

حل مسائل المپیادهای ریاضی با نرم افزار

Mathematica

بهزاد زرگری



نشر دیبایه

۱۳۸۹

حل مسائل المپیادهای ریاضی با نرم افزار

Mathematica

سرشناسه	: زرگری، بهزاد
عنوان و نام پدیدآور	: حل مسائل المپیادهای ریاضی با نرم افزار Mathematica / نویسنده بهزاد زرگری.
مشخصات نشر	: تهران: دیبایه، ۱۳۸۹.
مشخصات ظاهری	: ۲۵۲ ص.: جدول، نمودار.
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۵۶۱۳-۱۳-۱ ISBN: 978-600-5613-13-1
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
موضوع	: نرم افزار ممتیکا
موضوع	: ریاضیات -- برنامه های کامپیوتری
موضوع	: ریاضیات -- داده پردازی
موضوع	: ریاضیات -- مسایل، تمرین ها و غیره (متوسطه)
رده بندی کنگره	: ۱۳۸۹ ج ۴/۹۵/۹۸۷ QAV۶
رده بندی دیویی	: ۵۱۰/۲۸۵
شماره کتابشناسی ملی	: ۱۹۴۷۶۹۴

نویسنده: بهزاد زرگری

ویراستاران: نیلوفر پاکزاد افشار - زهرا گرانبایه

چاپ نخست: ۱۳۸۹

شمارگان: ۱۵۰۰ جلد

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۵۶۱۳-۱۳-۱

قیمت: ۷۰۰۰ تومان



مقدمه

نرم افزار **Mathematica** دستورهایی ساده و کارآمد زیادی دارد که به کمک آن‌ها می‌توان طیف وسیعی از مسئله‌های علوم پایه را به سادگی و با دقت کامل حل کرد. در این کتاب به کمک بخشی از این دستورها علاوه بر مثال‌های کلاسیک به مسئله‌هایی پرداخته شده است که در نگاه اول حل آن‌ها با نرم‌افزار غیر ممکن به نظر می‌رسد.

مخاطبین اصلی این کتاب آن دسته از دانش‌آموزانی هستند که مایلند با پرداختن به مسائل المپیادهای ملی و جهانی، ریاضیات را در بالاترین سطح ممکن دنبال کنند. علاقه‌مندان به رشته‌ی فیزیک نیز می‌توانند با مطالعه‌ی بخش‌هایی از این کتاب از محاسبات زمان‌بر ریاضی، که در بیشتر مسئله‌های فیزیک با آن مواجه می‌شویم، پرهیز کنند و تنها به جنبه‌های فیزیکی مسئله بپردازند. بخشی از مسئله‌های این کتاب از مسابقات ریاضیات دبیرستانی دانشگاه‌های معتبری مانند هاروارد، استنفورد و... انتخاب شده‌اند. مطالعه‌ی این‌گونه مسئله‌ها برای داوطلبین کنکور مفید است. البته در انتخاب مطالب و ترتیب ارائه‌ی آن‌ها سعی شده است که بیشترین هم‌پوشانی با برنامه‌ی نظام آموزشی کشور وجود داشته باشد تا اغلب دانش‌آموزان بتوانند از این کتاب استفاده کنند. در بیشتر بخش‌های کتاب نیز تمرین‌هایی ارائه شده‌اند که دانش‌پژوه می‌تواند با حل آن‌ها دانسته‌های خود را بیازماید. همه‌ی این تمرین‌ها در پایان کتاب حل شده‌اند.

در تدوین این کتاب اصول کلی زیر مد نظر بوده‌اند:

الف) دستورهایی **Mathematica** را می‌توان به صورت نمادین نیز نوشت. این نمادها در بیشتر حالت‌ها دقیقاً همان نمادهایی هستند که در کتاب‌های ریاضی از آن‌ها استفاده می‌شود. در این کتاب از این‌گونه نمادها استفاده شده است تا علاوه بر چشم‌نواز بودن نوشته‌ها، مطالعه‌ی مطالب نیز آسان‌تر باشد.

ب) دستورهایی وجود دارند که استفاده از آن‌ها مستلزم دقت بیشتری است. در این کتاب توجه ویژه‌ای به این‌گونه دستورها شده است تا دانش‌پژوه با پاسخی اشتباه مواجه نشود.

پ) روال اصلی در این کتاب این است که ابتدا هر دستور معرفی و سپس به کاربردهای آن پرداخته شود. متأسفانه رعایت این اصل در چند مورد معدود میسر نشده است. در این‌گونه موارد به دانش‌پژوه توصیه می‌شود کمی شکیب‌ا باشد تا با مطالعه‌ی ادامه‌ی کتاب با دستور مورد نظر آشنا شود.

اما نگاهی اجمالی به مطالب کتاب:

در فصل ۱ ابتدا بسیاری از دستورها و روش‌های اساسی معرفی می‌شوند که در فصل‌های پیش‌رو کاربرد دارند. سپس به نکته‌هایی می‌پردازیم که با توجه به آن‌ها می‌توان از بسیاری از اشتباه‌ها پرهیز کرد. در چند بخش نیز به مطالبی پرداخته شده است که به کمک آن‌ها می‌توان جواب نرم‌افزار را به شکل مطلوب‌تری بدست داد.

