همتا،

مشخصات نشر: بهران: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها (سمت)، مرکز

تحقیق و توسعه علوم انسانی، ۱۳۹۴.

مشخصات ظاهری: هشت، ۳۲۴ ص: مصور.

فروست: «سمت»: ۱۸۹۵، بین الملل: ۱۰۵، افغانستان: ۵۶.

شابک: ۰-۰۲-۰۱۵۰-۹۷۸-۶۰۰-۱۵۰۰۰۰ ریال.

وضعیت فهرست نویسی: فیبا

یادداشت: کتابنامه: ص- ۳۲۴.

موضوع: ریاضیات عالی

شناسه افزوده: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها (سمت)، مرکز تحقیق و

توسعه علوم انسانی.

رده بندی کنگره: ۱۳۹۴ ۹۵۸/۳/۴۸۳۰۳

رده بندی دیویی: ۵۱۵/۳

شماره کتابشناسی ملی: ۳۸۳۱۹۵۹

سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها (سمت)

مرکز تحقیق و توسعه علوم انسانی



ریاضیات عالی

پوهنوال نورمحمد همتا

چاپ اول: بهار ۱۳۹۴

تعداد: ۵۰۰

حروفچینی و صفحه آرای: «سمت»

چاپ و صحافی: دفتر فنی کوروش

قیمت: ۱۵۰۰۰۰ ریال. در این نوبت چاپ قیمت مذکور ثابت است و فروشنده گان و عوامل

توزیع مجاز به تغییر آن نیستند.

نشانی ساختمان مرکزی: تهران، بزرگراه جلال آل احمد، غرب پل یادگار امام (ره)،

روبه روی پمپ گاز، کد پستی ۱۴۶۳۶، تلفن ۴۴۲۴۶۲۵۰-۲.

www.samt.ac.ir

info@samt.ac.ir

هر شخص حقیقی یا حقوقی که تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه ناشر، نشر یا پخش یا عرضه یا تکثیر یا تجدید چاپ نماید، مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

سخن «سمت»

تعامل فرهنگی و تبادل علمی از بایسته‌های توسعه همه‌جانبه در جامعه امروز بشری است. شکوفایی و بالندگی ملتها جز در سایه بهره‌گیری از تجربه‌ها و دستاوردهای علمی و فرهنگی ممکن نخواهد بود.

این امر برای دو ملت بزرگ ایران و افغانستان که علاوه بر زبان، پیوندهای مشترک فرهنگی فراوان دیگری نیز دارند نمایان‌تر و چشم‌گیرتر است. از این رو سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها (سمت) وابسته به وزارت علوم، تحقیقات و فناوری جمهوری اسلامی ایران و وزارت تحصیلات عالی افغانستان بر اساس تفاهمهای به عمل آمده گامهایی را جهت همکاری در زمینه‌های پژوهش، تألیف، چاپ و نشر کتاب برای جامعه دانشگاهیان کشور افغانستان برداشته‌اند که کتاب حاضر نیز نمونه‌ای از این اقدام شایسته است.

کتاب ریاضیات عالی با مدیریت وزارت تحصیلات عالی افغانستان جهت تولید محتوا و با حمایت مادی و معنوی سازمان «سمت» منتشر شده، به دانش‌پژوهان و علاقه‌مندان تقدیم می‌گردد. ضمن سپاس از حمایت‌های ریاست محترم «سمت» جناب آقای دکتر احمد احمدی امید است این گام کوچک در اعتلای فرهنگ و دانش کشور دوست افغانستان مؤثر افتد.

معاونت بین‌الملل سازمان «سمت»

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۳	مقدمه
۵	فصل اول: سلسله‌های عددی
۵	۱-۱ سلسله‌های عددی مثبت علامه
۱۳	۱-۲ خواص سلسله‌های متقارب و متباعد
۱۸	۱-۳ شرایط لازمی و کافی تقارب سلسله‌های عددی مثبت علامه
۳۴	۱-۴ سلسله‌های عددی مختلف علامه
۴۷	۱-۵ تمرین
۵۰	فصل دوم: سلسله‌های تابعی
۵۰	۲-۱ سلسله‌های تابعی و ناحیه تقارب آنها
۵۳	۲-۲ تقارب یکنواخت (منظم) سلسله‌های تابعی
۵۷	۲-۳ خواص سلسله‌های تابعی
۶۱	۲-۴ سلسله‌های طاقت و قضیه آبل
۶۷	۲-۵ خواص سلسله‌های طاقت
۶۹	۲-۶ عملیات حسابی بالای سلسله‌های طاقت
۷۱	۲-۷ سلسله بینومی
۷۵	۲-۸ تجزیه توابع به سلسله‌های طاقت
۷۵	۲-۹ قضیه‌های اساسی درباره تجزیه توابع به سلسله طاقت و تجزیه توابع ساده
۸۰	۲-۱۰ تمرین
۸۳	فصل سوم: سلسله‌های مثلثاتی فوریه
۸۳	۳-۱ سیستم توابع متعامد مثلثاتی

