

حساب دیفرانسیل و انتگرال

ریاضی عمومی (M-G)

تالیف

میرمفانر عمومی

دکتری ریاضی در بخش انفورماتیک از دانشگاه علوم پاریس

بهرروز پارسا مقدم

دکتری ریاضی کاربردی از دانشگاه گیلان

انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان

۱۳۹۲

سرشناسه	: معصومی، میرمظفر، ۱۳۱۰-
عنوان و نام پدیدآور	: حساب دیفرانسیل و انتگرال ریاضی عمومی (M-G) // تالیف میرمظفر معصومی، بهروز پارسامقدم.
مشخصات نشر	: لاهیجان : دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لاهیجان، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	: ۱۵۱ص..
شابک	: 978-964-10-2572-6
وضعیت فهرست نویسی	: قیفا
یادداشت	: کتابنامه.
موضوع	: حساب دیفرانسیل
موضوع	: حساب انتگرال
شناسه افزودن	: پارسا مقدم، بهروز، ۱۳۵۵ -
شناسه افزوده	: دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لاهیجان
رده بندی کنگ	: ۱۳۹۲ ۵۷۴/م۶۵۰۳/۵۸۳
رده بندی دیویی	: ۵۱۵
شماره کتابشناسی ملی	: ۲۳۷۲۴۹۹

عنوان کتاب: حساب دیفرانسیل و انتگرال ریاضی عمومی (M-G)

مؤلفان: میرمظفر معصومی و بهروز پارسامقدم

طرح جلد: مهرزاد الماسی	حروفچینی: سپیده صابری
نوبت چاپ: اول	سال چاپ: ۱۳۹۲
تعداد صفحات: ۱۵۱	تیراژ: ۲۰۰۰
	ناشر: دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لاهیجان
	شماره شابک: ۶-۲۵۷۲-۱۰-۹۶۴-۲۸
بها: ۱۰۰/۰۰۰ ریال	

مرکز پخش: دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان- تلفن: ۰۱۴۱۲۲۳۹۰۵۳

آدرس: لاهیجان، انتهای کوی شقایق، مجتمع دانشگاه آزاد، ص. پ. ۱۶۱۶

کلیه حقوق قانونی و شرعی برای مؤلف و ناشر محفوظ می‌باشد و هیچ شخص حقیقی یا حقوقی حق تکثیر تمام یا قسمتی از این اثر را نداشته و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار خواهند گرفت.

فهرست مطالب

پیش‌گفتار.....ز

فصل ۱ مقدمه‌ای بر نظریه مجموعه‌ها

- ۱-۱. مفهوم مجموعه ۱
- ۲-۱. استلزام ۲
- ۳-۱. سورها ۳
- ۴-۱. مجموعه‌های خاص ۴
- ۵-۱. تعریف زوج و مب ۵
- ۶-۱. حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه ۵
- ۷-۱. فاصله (بازه) روی یک مجموعه ۵
- ۸-۱. مجموعه اعداد مختلط ۶
- ۹-۱. تساوی دو عدد مختلط ۶
- ۱۰-۱. جمع، ضرب و تقسیم در اعداد مختلط ۶
- ۱۱-۱. صورت مثلثاتی اعداد مختلط ۷
- ۱۲-۱. ضرب و تقسیم اعداد مختلط به صورت مثلث ۷
- ۱۳-۱. توان n ام و ریشه‌ی n ام اعداد مختلط ۷
- تمرین ۱-۱ ۸

فصل ۲ دنباله‌ها و سری‌ها

- ۱-۲. تعریف دنباله عددی ۱۱
- ۲-۲. همگرایی و واگرایی دنباله‌ها ۱۱
- ۳-۲. تعریف سری ۱۲
- تمرین ۱-۲ ۱۳
- ۴-۲. همگرایی و واگرایی سری‌ها ۱۳
- ۵-۲. سری حسابی و سری هندسی ۱۴
- تمرین ۲-۲ ۱۵
- ۶-۲. قضیه: شرط لازم همگرایی ۱۶
- ۷-۲. بررسی سری ریمن ۱۷
- ۸-۲. سری‌ها با جمله‌های مثبت ۱۸
- ۹-۲. تبصره ۱۸
- ۱۰-۲. قضیه: مقایسه دو سری با جمله‌های مثبت ۱۸
- تمرین ۳-۲ ۱۹

