

تقدیم به:

مقدمه‌ای بر معادلات دیفرانسیل تصادفی

و کاربردهای آن

گردآوری و تألیف:

رمضان رضائیان

با ویراستاری

دکتر محمد علی جعفری

عضو هیات علمی گروه ریاضی مالی دانشگاه خوارزمی تهران

سرشناسه	:	رضائیان، رمضان، ۱۳۴۹ -
عنوان و نام پدیدآور	:	مقدمه‌ای بر معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربردهای آن / مولف رمضان رضائیان؛ با ویراستاری محمدعلی جعفری.
مشخصات نشر	:	تهران : هوشمند تدبیر، ۱۳۹۴ -
مشخصات ظاهری	:	۱۹۱ ص.
شابک	:	۹۷۸-۶۰۰-۴۱۸-۰۱۴-۶
وضعیت فهرست‌نویسی	:	فیا
یادداشت	:	واژه‌نامه.
یادداشت	:	کتابنامه:ص[۱۸۴]-۱۸۵.
موضوع	:	معادلات دیفرانسیل تصادفی
شناسه افزوده	:	جعفری، محمدعلی، ۱۳۵۸ خرداد - ویراستار
رده بندی دیویی	:	۱۹/۲
رده بندی کنگره	:	۷۱۶۳ م ۷۱/۲۲/ Q۵۱۱
شماره کتابشناسی ملی	:	۱۰۰۰۴۸۴

عنوان	:	مقدمه‌ای بر معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربردهای آن
مؤلف	:	رمضان رضائیان
ویراستار علمی	:	دکتر محمدعلی جعفری
ناشر	:	هوشمند تدبیر
مدیر مسئول	:	محمد قجر
مدیر اجرایی	:	حمید باغبانپور
طرح جلد	:	حمید باغبانپور
شابک	:	۹۷۸-۶۰۰-۴۱۸-۰۱۴-۶
تیراژ	:	۱۰۰۰ نسخه
نوبت چاپ	:	چاپ اول - بهار ۱۳۹۵
قیمت	:	۱۶۵۰۰۰ ریال

نشانی ناشر: تهران - خیابان انقلاب - بین خیابان دانشگاه و خیابان ابوریحان - پلاک ۱۱۷۶ طبقه اول
 نشانی دفتر فروش: تهران - خ کارگر شمالی - قبل از پمپ بنزین امیرآباد - جنب بانک پاسارگاد - پلاک ۱۳۰۸
 طبقه سوم - واحد هفتم

تلفن: ۶۶۹۱۳۱۶۴ - ۶۶۴۷۹۶۷۵ - ۶۶۴۷۹۶۶۵ همراه: ۰۹۱۲۳۸۶۱۲۶۷

سخن ناشر

"يرفع الله الذين امنوا منكم و الذين اوتوا العلم درجات"

خداوند مقام اهل ایمان و دانشمندان عالم را (در دو جهان) رفیع می گرداند.

(سوره مبارکه مجادله - آیه ۱۱)

یکی از راه‌های کمال و تقرب به ذات اقدس الهی، علم و دانش است. علمی که به تعبیر استاد شهید مطهری زیبایی عقل است؛ علمی که انسان خداجو در آن نشانه‌های معبود را می‌جوید و می‌یابد و علمی که هر چه فزون‌تر می‌گردد، دارنده آن را به خدا نزدیک‌تر می‌کند.

انتشارات هوشمند تدبیر، راستای اشاعه‌ی اهداف آموزشی خود و توجه به علم و دانش و تحقیق و نشر سعی بر آن دارد تا نشر کتاب‌های دانشگاهی در زمینه‌های مختلف قدمی هر چند کوچک در پیشبرد اهداف الهی خود بردارد. به منظور رشد و شکوفایی هر چه بیشتر در زمینه‌های مختلف علمی، انتشارات هوشمند تدبیر با همکاری جناب آقای رمضان رضائیان اقدام به چاپ کتاب حاضر با عنوان مقدمه‌ای بر معادلات دیفرانسیل تصادفی و کاربردهای آن نمود. امید است این کتاب مورد توجه و بهره‌داری صاحب نظران، محققان و علاقه‌مندان قرار گیرد.

سریناز ربی‌دز نائید

مدیر مسئول انتشارات هوشمند تدبیر

محمد قجر

پیش گفتار

یکی از شاخه های جدید ریاضی که کاربرد فراوانی در علوم دیگر دارد، رشته ریاضیات مالی است. با این که این رشته نسبت به رشته های دیگر ریاضی از طول عمر کوتاه تری برخوردار است ولی بسرعت در دیگر علوم از جمله علوم مهندسی، علوم مالی، فیزیک، علوم نظامی، اقتصاد و پزشکی نفوذ کرده و به همین علت بطور گسترده ای در دانشگاههای مختلف دنیا مورد توجه قرار گرفته و تدریس می شود و دانشجویان زیادی در مقاطع تحصیلات تکمیلی به تحصیل در این رشته می پردازند.

این شاخه از ریاضی تلفیقی است از رشته های آمار، ریاضیات و اقتصاد. بخش عمده ای از این علم شامل معادلات دیفرانسیل تصادفی، معادلات دیفرانسیل جزئی تصادفی، کنترل بهینه تصادفی و انتخاب سبد سرمایه بهینه می باشد. در نتیجه دانشجویان رشته های ریاضی، آمار، اقتصاد، مالی، مدیریت مالی و مهندسی مالی می توانند در دوره های کارشناسی ارشد و دکتری به ادامه تحصیل در رشته ریاضیات مالی بپردازند بشرطی که دانش مناسبی از آمار و احتمال، فرآیند تصادفی، آنالیز تصادفی، تئوری اندازه، معادلات دیفرانسیل، بهینه سازی و مسائل مالی داشته باشند.

