



دانشگاه پیام نور

تاریخ و فلسفه ریاضی

(رشته ریاضیات و کاربردها)

www.ketab.ir

دکتر محمدحسن بیژن زاده

دکتر خدیجه احمدی آملی

سرشناسه	:	احمدی آملی، خدیجه، ۱۳۴۵ -
عنوان و نام پدید آور	:	تاریخ و فلسفه ریاضیات/ خدیجه احمدی آملی، محمد حسن بیژن زاده؛ ویراستار محمد چایچی رقیمی.
مشخصات نشر	:	تهران: دانشگاه پیام نور، ۱۳۹۱.
مشخصات ظاهری	:	دوازده، ۲۳۲ ص.
فروست	:	دانشگاه پیام نور؛ ۱۸۹۶؛ گروه ریاضی؛ ۱/۱۲۵.
شابک	:	9 - 941 - 387 - 964 - 978
وضعیت فهرست نویسی	:	فیا.
یادداشت	:	کتابنامه.
موضوع	:	ریاضیات - تاریخ - آموزش برنامه ای.
موضوع	:	ریاضیات - فلسفه - آموزش برنامه ای.
شناسه افزوده	:	بیژن زاده، محمد حسن، ۱۳۲۵ -
شناسه افزوده	:	چایچی، محمد، ۱۳۴۰ - ویراستار
شناسه افزوده	:	دانشگاه پیام نور.
رده بندی کنگره	:	۱۳۹۱ ت۲ ۱۳ الف/ QA۲۱
رده بندی دیویی	:	۵۱۰/۹۰۷
شماره کتابشناسی ملی	:	۲۹۰۸۵۳۱



تاریخ و فلسفه ریاضیات

مؤلفان: دکتر خدیجه احمدی آملی - دکتر محمد حسن بیژن زاده

ویراستار علمی: دکتر محمد چایچی رقیمی

تهیه و تولید: مدیریت تولید محتوا و تجهیزات آموزشی

لیتوگرافی، چاپ و صحافی: مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه پیام نور

شمارگان: ۳۰۰۰ نسخه

نوبت و تاریخ چاپ: چاپ اول آذر ۱۳۹۲

شابک: ۹ - ۹۴۱ - ۳۸۷ - ۹۶۴ - ۹۷۸

ISBN: 978 - 964 - 387 - 941 - 9

فروش این کتاب فقط از طریق نمایندگی‌های دانشگاه پیام نور مجاز می باشد و فروش

آن در سایر مراکز فروش کتاب موجب تعقیب قانونی فروشنده خواهد گردید

(کلیه حقوق نشر اعم از چاپی، الکترونیکی، تصویری، صوتی و اینترنتی برای دانشگاه پیام نور محفوظ است)

قیمت: ۶۱۰۰۰ ریال

بسم الله الرحمن الرحيم

پیشگفتار ناشر

کتاب‌های دانشگاه پیام نور حسب مورد و با توجه به شرایط مختلف یک درس در یک یا چند رشته دانشگاهی، به صورت کتاب درسی، متن آزمایشگاهی، فرادرسی، و کمک‌درسی چاپ می‌شوند.

کتاب درسی ثمره کوشش‌های علمی صاحب اثر است که براساس نیازهای درسی دانشجویان و سرفصل‌های مصوب تهیه و پس از داوری علمی، طراحی آموزشی، و ویرایش علمی در گروه‌های علمی و آموزشی، به چاپ می‌رسد. پس از چاپ ویرایش اول اثر، با نظرخواهی‌ها و داوری علمی مجدد و با دریافت نظرهای اصلاحی و متناسب با پیشرفت علوم و فناوری، صاحب اثر در کتاب تجدیدنظر می‌کند و ویرایش جدید کتاب با اعمال ویرایش زبانی و صوری جدید چاپ می‌شود.

متن آزمایشگاهی (م) راهنمایی است که دانشجویان با استفاده از آن و کمک استاد، کارهای عملی و آزمایشگاهی را انجام می‌دهند.

کتاب‌های فرادرسی (ف) و کمک‌درسی (ک) به منظور غنی‌تر کردن منابع درسی دانشگاهی تهیه و بر روی لوح فشرده تکثیر می‌شوند و یا در وبگاه دانشگاه فرارمی‌گیرند.