۲۰	۱۱-۲. قضیه دالامبر برای سری‌های مثبت
۲۱	۱۲-۲. قضیه کشی
۲۲	تمرین ۴-۲
۲۲	۱۳-۲. سری‌های متناوب
۲۳	۱۴-۲. قضیه
۲۴	تمرین ۵-۲
۲۵	۱۵-۲. فاصله همگرایی
۲۵	تمرین ۶-۲

فصل ۳ دیدگاه اجمالی به ماتریس و دترمینان

۲۷	۱-۳. ماتریس
۲۷	۲-۳. خاصیت ماتریس
۲۷	۱-۳. تساوی ماتریس
۲۸	۲-۳. جمع دو ماتریس
۲۸	۳-۲-۳. ضرب یک اسکالر با یک ماتریس
۲۸	۴-۲-۳. ضرب دو ماتریس
۲۹	۵-۲-۳. ماتریس مربع
۲۹	۳-۳. ترانسیپوز (ترانهاده) ماتریس
۳۰	۴-۳. دترمینان ماتریس
۳۰	۵-۳. خواص دترمینان
۳۱	۶-۳. حاصل ضرب دو دترمینان
۳۱	۷-۳. ماتریس معکوس
۳۱	۱-۷-۳. پیدا کردن معکوس یک ماتریس مربع
۳۲	۸-۳. ماتریس متقارن
۳۲	۹-۳. ماتریس پاد متقارن
۳۳	۱۰-۳. حل دستگاه n معادله و n مجهولی از درجه اول خطی
۳۳	۱-۱۰-۳. روش دترمینان
۳۴	۲-۱۰-۳. روش ماتریس
۳۵	۱۱-۳. مقادیر ویژه، بردارهای ویژه و قطر کردن ماتریس
۳۷	۱۲-۳. کاربرد
۳۸	تمرین ۱-۳

فصل ۴ تابع‌های مثلثاتی، نمایی و لگاریتم و معکوس آنها در مجموعه اعداد حقیقی

۴۱	۱-۴. مفهوم تابع
۴۲	۲-۴. خواص یک تابع عددی

۴۲	۱-۲-۴. توابع زوج و فرد
۴۲	۳-۴. توابع چند ضابطه‌ای
۴۲	تمرین ۱-۴
۴۳	۴-۴. تناوب
۴۳	۵-۴. یکنوایی تابع
۴۴	۶-۴. نمودارهای x و y
۴۵	۷-۴. تبصره
۴۶	۸-۴. مشتق توابع
۴۶	۱-۸-۴. مشتق تابع در یک نقطه
۴۷	۲-۸-۴. مشتق روی یک فاصله
۴۸	۹-۴. جدول مشتق توابع جبری و مثلثاتی
۴۸	۱۰-۴. دیفرانسیل تابع
۴۹	۱۱-۴. تابع معکوس (وارون)
۵۱	۱۲-۴. تابع‌های معکوس (وارون) تابع‌های مثلثاتی
۵۳	۱۳-۴. مشتق توابع معکوس (وارون) مثلثاتی
۵۴	۱۴-۴. لگاریتم
۵۴	۱۵-۴. خواص لگاریتم
۵۵	۱۶-۴. تابع لگاریتمی
۵۶	۱۷-۴. تابع نمایی
۵۷	۱۸-۴. مشتق توابع نمایی
۵۸	۱۹-۴. صورت‌های مبهم
۵۸	۲۰-۴. لم
۵۹	۲۱-۴. توابع هذلولی
۶۱	۲۲-۴. تبصره
۶۱	۲۳-۴. دو جمله‌ای خیام نیوتن
۶۲	۲۳-۴. مثلث خیام پاسکال
۶۲	۲۵-۴. مشتق‌های مرتبه‌ی بالاتر
۶۲	۲۶-۴. فرمول لایپ‌نیتز «مشتق n ام حاصل ضرب دو تابع»
۶۳	۲۷-۴. نقاط اکسترمم (ماکزیمم و مینیمم نسبی) یک تابع حقیقی
۶۴	تمرین ۲-۴

فصل ۵ توابع‌های اولیه (انتگرال نامعین)

۶۷	۱-۵. تعریف
۶۸	۲-۵. محاسبه انتگرال‌های توان‌های زوج $\sin mx$ و $\cos mx$
۶۹	۳-۵. محاسبه انتگرال‌های توان‌های فرد $\sin mx$ و $\cos mx$
۶۹	۴-۵. محاسبه انتگرال‌های توان زوج یا فرد $\tan x$

