

بسمه تعالی



دانشگاه افسری امام علی (ع)

معاونت پژوهش

مشتق کاربردهای آن

علی رضا کاوسی

حمیدرضا قمی

حجت‌اله عبادی زاده

سخن انتشارات معاونت پژوهش دانشگاه افسری امام علی (ع)

دانشگاه افسری امام علی (ع)^۴ با توجه به قدمت و سابقه حرفه‌ای خود، سال‌ها است که با تهیه و تدوین کتب علمی، نظامی و آموزشی مورد نیاز، سعی در تعالی روز به روز دانش علمی دانشجویان این دانشگاه دارد؛ و با هدف پرورش دانشجویان دانش‌مدار، هوشمند و متعهد، در راستای پاسداری و دفاع از تمامیت ارضی نظام مقدس جمهوری اسلامی ایران، گام‌های استوار و مؤثری برداشته است.

بر اساس مصوبات شورای پژوهشی و آموزشی دانشگاه، چاپ و نشر کتاب‌های آموزشی و کمک آموزشی سرلوحه کار قرار گرفته و در راستای تحقق این اهداف، با حمایت از تألیف، گردآوری و ترجمه کتاب‌های علمی، نخست منابع درسی مورد نیاز تأمین گردید و در مرحله بعد، تدوین منابع علمی، کمک آموزشی و پژوهشی در دستور کار قرار گرفته است.

برای چاپ کتاب، علاوه بر تلاش علمی، می‌باید اهداف عالی ارتش جمهوری اسلامی ایران، اهتمام به محتوای ارزشمند معنوی کتاب، هماهنگی با سرفصل‌های وزارت علوم و کاربردی و تخصصی بودن کتاب‌های تدوین شده و... لحاظ شود که دشواری‌ها و موانع راه بر هیچ یک از صاحبان اثر پوشیده نیست.

به امید آن‌که گام‌های ارزشمند و مفیدی که در این راه برداشته شده است، سرآغاز حرکت و پویایی بیش از پیش این دانشگاه مقدس باشد. با این‌رو از تمامی منتقدان، استادان و هیئت‌های علمی دانشگاه‌های کشور یاری می‌جوییم تا کاستی‌ها و نقص‌های احتمالی را، هرچه کم و ناچیز باشند، یادآوری کنند.

انشاء...

پیش گفتار

امروزه ریاضیات به عنوان یکی از پیش نیازهای هر تخصص، به نوعی در کلیه رشته‌ها و مقاطع تحصیلی تدریس می‌شود. هر رشته به تناسب نیاز، از ریاضیات بهره می‌برد و هر دانش‌پژوه به مقدار لازم به دانستن این علم نیازمند است. تحقیق و پژوهش نیز بر بستر آمار و ریاضی استوار است.

مبحث مشتق، یکی از پیش‌دانشی‌های مهم علوم پایه و فنی به شمار می‌رود. انگیزه نگارش کتاب به دلیل احساس نیازی بود که دانشجویان به دانستن مبحث مشتق جهت حل مسائل تدریسی خود داشتند. در این کتاب سعی بر آن بوده است که کلیه مطالب مرتبط با این مبحث مطرح، و با طرح مثال‌هایی مورد بررسی قرار داده شود، تا دانشجویان در مواجهه با مسائل مختلف بی‌نیاز گردند. در پایان هر فصل کوشش شده تا با طرح سوالات بیشتر در مثال‌ها، آموخته‌های فصل مورد محک قرار گیرد.

کلیه عزیزانی که این کتاب را مطالعه قرار می‌دهند، به ویژه اساتید، دانشجویان و سایر صاحب‌نظران محترم می‌توانند نظرات خود را به آدرس ناشر و یا به پست الکترونیکی Hamideza_ghoni@vc.iust.ac.ir ارسال نمایند.

کتاب حاضر، حاصل سال‌ها تلاش علمی و صرف وقت بسیار است؛ به امید آنکه با ارائه این اثر، گامی هر چند کوچک در راه به ثمر رسیدن آرمان‌های والای علمی برای تحقق جامعه‌ای پیشرفته برداشته شود. در پایان از تمامی عزیزان علی‌الخصوص امیر فرماندهی محترم دانشگاه، معاون محترم پژوهشی دانشگاه، معاون محترم آموزشی دانشگاه، اساتید محترم گروه ریاضی، مدیر محترم نشر، کارکنان واحد نشر، کارکنان خوب و زحمت‌کش چاپ‌خانه که در مراحل نگارش تا چاپ این اثر صمیمانه مولفین را مورد حمایت قرار داده و متقبل زحمات فراوانی گردیده‌اند کمال تشکر را دارد.