- ۳-۲ تعریف سلسله مثلثاتی فوریه و قضیه دیریکله ۸۶
- ۳-۳ تجزیه توابع به سلسله مثلثاتی فوریه با دوران 2π ۹۴
- ۳-۴ تجزیه تابع در قطعه خط $[0, \pi]$ به سلسله مثلثاتی فوریه با دوران 2π ۹۹
- ۳-۵ تجزیه تابع در قطعه خط $[-1, 1]$ به سلسله مثلثاتی فوریه با دوران $T = 2l$ ، $l > 0$ ۱۰۳
- ۳-۶ تجزیه توابع در قطعه خط $[0, 1]$ به سلسله مثلثاتی فوریه با دوران $T = 2l$ ۱۰۵
- ۳-۷ تجزیه توابع در قطعه خط $[a, b]$ به سلسله مثلثاتی فوریه با دوران T ، $T > 0$ ۱۰۷
- ۳-۸ سلسله مثلثاتی فوریه با دوران T به شکل مختلط ۱۰۸
- ۳-۹ سیستمهای توابع متعامد و تعمیم سلسلههای فوریه ۱۱۱
- ۳-۱۰ فورمولهای انتگرالی فوریه ۱۱۹
- ۳-۱۱ تمرین ۱۲۹

فصل چهارم: انتگرالهای چند گانه و منحنی الخط

- ۴-۱ انتگرالهای دو گانه ۱۳۲
- ۴-۲ خواص و محاسبه انتگرالهای دو گانه ۱۳۹
- ۴-۳ موارد استعمال انتگرالهای دو گانه ۱۵۳
- ۴-۴ انتگرال سه گانه ۱۵۸
- ۴-۵ کمیات وضعیه منحنی الخط در فضا ۱۶۴
- ۴-۶ محاسبه انتگرالهای دو گانه و سه گانه در سیستم کمیات وضعیه منحنی الخط ۱۷۵
- ۴-۷ انتگرال منحنی الخط تابع و کنوری ۱۹۱
- ۴-۸ مساحت اشکال مسطح، قضیه گرین ۱۹۹
- ۴-۹ انتگرال منحنی الخط تابع سکالری ۲۱۸
- ۴-۱۰ انتگرالهای سطحی تابع و کنوری ۲۲۲
- ۴-۱۱ قضایای ستوکس و استروگراسکی - گاوس ۲۳۰
- ۴-۱۲ انتگرالهای سطحی توابع سکالری ۲۴۵
- ۴-۱۳ تمرین ۲۵۱

فصل پنجم: آنالیز و کنوری

- ۵-۱ مساحت سکالری و و کنوری ۲۵۸
- ۲۵۸

۲۶۷

۵-۲ گرا دینیت

۲۷۷

۵-۳ دایور جنت

۲۸۹

۵-۴ روتور

۳۰۲

۵-۵ عملیات و کتور - دیفرانسیل ترتیب دوم

۳۱۹

۵-۶ تمرین

۳۲۴

منابع

www.ketab.ir

پیشگفتار

مضمون ریاضیات عالی در جمله سایر مضامین شامل پروگرام درسی پوهنتون پولی تخنیک کابل از اهمیت بسزایی برخوردار می‌باشد. کمبود کتب درسی و مد درسی به زبانهای ملی کشور، تدریس و آموزش این مضمون را در مؤسسات تحصیلی مشکل‌تر ساخته است، بناءً لازم است تا بخشهای مختلف مضمون ریاضیات عالی مؤسسات تحصیلی به قسمی طرح‌ریزی شوند که با نیازمندیهای موجود و آینده دانشجویان هماهنگ باشد، روی همین مصلحت تألیف این کتاب درسی برای محصلین پوهنتون پولی تخنیک در نظر گرفته شد.

مطالب این کتاب که در پنج فصل گنجانیده شده است، بخشهای عمده و مبرم ریاضیات عالی چون سلسله‌های عددی، سلسله‌های تابعی، سلسله‌های فوریه و انتگرالهای فوریه، انتگرالهای دو گانه، سه گانه و منحنی الخط و آنالیز وکتوری را احتوا می‌کند. این کتاب ماحصل تلاشهای پیوسته و اندوخته‌های مؤلف طی بیشتر از بیست سال تدریس در پوهنتون پولی تخنیک می‌باشد. در تألیف کتاب سعی به عمل آمده تا موضوعات به طور واضح طرح و با مثالهای گوناگون توضیح شده باشد.