فصل ۲ با روش رسم منحنی در مختصات مختلف آغاز می‌شود. در هر مورد گزینه‌هایی معرفی شده‌اند که به کمک آن‌ها می‌توان منحنی را با کیفیت مناسب‌تری رسم کرد. در چند بخش جداگانه نیز نشان داده شده است که چگونه به کمک رسم منحنی می‌توان به بررسی جواب‌های یک معادله پرداخت یا اکس‌ترم تابعی را بدست داد.

در فصل ۳ توجه ویژه‌ای به روش ساده کردن عبارت‌های جبری و غیر جبری شده است. مهم‌ترین مطلب این بخش معرفی روش‌هایی است که به کمک آن‌ها می‌توان از حداکثر قابلیت‌های نرم‌افزار برای ساده کردن عبارت‌ها استفاده کرد. در این

فصل هم‌چنین مبحث تجزیه‌ی عبارت‌ها به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته است. روش ایجاد کسرهای مسلسل و برج‌های توانی از سایر مطالب این فصل هستند.

در فصل ۴ به مبحث نظریه اعداد پرداخته شده است. در این فصل علاوه بر معرفی روش‌هایی برای حل مسئله‌های متداول این مبحث، روش‌هایی معرفی شده‌اند که به کمک آن‌ها می‌توان مسئله‌هایی را حل کرد که در نگاه اول راهی برای یافتن جواب آن‌ها توسط نرم‌افزار وجود ندارد. هم‌چنین در این فصل مفاهیم جدیدی مانند عددهای بزرگ، عددهای ویژه و مجموعه‌ی هم‌ریخت معرفی شده‌اند که به کمک آن‌ها می‌توان برخی از مسئله‌های این شاخه از ریاضیات را حل کرد.

فصل ۵ به معادله‌ها و نامعادله‌ها اختصاص دارد. روشهای مختلف بدست آوردن جواب انواع معادله‌ها و نامعادله‌ها (اعم از جبری یا غیر جبری) در بخش‌های جداگانه تشریح شده است. هم‌چنین نشان داده شده است که چگونه معادله‌ها و نامعادله‌ها را در حوزه‌ی خاصی از عددها حل کرد. روش حل و بحث انواع دستگاه معادله‌ها و نامعادله‌ها نیز به تفصیل توضیح داده شده است. علاوه بر بررسی تفصیلی معادله‌های سیال، در یک بخش ویژه به چگونگی حل معادله‌های سیال غیر جبری پرداخته شده است.

بدست آوردن ریشه‌های بیرونی یک معادله، حل تقریبی معادله‌ها، محاسبه‌ی عبارت‌هایی بر حسب ریشه‌های یک معادله و استفاده از روش کاهش درجه برای حل تحلیلی معادله‌ها از سایر مباحث این فصل است.

در فصل ۶ مطالب کلاسیک شاخه‌ی حسابان، مانند حد، مشتق و انتگرال آورده شده است. در دو بخش از این فصل نیز روش تعیین اکسترمم تابع با قیدهای مختلف به تفصیل توضیح داده شده است. تعیین مجانب یک منحنی، اعمال تغییر متغیر در انتگرال از سایر مباحث این فصل است.

در تدوین این کتاب تلاش شده است تا مطالب روشن و بدون اشکال بیان شوند. اما برخی از مسئله‌هایی که در این کتاب به آن‌ها پرداخته شده است واقعاً بحث‌برانگیزند به طوری که حل آن‌ها حتی در برخی از کتاب‌های شناخته شده‌ی این عرصه نیز دارای کاستی‌هایی است. بنابراین پیشاپیش آشکار است که این کتاب نیز بدون عیب و اشتباه نیست. از این رو از خوانندگان عزیز درخواست می‌شود که ایرادها و نارسایی‌ها را به نویسنده گوشزد کنند تا در رفع آن‌ها کوشش شود.

بهزاد زرگری

Behzad_Zargari@Yahoo.Com

فصل ۳

عبارت‌های جبری و غیر جبری

۵۵

چند دستور درباره‌ی چند جمله‌ای‌ها

۵۶ دستورهایی درباره‌ی کسرها

ساده کردن عبارت‌های جبری، مثلثاتی و

۵۸ رادیکالی

۶۲ تکنیک‌های ویژه برای ساده کردن عبارت‌ها

ساده کردن عبارت‌های رادیکالی یا لگاریتمی

عددی

۶۴ تعیین مقدار عبارت‌های عددی مثلثاتی

۶۶ بازنویسی عبارت‌های مثلثاتی و کاربردهای آن

۷۰ محاسبه‌ی عبارت‌های عددی به صورت

مجموع (Σ) و حاصل ضرب (Π)