مدیریت تولید محتوا و تجهیزات آموزشی

فهرست

نه	پیشگفتار
یازده	مقدمه
۱	فصل اول. آشنایی با هرخی ریاضی دانان ایرانی
۱	۱-۱ مقدمه
۲	۲-۱ ابوجعفر محمد بن موسی خوارزمی
۴	۳-۱ ابوسعید احمد بن عبد الجلیل سجری
۵	۴-۱ ابوریحان محمد بن احمد بیرونی
۸	۵-۱ ابوبکر بن محمد بن حسین یا حسن کرخی
۹	۶-۱ غیاث الدین جمشید کاشانی
۱۴	۷-۱ غیاث الدین ابوالفتح عمر بن ابراهیم خیام نیشابوری
۱۷	۸-۱ خواجه نصیرالدین طوسی
۱۹	۹-۱ احمد بیرشک
۲۰	۱۰-۱ پروفیسور محسن هشترودی
۲۲	۱۱-۱ دکتر غلامحسین مصاحب
۲۴	۱۲-۱ سؤالات تستی فصل اول
۲۵	فصل دوم. نمادها و دستگاه‌های اولیه اعداد
۲۶	۱-۲ شمارش ابتدایی
۲۶	۲-۱-۱ درک اعداد
۲۸	۲-۱-۲ شکاف‌ها به عنوان علائم چوب‌خطی
۳۱	۳-۱-۲ کیپوس پرویی: گره‌ها در حکم اعداد
۳۵	۲-۲ ثبت اعداد مصری و یونانی
۳۵	۲-۲-۱ نمایش تصویری اعداد (خط هیروگلیف)
۳۹	۲-۲-۲ شمارش مقدس مصریان
۴۱	۳-۲-۲ دستگاه شمارش الفبایی یونانی
۴۳	۳-۲ مسائل
۴۸	۴-۲ ثبت عددی بابلیان
۴۸	۴-۲-۱ الفبای خط میخی بابلیان