وظیفه خود می‌دانم تا از برادران محترم: پوهنوال دکتور محمدانور غوری و پوهندوی دکتور عبدالوکیل خلیلی که با قبول زحمات در تصحیح این کتاب یاری رسانیده‌اند اظهار شکران نمایم. همچنان از اساتید عالی مقام هر یک پوهاند دکتور سید قیوم شاه باور، پوهاند عبدالظاهر ستانیری، پوهنوال جوړه محمد قربانی استادان پوهنحی ساینس پوهنتون کابل، پوهنوال غلام سنای سنای استاد پوهنتون تعلیم و

تربیه، پوهاند دکتور غلام صدیق محبی، پوهنوال دکتور محمد اعظم نیوش استادان پوهنتون پولی تخنیک کابل شکرگزارم که ضمن مشوره‌های سالم، سودمند و علمی در تدوین این کتاب همکاری کرده و به منظور نشر آن تقریظ مساعد داده‌اند. در مقابل زحمات و همکاریهای استادان معظم از خداوند متعال اجر جمیل برای آنها تمنا دارم.

نور محمد همتا

www.ketab.ir

مقدمه

ریاضیات، زبان طبیعت و علوم طبیعی است، لذا برای فراگیری علوم طبیعی، خصوصاً علوم تخنیکی دانستن و فهم بخشهای معین ریاضیات ابتدایی و عالی ضروری است. آنالیز ریاضی من حیث یکی از بخشهای عمده ریاضیات معاصر از ارزش و اهمیت خاصی برخوردار بوده، ساحه تطبیقی و کاربرد آن در عرصه‌های مختلفی از علوم طبیعی، تخنیک و صنعت مشهود و ملموس است. بناءً تعلیم و آموزش قسمتهای معین ریاضیات عالی به‌ویژه آنالیز ریاضی در مؤسسات تحصیلی برای تربیه کادرهای انجینیری حتمی پنداشته می‌شود.

هدف از تألیف این کتاب درسی (آنالیز ریاضی) ارایه معلومات معین و کافی برای دانشجویان رشته‌های مختلف دوره‌های تحصیلی لسانس و ماستری پولی تخنیک کابل به طور خاص و سایر مؤسسات تحصیلات عالی به طور عام می‌باشد که بخشهای این کتاب را شامل می‌گردد.

عقیده مؤلف بر آن است که شیوه تفهیم ریاضیات عالی به استفاده از مسایل متنوع فزیک، مشکل‌تر از تفهیم آن به روشهای ریاضی برای دانشجویان می‌باشد. به این سبب در تدوین این کتاب از میتود و شیوه‌های تفهیم ریاضی بیشتر کار گرفته شده است.

این کتاب ماحصل و متمم یک سلسله تلاشها و زحمات مؤلف است که در طی بیش از بیست سال تلاش در پولی تخنیک کابل تهیه شده است. تألیف این کتاب طوری است که خواننده آن باید دانش نسبتاً خوبی از ریاضیات عالی داشته و در نتیجه با مباحثی از ریاضیات عالی نظیر هندسه تحلیلی و فضایی، الجبر و کتوری، لیمت و مشتقات ساده توابع یک‌متحوله مشتقات قسمی و دیفرانسیل کلی توابع

چندین متحوله و انتگرال گیری توابع ساده آشنایی داشته باشد. مباحث عمده و اساسی این کتاب را کورسهای از ریاضیات عالی در پنج فصل احتوا می نماید.

فصل اول کتاب شامل سلسله های عددی مثبت علامه و مختلف علامه، شرایط لازمی و کافی تقارب آنها می باشد.

فصل دوم سلسله های تابعی و طاقت دار، خواص و نواحی تقارب آنها و تجزیه توابع به آنها را دربر می گیرد.

فصل سوم از سلسله های مثلثاتی فوریه، شرایط تجزیه توابع به سلسله مثلثاتی فوریه، تعمیم سلسله های مثلثاتی فوریه و انتگرالهای فوریه بحث می کند.

فصل چهارم برای توضیح انتگرالهای مکرر، منحنی الخط و انتگرالهای سطحی کار گرفته شده است.

بالاخره فصل پنجم شرحی دارد از آنالیز وکتوری، یعنی ساحات سکالری و وکتوری، گرادیانت، دیورجنت و روتور آنها، همچنان عملیات وکتور - دیفرانسیلی ترتیب دوم بالای آنها.

در تألیف کتاب پروگرام درسی کورس ریاضیات عالی صنوف دوم پوهنچهای سه گانه، بولی تخنیک کابل مد نظر بوده، سعی به عمل آمده است تا موضوعات با در نظر داشت سلسله مراتب آنها سلیس و روان تشریح، توضیح و ثبوت گردند، به قسمی که ثبوت و توضیح برخی از مفاهیم این کتاب را در کتب مماثل آن نمی توان یافت. با وجود اینکه هر بخشی از متون کتاب با مثالهای مشخص توضیح داده شده، در اخیر هر فصل تعداد سؤالات به منظور تمرین دانش آموزان جا داده شده است.

در فرجام مؤلف آرزومند است تا این کتاب سر آغاز خوبی برای تألیفات بعدی توسط اساتید معظم و پژوهشگران محترم در مؤسسات تحصیلات عالی کشور گردد.

از خوانندگان محترم صمیمانه آرزو برده می شود تا اشتباهات احتمالی در متن و پیشنهاد سالم خود را به منظور تصحیح و تکمیل بعدی این کتاب با مؤلف در میان گذارند.