۷۰	۵-۵. انتگرال کسرهای گویا
۷۰	۶-۵. عوامل اول
۷۰	۷-۵. محاسبه انتگرال کسرهای گویا در حالت اول
۷۱	۸-۵. محاسبه انتگرال کسرهای گویا در حالت دوم
۷۲	۹-۵. محاسبه انتگرال به روش جزء به جزء
۷۲	۱۰-۵. تغییر متغیر در انتگرال‌های نامعین
۷۴	۱۱-۵. کاربرد انتگرال‌های معین
۷۶	۱۲-۵. مساحت سطح محصور بین دو منحنی
۷۷	۱۳-۵. حجم دوار
۷۸	تمرین ۱-۵

فصل ۶. بسط تایلور به سری تام (دستور ماک لورن و تیلور)

۸۳	۱-۶. سری تام
۸۳	۲-۶. دستور تیلور
۸۵	۳-۶. دستور ماک لورن
۸۶	تمرین ۱-۶
۸۷	۴-۶. کاربرد بسط تابع
۸۸	تمرین ۲-۶

فصل ۷. معادلات دیفرانسیل

۸۹	۱-۷. معادلات دیفرانسیل
۹۱	تمرین ۱-۷
۹۲	تمرین ۲-۷
۹۲	۲-۷. معادلات دیفرانسیل همگن
۹۳	تمرین ۳-۷
۹۳	۳-۷. معادله‌ی دیفرانسیل خطی مرتبه‌ی اول
۹۴	تمرین ۴-۷
۹۴	۴-۷. معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی دوم
۹۴	۱-۴-۷. حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم با ضرایب ثابت بدون طرف ثانی
۹۶	۲-۴-۷. حل معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم با ضرایب ثابت با طرف ثانی
۱۰۱	تمرین ۵-۷

فصل ۸. توابع چند متغیره

۱۰۳	۱-۸. مفهوم تابع چند متغیری
۱۰۴	۲-۸. یادآوری برخی از تعاریف

۱-۲-۸	تصویر یک بردار در فضا	۱۰۴
۲-۲-۸	طول بردار	۱۰۴
۳-۲-۸	حاصل ضرب داخلی دو بردار	۱۰۴
۴-۲-۸	حاصل ضرب خارجی (یا برداری)	۱۰۵
۵-۲-۸	حاصل ضرب مختلط سه بردار	۱۰۵
۶-۲-۸	پارامترهای هادی و کسینوس‌های هادی خط d	۱۰۶
۷-۲-۸	معادله‌ی یک خط در فضا	۱۰۷
۸-۲-۸	اوضاع نسبی دو خط در فضا	۱۰۸
۹-۲-۸	زاویه بین دو خط	۱۰۹
۱۰-۲-۸	معادله یک صفحه در فضا	۱۱۰
۱۱-۲-۸	معادله دسته صفحه‌هایی که از یک خط می‌گذرد	۱۱۱
۱۲-۲-۸	اوضاع نسبی دو صفحه	۱۱۱
۱۳-۲-۸	فاصله بین یک نقطه و یک صفحه	۱۱۲
۱۴-۲-۸	اوضاع نسبی دو صفحه	۱۱۲
۱۵-۲-۸	زاویه بین دو صفحه	۱۱۳
۱۶-۲-۸	فاصله یک نقطه از یک خط در فضا	۱۱۳
۱-۱۶-۲-۸	حالت اول: روش جبری	۱۱۴
۲-۱۶-۲-۸	حالت دوم: روش هندسی	۱۱۵
۳-۱۶-۲-۸	حالت سوم: روش برداری	۱۱۶
۱۷-۲-۸	عمود مشترک دو خط متناظر	۱۱۷
۱۸-۲-۸	کوتاه‌ترین فاصله بین دو خط متناظر	۱۱۸
۱۹-۲-۸	تبصره	۱۱۸
۳-۸	حد توابع چند متغیری	۱۱۹
۴-۸	پیوستگی تابع در نقطه	۱۱۹
۵-۸	مشتقات جزئی و دیفرانسیل کامل توابع چند متغیری	۱۲۰
۶-۸	مشتقات جزئی مرتبه بالاتر	۱۲۱
۷-۸	لاپلاسین توابع چند متغیری	۱۲۲
۸-۸	مشتق تابع مرکب	۱۲۳
۹-۸	مشتق تابع ضمنی	۱۲۴
۱-۸	تمرین	۱۲۵