۵۰ ۲-۴-۲ دستگاه شمارش ارزش مکانی بابلیان

۵۵ ۵-۲ مسائل

۵۵ ۲-۶ سؤالات تستی فصل دوم

۵۷ فصل سوم. ریاضیات در تمدن‌های نخستین

۵۸ ۱-۳ پاپيروس رابند

۵۸ ۳-۱-۱ پاپيروس ریاضیات مصری

۶۰ ۳-۲ حساب مصری

۶۰ ۳-۲-۱ ضرب مصری باستان

۶۴ ۳-۲-۲ جدول کسر واحد

۶۷ ۳-۳ چهار مسئله از پاپيروس رابند

۶۷ ۳-۳-۱ روش جاگذاری کاذب

۷۰ ۳-۳-۲ یک مسئله کنجکاوانه

۷۳ ۳-۴ مسائل

۷۵ ۳-۵ هندسه مصری

۷۵ ۳-۵-۱ تخمین مساحت دایره

۷۸ ۳-۵-۲ حجم هرم بریده

۷۹ ۳-۵-۳ حدس و گمان‌ها در مورد هرم بزرگ

۸۳ ۳-۶ مسائل

۸۵ ۳-۷ معادلات جبری و ریاضیات بابلی

۸۶ ۳-۷-۱ برخورد بابلیان با معادله درجه دوم

۹۳ ۳-۷-۲ جبر و مقابله

۹۴ ۳-۷-۳ خوارزمی و پیدایش علم جبر

۹۶ ۳-۷-۴ خیام و جبر

۹۶ ۳-۷-۵ شرف‌الدین طوسی و دنباله کار خیام

۹۷ ۳-۷-۶ جبر پس از شرف‌الدین طوسی

۹۷ ۳-۸ مسائل

۹۹ ۳-۹ کاربرد بابلیان از قضیه فیثاغورس

۱۰۰ ۳-۱۰ مسائل

۱۰۲ ۳-۱۱ سؤالات تستی فصل سوم

۱۰۵ فصل چهارم. آغاز ریاضیات یونانی

۱۰۶ ۴-۱ یافته‌های هندسی تالس

۱۰۶ ۴-۱-۱ یونان و منطقه اژه

۱۰۸ ۴-۱-۲ طلوع هندسه اثباتی: تالس از میلوس

۱۱۰ ۴-۱-۳ محاسبات با استفاده از هندسه

۱۱۱ ۴-۲ ریاضیات فیثاغورسی

۱۱۱ ۴-۲-۱ فیثاغورس و پیروانش

۱۱۳ ۴-۳ مسئله فیثاغورسی

۱۱۳	۴-۳-۱ اثبات‌های هندسی قضیه فیثاغورس
۱۱۴	۴-۳-۲ راه‌حل‌های اولیه معادله فیثاغورس
۱۱۷	۴-۴ مسائل
۱۱۸	۴-۵ کشف اعداد گنگ و اولین بحران صبا‌ی ریاضیات
۱۲۵	۴-۶ مسائل
۱۲۵	۴-۷ سه مسئله ساختاری دنیای باستان
۱۲۵	۴-۷-۱ بقراط و تربیع دایره
۱۲۹	۴-۷-۲ تضعیف مکعب
۱۳۱	۴-۷-۳ تثلیث یک زاویه
۱۳۲	۴-۷-۴ خیام و نظریه هندسی معادلات درجه سوم
۱۳۴	۴-۸ مسائل
۱۳۸	۴-۹ سؤالات تستی فصل چهارم
۱۳۹	فصل پنجم. مکتب اسکندریه: اقلیدس
۱۴۰	۵-۱ اقلیدس و اصول
۱۴۰	۵-۱-۱ مرکز فراگیری: موزه
۱۴۱	۵-۱-۲ زندگی و مکتوبات اقلیدس
۱۴۲	۵-۲ هندسه اقلیدسی
۱۴۲	۵-۲-۱ اصول اقلیدس برای هندسه
۱۴۷	۵-۳ نظریه اعداد اقلیدسی
۱۴۷	۵-۳-۱ خواص بخش‌پذیری اقلیدسی
۱۴۹	۵-۳-۲ الگوریتم اقلیدسی
۱۵۰	۵-۳-۳ قضیه اساسی حساب
۱۵۱	۵-۳-۴ مجموعه‌ی نامتناهی از اعداد اول
۱۵۲	۵-۴ مسائل
۱۵۶	۵-۵ هندسه در جهان اسلام
۱۵۶	۵-۵-۱ عصر ترجمه
۱۵۷	۵-۵-۲ عصر خلاقیت
۱۵۹	۵-۶ ارزیابی اصول
۱۶۲	۵-۷ ارشمیدس
۱۶۲	۵-۷-۱ نابغه دنیای باستان
۱۶۵	۵-۷-۲ تخمین مقدار π
۱۷۰	۵-۸ مسائل
۱۷۱	۵-۹ سؤالات تستی فصل پنجم
۱۷۳	فصل ششم. روش جدید ریاضی
۱۷۴	۶-۱ تبیین روش جدید ریاضی
۱۷۶	۶-۲ الگوی تئوری‌های منطقی
۱۸۱	۶-۳ مثالی ساده از شاخه‌ای از ریاضیات

۱۸۳	۱-۳-۶ کاربرد ۱ (در شجره‌شناسی)
۱۸۴	۲-۳-۶ کاربرد ۲ (هندسی)
۱۸۵۰	۳-۳-۶ کاربرد ۳ (حسابی)
۱۸۵	۴-۶ ویژگی‌های مجموعه‌های بنداستی
۱۸۶	۱-۴-۶ هم‌ارزی
۱۸۸	۲-۴-۶ سازگاری
۱۹۱	۳-۴-۶ استقلال و تمامیت
۱۹۳	۴-۴-۶ تبصره
۱۹۴	۵-۴-۶ تمامیت
۱۹۵	۵-۶ خلاصه فصل
۱۹۶	۶-۶ مسائل
۲۰۲	۷-۶ سؤالات تستی فصل ششم
۲۰۳	فصل هفتم. منطق نمادی
۲۰۴	۱-۷ تاریخچه مختصر منطق نمادی
۲۰۶	۲-۷ ترکیبات گزاره‌ای
۲۱۱	۳-۷ حساب گزاره‌ها
۲۱۳	۱-۳-۷ عبارت‌های اولیه
۲۱۳	۲-۳-۷ بنداشت‌ها یا اتحادهای اولیه
۲۱۴	۳-۳-۷ قواعد استنتاج قضیه‌ها یا اتحادها ی ثانویه
۲۲۱	۴-۷ منطق‌های چندارزشی
۲۲۸	۵-۷ خلاصه فصل
۲۲۸	۶-۷ مسائل
۲۳۱	۷-۷ سؤالات تستی فصل هفتم
۲۳۳	