۷۱ تجزیه عبارت‌ها

۷۴ ب.م.م و ک.م.م عبارت‌های جبری و مثلثاتی

۷۶ تعیین ضریب X^n در یک چندجمله‌ای

۷۸ تعیین باقی‌مانده و خارج قسمت تقسیم دو

چند جمله‌ای بر یکدیگر

۸۰ حذف پارامتر از یک دسته معادله

۸۱ ترکیب تابع

۸۲ محاسبه‌ی $f_n(x)$

۸۴ ترکیب دو یا چند تابع مختلف

۸۶ تعیین مقدار ثابت در ترکیب تابع

۸۷ کسرهاى مسلسل

۸۹ اطلاعات کلی درباره‌ی کسرهاى عددی

۸۹ ساده کردن کسرهاى عددی

تبدیل کسر به عدد اعشاری متناوب

نمایش عددهای اعشاری به صورت یک

کسر

۹۰

فصل ۴

نظریه اعداد

۹۱

دستورهای مقدماتی

۹۱

۹۱ چند نکته در مورد لیست

دستورهایی که روی یک یا چند عضو یک

لیست (برحسب جای‌گاه آن‌ها) عمل

۹۲ می‌کنند

دستورهایی که بر حسب ماهیت عددها و

۹۵ رابطه‌ی بین آن‌ها عمل می‌کنند

دستورهایی که با دو یا چند لیست سر و

۹۷ کار دارند

دستورهایی که روی عنصرهایی از یک

۹۸ لیست با ویژگی مشترک عمل می‌کنند

تجزیه یک عدد به عامل‌های اول

۹۹ مقایسه عددها

۱۰۰ روش اساسی حل مسئله‌های نظریه‌ی اعداد

۱۰۴ بخش پذیری

۱۰۷ عددهای اول

۱۱۲ یک مسئله تاریخی

۱۱۹ محاسبه‌ی مجموع و حاصل ضرب رقم‌های یک

عدد

۱۲۰ تعیین مقلوب یک عدد

۱۲۵ مینا

۱۲۶ چگونه تعیین کنیم که یک رقم خاص چند بار

در عددی بکار رفته است

۱۲۹ عددهای فیبوناچی

۱۳۱ عددهای لوکا

۱۳۲ تابع حسابی اویلر

۱۳۳ تعیین ب.م.م یا ک.م.م دو یا چند عدد

۱۳۴ روش ایجاد عددهای بزرگ

۱۳۵ روش ایجاد عددهای ویژه

۱۳۷ استفاده از مفهوم مجموعه‌ی هم‌ریخت برای

حل برخی از مسئله‌های نظریه‌ی اعداد

۱۳۸ گزینش مجموعه‌ای از عددها با یک شرط

ریاضی خاص

۱۴۱ چند مسئله‌ی دیگر

۱۴۳

فصل ۵

معادله‌ها و نامعادله‌ها

۱۴۷

فصل ۶

حسابان

۲۰۳

۱۴۷	حل معادله‌های جبری	۲۰۳	حد
۱۴۹	سایر قابلیت‌های نرم‌افزار در حل معادله‌ها	۲۰۴	حد چپ و راست
۱۴۹	بدست آوردن جواب تقریبی یک معادله	۲۰۵	حدهای پارامتری
۱۴۹	حذف ریشه‌های بیرونی	۲۰۷	مشتق
۱۵۰	انتخاب n امین ریشه‌ی یک معادله	۲۱۰	انتگرال
	روشی دیگر برای یافتن جواب تحلیلی	۲۱۴	اکسترمم تابع
۱۵۰	معادله‌های جبری	۲۱۸	تعیین اکسترمم تابع با قیدهای مثلثی
۱۵۱	کاهش درجه عبارت‌ها	۲۲۰	بسط به سری تابع
۱۵۲	روابط بین ریشه‌های یک معادله جبری	۲۲۳	مجانِب منحنی
۱۵۸	معادله‌های رادیکالی	۲۲۴	اعمال تغییر متغیر بر یک انتگرال
۱۶۱	معادله‌های لگاریتمی و نمایی		
۱۶۳	معادله‌های شامل قدرمطلق		
۱۶۵	معادله‌های شامل جزء صحیح	۲۲۵	پاسخ تمرین‌ها
۱۶۸	نامعادله‌ها	۲۳۹	واژه نامه
۱۷۰	معادله‌ها و نامعادله‌های مثلثاتی		
۱۷۴	دستگاه معادله‌ها		
۱۷۶	دستگاه نامعادله‌ها		
۱۷۸	روش ساده کردن عبارت‌های مقید		
۱۸۰	چند نکته دیگر درباره دستگاه معادله‌ها		
۱۸۴	معادله‌های سیال		
۱۸۸	حل و بحث دستگاه معادله‌ها و نامعادله‌ها		
۱۹۳	حل دستگاه‌های خاص		
	استفاده از روش‌های تقریبی برای حل دستگاه		
۱۹۶	معادله‌ها		
۱۹۸	معادله‌های سیال غیر جبری		