

آمار نظری

تألیف: دکتر ابوالفضل گندمی

عضو هیئت علمی دانشگاه امام حسین (ع)

دانشگاه امام حسین (ع)

مؤسسه چاپ و انتشارات



- عنوان: آمار نظری
- تألیف: ابوالفضل گندمی
- اصلاح و صفحه‌آرایی: مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین (ع) (اکرم کیانوش)
- طراحی جلد: مرکز چاپ سپاه
- لیتوگرافی، چاپ و صحافی: مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین (ع)
- ناظر فنی چاپ: سیدمحمدباقر موسوی
- نوبت چاپ: اول (۱۳۸۴)
- شمارگان: ۱۷۰۰ نسخه
- نشانی: تهران، بزرگراه شهید بابایی، بعد از پل لشکرک، دانشگاه امام حسین (ع)، معاونت پژوهش، مؤسسه چاپ و انتشارات، تلفن: ۷۳۱۳۸۳۳-۷۳۰۸۶۴۰، دورنگار: ۷۳۰۸۶۴۰، ص.پ. ۱۶۷۶۵-۹۹۵
- مرکز پخش: ۱- تهران، میدان فردوسی، فروشگاه و نمایشگاه شماره ۱ مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین (ع)، تلفن: ۸۸۴۹۲۹۷، دورنگار: ۸۸۴۹۲۹۸
- ۲- تهران، خیابان انقلاب اسلامی، روبروی دانشگاه تهران، شماره ۱۳۹۲، مجتمع فرهنگی امام حسین (ع)، فروشگاه و نمایشگاه شماره ۳ مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین (ع)، تلفن و دورنگار: ۶۹۵۴۱۷۹

• کلیه حقوق اعم از چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه و اقتباس برای دانشگاه امام حسین (ع) محفوظ است.

گندمی، ابوالفضل، ۱۳۳۷ -

آمار نظری / ابوالفضل گندمی. - تهران: دانشگاه امام حسین (ع)، مؤسسه چاپ و انتشارات، ۱۳۸۴، ۲۱۵، سری

ریاضی - ۱۳

۵۶۷ ص.

ISBN: 964-452-211-7

فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیبا.

۱. آمار ریاضی - راهنمای آموزشی (عالی)، ۲. احتمالات - راهنمای آموزشی (عالی)، ۳. آمار ریاضی -- مسائل،

تمرین‌ها و غیره، ۴. احتمالات -- مسائل، تمرین‌ها و غیره، الف. دانشگاه امام حسین (ع)، مؤسسه چاپ و انتشارات.

ب. عنوان.

۵۱۹/۵۰۷۶

QA ۲۷۶/۲۱۴۹۱۸

۸۴۴-۱۰۹۲۱ م

کتابخانه ملی ایران

سخن ناشر

بسم الله الرحمن الرحيم

«برفع الله الذين امنوا منكم والذين اوتوا العلم درجات»

خداوند مقام اهل ایمان و دانشمندان عالم را (در دو جهان) رفیع می گرداند.

(سوره مبارکه مجادله - آیه ۱۱)

تمامی ادیان الهی و در رأس آنها اسلام، انسان را موجودی کمال گرا می دانند. از نظر اسلام، انسان همواره در حال تکامل است و جهت گیری او به سمت کمال بی نهایت یعنی خداوند تبارک و تعالی است.

یکی از راه های کمال و تقرب به ذات اقدس الهی، علم و دانش است. علمی که - به تعبیر استاد شهید مطهری - زیبایی عقل است؛ علمی که انسان خداجو در آن نشانه های معبود را می جوید و می یابد و علمی که هر چه فزونی تر می گردد، دارنده آن را به خدا نزدیکتر می کند.

هم از این روست که در نظام مقدس جمهوری اسلامی ایران که شالوده و اساس حاکمیت در آن بر مبنای احکام اسلام است، توجه به علم و دانش و تحقیق و نشر در صدر مسائل قرار دارد.

دانشگاه امام حسین (ع) نیز به عنوان مولود شجره طویه سپاه پاسداران انقلاب اسلامی که خود برآمده از عمق ارزش های الهی و انقلابی است به عنوان تنها دانشگاه جامع علمی - نظامی کشور، پس از پایان افتخارآمیز حماسه هشت سال دفاع مقدس که خود عرصه ای کم نظیر برای نمایش لیاقت ها و

توانمندی‌های علمی - پژوهشی نیروهای مخلص حزب‌اللهی بود، موضوع «جهاد علمی» و تلاش در جهت رشد و شکوفایی هر چه بیشتر در زمینه‌های مختلف علمی را در سرلوحه فعالیت‌های خویش قرار داده است، هر چند از ابتدای تأسیس، این دانشگاه سعی وافر در ترویج و نشر علوم مختلف داشته و آثاری نیز عرضه نموده است که با استقبال اندیشمندان و پژوهشگران مواجه شده است.