معادلات دیفرانسیل قطعی نقش کلیدی در دامنه ای وسیع از کاربردها، شامل مدل بندی بسیاری از پدیده هایی که بشر امروزی در زندگی روزمره با آن ها مواجه است نظیر علوم طبیعی، مهندسی، اقتصاد و صنایع نظامی، دارویی و شیمیایی ایفا می کنند. اما در مسائل واقعی وجود نوفه (نویز) و اغتشاش همیشه به عنوان اصل عملی، سیستم های فیزیکی را تحت تاثیر قرار می دهند.

در واقع، هیچ پدیده واقعی در عالم خارج بدون عدم قطعیت نمی باشد. لذا همیشه این سوال پیش می آید که چگونه می توان این پدیده ها را بطور ریاضی مدل بندی کرد؟ یکی از بهترین راه های پاسخ به این قبیل سوالات مطالعه و آشنائی با معادلات دیفرانسیل تصادفی و همچنین نحوه حل عددی این معادلات می باشد.

هر چند کتابهای خوب و مفیدی توسط دانشمندان بزرگی در دانشگاههای معتبر به تحریر آمده ولی بعلت نبود یک کتاب فارسی مطابق سرفصلهای آموزش عالی بر خود لازم دانستیم که این کتاب را به چاپ برسانیم. در این کتاب قصد داریم به معرفی معادلات دیفرانسیل تصادفی معمولی، روشهای حل تحلیلی و عددی و کاربرد آن در بازار مال بپردازیم. برای این منظور ابتدا مقدمه ای از نظریه احتمال و حسابان تصادفی را بیان کرده سپس به معرفی معادلات دیفرانسیل تصادفی و روشهای حل آنها و همچنین کاربرد آن می پردازیم.

در نوشتن این کتاب سعی کرده ایم تا سعی الامکان سرفصلهای مصوب شورای برنامه ریزی آموزش عالی را برای درس معادلات دیفرانسیل تصادفی رعایت نمائیم و برای درک سریعتر و عمیق تر بطور خیلی ساده و روان تا حد امکان مطالب لازم را بیان نمائیم ولی شاید در قسمتهائی از این کتاب آن چنان که لازم است نتوانسته باشیم به این هدف برسیم و این موضوع هم، اجتناب ناپذیر است. از خوانندگان عزیز این کتاب استدعا داریم در بهبود هر چه بهتر این کتاب از نظر محتوی و کیفیت، پیشنهادات ارزشمند خود را از ما دریغ ننمایند.

رمضان رضائیان

بهار ۱۳۹۵

فهرست مطالب

پیشگفتار

فصل اول: حسابان تصادفی

۱۲	۱-۱- مقدمه
۱۳	۱-۱- مقدمه‌ای بر نظریه احتمال
۱۷	۱-۲- همگرایی
۲۰	۱-۳- فرآیند تصادفی
۲۴	۱-۴- فرآیند وینر و فرآیند اغتشاش سفید
۴۰	تمرینات

فصل دوم: انتگرال ایتو و فرمول ایتو

۴۴	۲-۱- مقدمه
۴۴	۲-۱- انتگرال های تصادفی
۴۹	۲-۲- انتگرال ایتو
۵۵	۲-۳- خواص انتگرال ایتو
۵۸	۲-۴- انتگرال استراتنویچ
۶۰	۲-۵- فرمول ایتو
۶۸	تمرینات

فصل سوم: معادلات دیفرانسیل تصادفی

۷۴	۳-۱- مقدمه
۷۶	۳-۱- مفهوم نویز
۸۰	۳-۲- نگرشی کلی بر معادلات دیفرانسیل تصادفی
۸۶	۳-۳- معادله دیفرانسیل تصادفی
۱۱۰	۳-۴- خواص جواب معادله دیفرانسیل تصادفی
۱۱۵	۳-۵- تقسیم بندی معادلات دیفرانسیل تصادفی
۱۲۷	۳-۶- معادله دیفرانسیل تصادفی اورنشتین - اولن بک
۱۲۸	۳-۷- عامل انتگرال ساز
۱۳۲	۳-۸- حل تحلیلی معادلات دیفرانسیل تصادفی مرتبه دوم

تمرینات ----- ۱۴۲

فصل چهارم: تقریب عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی

۱۴۸	-----	۴-۰- مقدمه
۱۴۸	-----	۴-۱- همگرایی
۱۴۹	-----	۴-۲- تقریب عددی
۱۵۸	-----	۴-۳- خطای آماری
۱۶۱	-----	تمرینات

فصل پنجم: بحث ویژه

۱۶۴	-----	۵-۰- مقدمه
۱۶۴	-----	۵-۱- دستگاه معادلات دیفرانسیل تصادفی
۱۶۸	-----	۵-۲- پایداری معادلات دیفرانسیل تصادفی
۱۷۳	-----	۵-۳- برآورد پارامترهای معادله دیفرانسیل تصادفی
۱۷۸	-----	۵-۴- کالیبره کردن معادلات دیفرانسیل تصادفی
۱۸۲	-----	تمرینات

منابع ----- ۱۸۶

واژه نامه انگلیسی به فارسی ----- ۱۸۸