فصل ۹ انتگرال چندگانه

۱-۹	انتگرال معین	۱۲۷
۱-۹	تمرین	۱۳۰
۲-۹	انتگرال دوگانه	۱۳۰
۳-۹	تعبیر هندسی انتگرال دوگانه	۱۳۱

۱۳۲		۴-۹. محاسبه انتگرال دوگانه
۱۳۴		تمرین ۲-۹
۱۳۵		۵-۹. انتگرال‌های سه‌گانه
۱۳۶		۶-۹. محاسبه انتگرال سه‌گانه
۱۳۸		۷-۹. تغییر متغیر در انتگرال‌های چندگانه
۱۳۸		۱-۷-۹. دستور ژاکوبی
۱۳۹		۲-۷-۹. تغییر متغیر در انتگرال‌های دوگانه
۱۳۹		۳-۷-۹. تغییر متغیر در انتگرال‌های سه‌گانه
۱۴۰		تمرین ۳-۹

فصل ۱۰ کاربرد

۱۴۳		۱-۱۰. طول همان یک منحنی
۱۴۵		۲-۱۰. مفهوم گالی
۱۴۵		۳-۱۰. محاسبه جرم
۱۴۶		۴-۱۰. مرکز ثقل یک دستگاه نقطه
۱۴۹		تمرین ۱-۱۰

۱۵۱		منابع
-----	-------	-------

یک ساعت تفکر برتر از ۷۰ سال عبادت است.
«رسول اکرم (ص)»

پیش‌گفتار

کتاب حاضر مطابق برنامه شورای عالی برنامه ریزی وزارت فرهنگ و آموزش عالی برای رشته‌های مختلف پیراپزشکی، بیولوژی، میکروبیولوژی و زمین‌شناسی تهیه شده است و همچنین می‌تواند برای سایر رشته‌های دانشگاهی مورد استفاده قرار گیرد.

پس از سال‌ها تدریس در رشته‌های فوق کمبود کتاب خاصی برای این رشته‌ها احساس می‌شد، در این مدت از کتاب‌های ریاضی عمومی ۱ و ۲ و معادلات دیفرانسیل که برای رشته‌های علوم پایه و فنی و مهندسی نوشته شده به دانشجویان معرفی می‌کردید، حجم زیاد این کتاب‌ها برای تدریس ۲ یا ۳ واحد درسی عملاً امکان‌پذیر نبود. دانشجویان عموماً از جزوه‌های درسی استفاده می‌نمودند.

کتاب حاضر که محصول تجربیات چندین ساله ماست، می‌تواند گامی در جهت پر کردن خلاء فوق باشد. در این کتاب سعی شده که مطالب به زبان ساده بیان شود و مباحث کتب دبیرستانی نیز به طور اختصار مرور گردیده است و از اثبات برخی قضایا به دلیل پرهیز از افزایش حجم کتاب صرف‌نظر شده است.

ممکن است بیان مفاهیم ریاضی آن هم به طور اختصار و ساده از دقت آن بکاهد. امیدواریم در تدوین این کتاب این امر به حداقل رسیده باشد. امید است استادان محترم و دانشجویان عزیز با ارائه نظرات و انتقادات سازنده خود ما را در رفع کاستی‌های کتاب برای چاپ‌های بعدی یاری دهند.

از همکار عزیزمان جناب آقای دکتر مسعود صباغان که با دقت، حوصله و نکته‌سنجی فراوان متن کتاب را ویراستاری نموده‌اند و سرکار خانم سپیده صابری که مسئولیت صفحه‌آرایی، تایپ و ترسیم شکل‌ها را برعهده داشتند کمال تشکر و قدردانی می‌نماییم.

در خاتمه از جناب آقای دکتر قاسم فرج پور ریاست محترم دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان و جناب آقای دکتر سهراب کردرستمی معاون تحقیقاتی دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان که در چاپ این کتاب نهایت همکاری را داشته‌اند صمیمانه تشکر و قدردانی می‌شود.

میرمظفر معصومی

بهر روز پارسا مقدم

تابستان ۹۲