مؤلفان

راهنمای تدریس و یادگیری

« به اساتید محترم و دانشجویان گرامی توصیه می‌شود مطالب این بخش را مطالعه فرمایند.»

اگر بگوییم ریاضیات یکی از آسان‌ترین علوم جهان است، اغراق نکرده‌ایم! در سال‌های گذشته، محققان (که جهان به نوعی وام‌دار فعالیت آنان است) یافته‌هایی منتشر نمودند که در آن نشان می‌داد تمام مردم جهان (که از عقب ماندگی ذهنی رنج نمی‌برند) بتوانند ریاضی‌دان شوند! اما عده‌ای سریع‌تر و عده‌ای کندتر به این مطلوب دست می‌یابند. مهم‌ترین مطلبی که برای یادگیری ریاضیات توصیه می‌شود، ممارست و صرف وقت است. مؤلفان که با سایر دانشگاه‌ها نیز در ارتباط اند، با تکیه بر تجربه ارتباطات دانشگاهی دانشجویان دانشگاه امام علی^(ع) و نیز بررسی آمارهای آزمون هوش معاونت پژوهشی همان دانشگاه که متوسط ضریب هوشی دانشجویان این دانشگاه بالاتر از سایر دانشگاه‌ها^(۱) هستند مجالی برای ذکر این دسته از مطالب نیست؛ لیکن دانشجویان باید به این وسیله می‌توانند نیز توانایی‌های بالای خود، باور و اعتماد داشته باشند.

با توجه به اینکه اساتید محترم به مسائل تدریس و یادگیری کاملاً واقفند؛ لیکن در این جا مطالبی را که بیشتر جنبه عمومی دارد یادآور می‌شویم:

استاد و دانشجو هر دو در فرآیند یادگیری سهیم و مؤثرند. در امر اثر بخشی تعلیم میزان تأثیر هر مطلب، ارتباط ظریف و سنجیده‌ای به کیفیت تدریس دارد که اساتید با تجربه و آگاه، به یقین، هر یک به طریقی به این مطلوب دست می‌یابند. آنچه در این جا شایسته است در مقام توصیه مؤکد آورده شود، یادآوری رسالت و مأموریتی است که این

(۱) منابع مختلفی برای اثبات این ادعا وجود دارد؛ لیکن می‌توانید به مقدمه کتاب ریاضی سال اول دبیرستان

مراجعه فرمایید.

(۲) حدیثی از امام محمد تقی (علیه السلام)

شاخه از علم بر عهده اساتید معظم علوم ریاضی نهاده است. توانایی تدریس، متناسب با متن و ساعات درسی، که منتج به بیشترین و کاملترین نتایج شود.

مدرسین محترم میبایست با بیان گام به گام مطالب و سرفصلهای مصوب به زبان ساده، دانشجویان را در امر یادگیری یاری نمایند؛ تدریس ناقص و شیوههای نادرست همواره گریبانگیر کسانی است که در پی دانش، جهاد می نمایند. در این میان، وظیفه دانشجو سنگین تر خواهد بود؛ دانشجویان پس از آموختن مطالب درسی میبایست مطالب تدریس شده را مطالعه، به مباحث بعدی توجه و ابهامات به وجود آمده را به کمک استاد رفع نمایند.

به دلیل مثال‌های تئوری کتاب، از فراگیران انتظار می‌رود که پس از مطالعه مباحث و نکات مطروحه، مثالها را به گونه‌ای حل مثالها را فرا گرفته و در پایان سعی نمایند تا مطالب پایانی را به چندین حل کنند.

کتاب دارای دو فصل می‌باشد. در هر یک از فصول، مسایل بنیادین مبحث مشتق با ذکر مثالهای فراوان طرح شده است. در انتخاب متون، پختگی و انسجام، سطح تحصیلی و نهایتاً مخاطبان آنها را در نظر داشته‌ایم تا دانش‌پژوهان جوان بدون سردرگمی در کتب مختلف این مبحث را فرا بگیرند.