کتابی که در دست دارید، بیان‌کننده اصول و روش‌های احتمال و آمار از دید تنوری و کاربردی است که در حال حاضر یکی از پرکاربردترین ابزار موجود در پژوهش‌ها و تحقیقات است. همچنین با انتخاب فصل‌هایی از آن به عنوان یک کتاب درسی مناسب و مفید برای بسیاری از رشته‌های دانشگاهی در مقاطع مختلف می‌باشد.

امید است این کتاب مورد توجه و بهره‌برداری صاحب‌نظران، محققان و علاقه‌مندان قرار گرفته و با اعلام نظرات و پیشنهادهای اصلاحی خود، ما را در جهت ترویج و انتشار آثار مورد نیاز جامعه علمی کشور یاری فرمایند.

و من ... التوفیق

معاونت پژوهش دانشگاه امام حسین (ع)

فهرست

پیشگفتار	۱
سیستم شماره گذاری	(سیزده)
نمادهای ریاضی	(سیزده)
الفبای یونانی	(چهارده)

فصل اول: نظریه مجموعه ساده	۱
۱. ۱. تعاریف اساسی	۲
۲. ۱. تعاریف	۵
۳. ۱. قوانین ساده و برخی تعمیمها	۶
۴. ۱. مجموعهها در احتمال و آمار	۹
مسائل فصل اول	۱۴
مسائل ویژه	۱۵

فصل دوم: احتمال	۱۷
۱. ۲. اصول احتمال؛ خواص مقدماتی	۱۷
۲. ۲. فضای نمونه گسسته (جدا) و محاسبه آن	۲۶
۳. ۲. احتمال شرطی، قضیه بیز، خواص اضافی	۴۴
۴. ۲. پیشامدهای مستقل	۵۶
مسائل فصل دوم	۶۶
مسائل ویژه فصل دوم	۷۲

فصل سوم: متغیرهای تصادفی گسسته	۷۷
۱. ۳. توابع احتمال گسسته و توابع توزیع	۷۷
۲. ۳. برخی توزیعهای گسسته	۸۹

۱۰۴	۳.۳. ارتباط بین توزیع‌های گسسته خاص
۱۰۸	۳.۴. توزیع‌های چند متغیری: استقلال
۱۲۳	۳.۵. توزیع‌های چند متغیری گسسته خاص
۱۲۶	۳.۶. توابع توزیع متغیرهای تصادفی گسسته
۱۳۱	مسائل فصل سوم
۱۳۷	مسائل ویژه فصل سوم

۱۴۱	فصل چهارم: متغیرهای تصادفی: حالت‌های پیوسته و آمیخته
۱۴۲	۴.۱. طبقه‌بندی کردن توابع توزیع
۱۵۴	۴.۲. توزیع‌های پیوسته خاص
۱۶۲	تقریب به احتمالات نرمال استاندارد
۱۷۵	۴.۳. روابط میان توزیع‌های پیوسته
۱۷۵	۴.۴. توزیع‌های پیوسته چندمتغیری: استقلال
۱۸۴	۴.۵. توزیع‌های پیوسته چندمتغیری خاص
۱۹۲	۴.۶. توزیع توابعی از متغیرهای تصادفی پیوسته
۲۱۰	۴.۷. تولید رایانه‌ای متغیرهای تصادفی
۲۱۹	۴.۸. برآورد تابع توزیع و تابع چگالی احتمال
۲۲۷	مسائل فصل چهارم
۲۳۳	مسائل ویژه فصل چهارم

۲۳۵	فصل پنجم: گشتاورها
۲۳۵	۵.۱. امید ریاضی و گشتاورهای دیگر: میانه
۲۴۷	۵.۲. میانگین و واریانس متغیرهای تصادفی خاص
۲۶۰	۵.۳. گشتاورهای چند متغیری
۲۸۴	۵.۴. میانگین‌ها و واریانس‌های مجموع متغیرهای تصادفی مستقل
۲۸۸	۵.۵. توابع مولد گشتاورهای و توابع مشخصه
۳۱۶	۵.۶. آماره ترتیبی
۳۳۵	مسائل فصل پنجم
۳۳۲	مسائل ویژه فصل پنجم

۳۳۵	فصل ششم: مجموع متغیرهای تصادفی، نامساوی‌های احتمالی و قوانین حدی
۳۳۶	۶.۱. چیشف، مارکف و نامساوی‌های دیگر احتمالی

۳۴۲	۶.۲. مفهوم همگرایی: قوانین اعداد بزرگ
۳۶۱	۶.۳. قضیه حد مرکزی، قوانین حدی دیگر و سه کاربرد آن
۳۸۱	مسائل فصل ششم
۳۸۴	مسائل ویژه فصل ششم