منابع

پیشگفتار

تاریخ هر علم سرگذشت پیچیدگی و تکامل آن علم است؛ تکاملی که در بستر زمان و توسط تمدن‌های بشر اتفاق افتاده است. ریاضیات به عنوان یک دانش بشری همزمان با رشد و توسعه تمدن‌ها و به دلیل نیاز به آن گسترش یافته است. اما این گسترش با چالش‌هایی مواجه بوده است. برای نمونه وقتی فیثاغورسیان موفق به کشف اعداد گنگ شدند، بحرانی در مبانی ریاضیات آنان پدید آمد که در تاریخ به عنوان بحران اول مبانی ریاضیات مشهور است. کوشش برای درک بهتر این بحران در حوزه فلسفه ریاضیات است. در واقع تحلیل مبانی هر علم یکی از اموری است که فلسفه هر علم بدان می‌پردازد.

در کتاب حاضر به توضیح و تشریح روند تاریخی توسعه و تکامل ریاضیات، به ویژه در ایران و تمدن‌های نخستین پرداخته شده است. بررسی و تحلیل تاریخی ریاضیات براساس کاوش‌های باستانی انجام گرفته است که عمده‌تاً در حوزه‌های مصر باستان، بین‌النهرین، یونان باستان، ایران و عراق به وقوع پیوسته است. تاریخ ریاضیات در ایران دارای پیشینه‌ای بسیار غنی است. ریاضی‌دانانی چون خوارزمی، غیاث‌الدین جمشید کاشانی به همراه آثار ارزشمندشان نقش عمده‌ای در تاریخ و فلسفه ریاضی داشته‌اند. در انتها روش جدید ریاضی و مدل‌هایی از مجموعه‌های بنداشتی را توصیف کرده و با منطق نمادی که همان منطق ریاضی است آشنا می‌شویم.

از آنجا که یکی از مهم‌ترین ابزارهای آموزشی در رشته ریاضیات حل مسئله است، سعی بر آن شده که در خاتمه هر فصل مسائل متنوع و وابسته‌ای به آن درس آورده شود تا بدین‌وسیله درس برای دانشجویان پرمعنی‌تر و ملموس‌تر گردد.

امیدواریم این تلاش کوچک به توسعه و تعالی بیشتر ریاضیات در کشور عزیزمان و آشنایی هر چه بیشتر دانشجویان با دانشمندان ایرانی و مسلمان بیانجامد. از دانشجویان و مدرسین محترم دانشگاه خواهشمند است ما را از نظرات و پیشنهادات خود محروم نسازند.

دکتر خدیجه احمدی آملی - دکتر محمدحسن بیژن‌زاده

تابستان ۱۳۹۲

www.ketab.ir

مقدمه.

درس تاریخ و فلسفه ریاضی یکی از دروس کارشناسی رشته ریاضیات و کاربردها و نیز یکی از دروس کارشناسی ناپیوسته آموزش ریاضی در دانشگاه پیام نور است. از آنجا که در این دانشگاه برای هر ماده درسی داشتن حداقل یک منبع آموزشی از الزامات است، کتاب حاضر در راستای پاسخ گویی به این نیاز به رشته تحریر درآمده است. با این حال مطالعه و تحصیل این درس را به کلیه دانش دوستان ریاضی و دانشجویان سایر گرایش های دانشگاهی توصیه کرده چرا که آشنایی با تاریخ و فلسفه ریاضی به شکوفایی بیشتر دیدگاه آنان نسبت به ریاضیات کمک کرده که قطعاً در مطالعه و پژوهش های بعدی آنان مؤثر خواهد بود.