با آرزوی موفقیت برای تمامی نهادگران عرصه علم و دانش

فهرست مطالب

فصل اول (مفاهیم)	(1-66)
هدف‌های رفتاری	۲
(۱-۱) تعریف مشتق در یک نقطه	۳
(۱-۱) تعریف	۴
(۱-۲) مشتق از روی پیوستگی	۵
(۱-۳) مشتق از روی باز	۵
(۱-۴) فرمول‌ها و مثال‌ها	۷
(۱-۵) مشتق تابع معکوس	۱۵
(۱-۶) مشتق تابع مرتبه m ام	۱۶
(۱-۷) مشتق تابع پارامتری	۱۹
(۱-۸) مشتق تابع ضمنی	۲۰
(۱-۹) به دست آوردن مشتق مرتبه دوم	۲۱
(۱-۱۰) مشتق توابع قدر مطلق	۲۷
(۱-۱۱) مشتق توابع جزء صحیح	۲۹
(۱-۱۲) مشتق توابع رادیکالی	۲۹
(۱-۱۳) معادلات خطوط مماس و قائم	۳۱
(۱-۱۴) معادلات خطوط مماس و قائم بر نمودار تابع معکوس	۳۴
(۱-۱۵) تعیین معادله خط مماس بر منحنی از نقطه‌ای خارج منحنی	۳۷

فهرست مطالب

۳۸		۱-۱۶) تعیین معادله خط مماس بر منحنی از نقطه‌ای خارج منحنی
۴۰		۱-۱۷) زاویه بین خط و منحنی
۴۰		۱-۱۸) زاویه بین دو منحنی
۴۲		۱-۱۹) دیفرانسیل، خطی‌سازی و خطا
۴۶		۱-۲۰) حل معادله $f(x)$
۴۸		۱-۲۱) روش نصف کردن
۴۹		۱-۲۲) روش مشتق
۵۲		۱-۲۳) بهینه‌سازی
۵۸		۱-۲۴) آهنگ تغییر متوسل و نقطه
۵۸		۱-۲۵) آهنگ تغییر کمیت‌های وابسته
۵۹		۱-۲۶) تابع صعودی
۵۹		۱-۲۶-۱) تابع صعودی اکید
۶۰		۱-۲۷) تابع نزولی
۶۰		۱-۲۷-۱) تابع نزولی اکید
۶۲		۱-۲۸) قاعده هوییتال
۶۴		تمرینات فصل اول

فهرست مطالب

فصل دوم (کاربردهای مشتق)	(۱۴۶-۱۶۷)
هدف‌های رفتاری	۶۸
(۲-۱) تعیین وضعیت صعودی یا نزولی بودن یک تابع با استفاده از مشتق	۶۹
(۲-۲) اکزیمم و مینیمم	۷۲
(۲-۳) تعیین نقاط اکسترمم نسبی یک تابع	۷۳
(۲-۴) تعیین نقاط اکسترمم مطلق یک تابع	۷۴
(۲-۵) تفاوت بین اکسترمم نسبی و مطلق	۷۵
(۲-۶) قضیه آزمون مشتق اول	۸۰
(۲-۷) قضیه آزمون مشتق دوم	۸۳
(۲-۸) مشخصات نقطه اکسترمم نسبی تابع	۸۵
(۲-۹) تعیین نقاط اکسترمم مطلق تابع f در بازه $[a, b]$	۸۶
(۲-۱۰) تعیین تقعر و تحدب یک تابع	۹۰
(۲-۱۱) نقطه عطف	۹۲
(۲-۱۱-۱) تعیین نقاط عطف یک تابع	۹۴
(۲-۱۲) محاسبه دوره تناوب مثلثاتی	۹۹
(۲-۱۳) محاسبه دوره تناوب $y = f(x) $	۱۰۱
(۲-۱۴) رسم نمودار یا منحنی تابع	۱۰۶
(۲-۱۴-۱) رسم نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$	۱۰۹

فهرست مطالب

۱۱۰		۲-۱۴-۲) رسم نمودار تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$
۱۱۱		۲-۱۵) تابع دو مجذوری
۱۱۲		۲-۱۶) تابع هموگرافیک
۱۲۰		۲-۱۷) به دست آوردن نمودار f' با استفاده از نمودار f
۱۲۲		۲-۱۸) به دست آوردن نمودار f با استفاده از نمودار f'
۱۲۶		۲-۱۹) قضیه دار میانی
۱۲۷		۲-۲۰) قضیه
۱۲۷		۲-۲۰-۱) تعبیر هندسی قضیه رول
۱۲۸		۲-۲۱) قضیه مقدار میانگین
۱۳۲		۲-۲۲) قضیه کُشی
۱۳۴		تمرینات فصل دوم
۱۳۵		ضمیمه فصل دوم
۱۴۹		کتابنامه