کتاب حاضر مشتمل بر هفت فصل است. از آنجا که در کشور ایران ریاضی دانان و دانشمندان بسیاری در توسعه و پیشرفت ریاضی نقش بسزایی داشته اند، فصل اول را به معرفی تعدادی از ریاضی دانان معروف ایرانی از جمله خوارزمی و غیاث الدین جمشید کاشانی و بیان آثار و افتخار آفرینی های آنان اختصاص داده ایم. هرچند که در یک فصل معرفی تمامی آنان نمی گنجد.

در فصل دوم به تشریح دستگاه های عددنویسی در تمدن های مصر و یونان پرداخته ایم چرا که معتقدیم ریاضیات برای حل مشکلات کاربردی از قبیل شمارش و ثبت اعداد آغاز شده است. به گفته ی انسان شناسان، به زحمت می توان فرهنگی هر چند ابتدایی را یافت که از اعداد آگاهی نداشته باشد.

فصل سوم به ریاضیات در تمدن‌های نخستین اختصاص دارد. براساس بیشتر نظرات، به‌خصوص به گفته‌ی ارسطو علوم ریاضی و هندسه از همسایگی مصر سرچشمه گرفته است. زیرا چشمگیرترین پیشرفت‌های ریاضی را در آثار باستانی مصر از قبیل پاپیروس رابند می‌توان یافت. اندازه‌گیری زمین‌ها در مصر به دلیل طغیان‌های رود نیل و نابودی مرزهای بین املاک مصریان انگیزه‌ای برای پیشرفت هندسه در آنجا بوده است. در این فصل به پیدایش علم جبر به توسط خوارزمی می‌پردازیم.

در فصل چهارم به ریاضیات یونانی می‌پردازیم. یونانیان با تلاش‌های خود، ریاضیات را به علمی دقیق‌تر، انتزاعی‌تر و منطقی‌تر از آنچه پیش‌تر بود، مبدل کردند. در این دوره محاسبات با استفاده از هندسه از جمله تلاش‌های مؤثر تالس و فیثاغورس بوده است. در این فصل علاوه بر بررسی اولین بحران مبانی ریاضیات که براساس کشف اعداد گنگ به‌وجود آمد، به معرفی سه مسئله تربیع دایره، تضعیف مکعب و تثلیث زاویه می‌پردازیم. در این خصوص تلاش‌های ریاضی‌دانانی از قبیل بقراط مطرح خواهد شد. در انتها به تلاش‌های خیام و نظریه هندسی معادلات درجه سوم به توسط او اشاره خواهیم کرد.

فصل پنجم به مکتوبات اقلیدس و مبانی هندسه او اختصاص دارد. کسی که با به‌جای گزاردن کتاب معروف خود، مسیر ریاضیات را برای قرن‌های متعدد تعیین کرد. مطالبی درخصوص بخش‌پذیری اعداد، الگوریتم تقسیم و قضیه اساسی حساب از جمله مطالبی است که در این فصل به آن‌ها پرداخته‌ایم. در ادامه این فصل نقد و بررسی اصول اقلیدس از دیدگاه فلسفه ریاضی به کنکاش می‌پردازیم. در خاتمه به بحث درخصوص هندسه در جهان اسلام خواهیم پرداخت.

فصل ششم به توضیح روش جدید ریاضی، روش‌های قیاسی و استنتاجی می‌پردازیم. چهار ویژگی اصلی مجموعه‌های بنیادینی، هم‌ارزی، سازگاری، استقلال و تمامیت را مورد بحث و بررسی قرار می‌دهیم. هر شاخه از ریاضیات را که بیه روش قیاسی و استنتاجی پایه‌گذاری شده باشد یک نظریه منطقی نامیده می‌شود.

فصل هفتم اختصاص به منطق نمادی دارد. این علم، همان منطق ریاضی است. در این فصل با منطق‌های چندارزشی آشنا می‌شویم و برای این منظور مختصری درخصوص حساب گزاره‌ها و قواعد استنتاج شرح خواهیم داد.