فصل هفتم: برآورد نقطه‌ای

۳۸۷	۷.۱. مفاهیم برآورد نقطه‌ای آماری
۳۸۷	۷.۲. برآورد درست‌نمایی ماکزیمم
۴۰۰	۷.۳. روش برآورد گشتاورها (MME)
۴۱۹	۷.۴. خواص خوب برآوردکننده‌ها
۴۲۵	۷.۵. نامساوی (اطلاعات) کرامر-رانو و کارایی برآوردگر
۴۳۶	مسائل فصل هفتم
۴۴۷	مسائل ویژه فصل هفتم

فصل هشتم: کاهش داده‌ها و بهترین برآورد (بستگی، کامل بودن، UMVUE)

۴۵۷	۸.۱. بستگی (کفایت)
۴۵۸	۸.۲. کامل بودن
۴۷۷	۸.۳. بهترین برآوردگر نااریب (UMVUE)
۴۸۷	مسائل فصل هشتم
۴۹۹	مسائل ویژه فصل هشتم

جدول آماری

۵۰۵	جدول ۱. تابع کمکی $\sqrt{x}$
۵۰۵	جدول ۲. تابع کمکی $n!$
۵۰۶	جدول ۳. تابع کمکی $\binom{n}{r}$
۵۰۷	جدول ۴. تابع کمکی e^{-x}
۵۰۸	جدول ۵. توزیع دو جمله‌ای
۵۱۰	جدول ۶. توزیع فوق هندسی
۵۱۵	جدول ۷. توزیع پواسن
۵۱۸	جدول ۸. توزیع بتا
۵۲۳	جدول ۹. توزیع گاما
۵۲۶	

۵۲۸	جدول ۱۰. توزیع کالسکور
۵۳۱	جدول ۱۱. توزیع نرمال
۵۳۴	جدول ۱۲. توزیع فیشر (F)
۵۳۷	جدول ۱۳. توزیع t
۵۳۹	پاسخ مسائل انتخابی
۵۴۷	فهرست نمادها
۵۵۷	واژه‌نامه

پیشگفتار

کلمه «آمار» برای بیشتر مردم به عنوان اطلاعات عددی است ولی اکنون آمار به عنوان یک موضوع علمی شامل مفاهیم و روش‌هایی است که در تمام تحقیقات‌هایی که مستلزم جمع‌آوری داده‌ها هستند، اهمیت بسیار دارد، به عبارت دیگر، علم آمار، علم تصمیم‌سازی است و یا هنر معنی دادن به داده‌ها را آمار گوئیم. هدف ما در سراسر کتاب، بیان مفاهیم با توجه به جوهر فکر و عمل آماری با نگاهی دقیق به تعریف اخیر است.

این کتاب به عنوان یک کتاب درسی برای احتمال و آمار (در کلیه رشته‌ها) و کاربرد آن تهیه شده است. فصل اول شامل مقدمه‌ای بر مفاهیم نظریه مجموعه‌هاست، در فصل دوم مفاهیم اساسی احتمال که در این کتاب مورد استفاده قرار می‌گیرد، مرور شده است، در فصل سوم متغیرهای تصادفی گسسته و موضوعات مختلف مربوط به آن اختصاص دارد، در فصل چهارم متغیرهای تصادفی پیوسته و حالت مرکب و موضوعات مرتبط آورده شده است، در فصل پنجم گشتاورها مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار گرفته است، در فصل ششم مجموع متغیرهای تصادفی، نامساوی‌های احتمالی و قوانین حدی را معرفی می‌کند، در فصل هفتم برآورد نقطه‌ای و خواص مورد بررسی قرار گرفته است و در فصل هشتم کاهش داده‌ها و بیان بهترین برآوردگر را معرفی نموده است. موضوعات هر فصل به‌طور کافی دارای عمق لازم برای پوشش مفاهیم مورد مطالعه می‌باشند و مثال‌هایی ارائه شده است تا خواننده به راحتی آنها را درک نماید، کتاب شامل تمریناتی در پایان هر بخش می‌باشد و تمرینات جامع‌تر در پایان هر فصل آورده شده است.

سعی شده است که مطالب کتاب بدون نیاز به پیش‌نیازی ارائه گردد ولی دانستن مفاهیم اولیه ریاضی که در سال اول تحصیل دانشگاهی ارائه می‌شوند، خالی از قایده نیست.

آرزومند است این کتاب بتواند به نیاز کلیه دانشجویان و محققین و استفاده‌کنندگان از آن پاسخ مثبت دهد. این موضوع با توجه به اینکه امروزه آمار فقط مخصوص دانشجویان رشته آمار نیست، کتاب حاضر در سایر رشته‌ها نیز می‌تواند به دانشجویان آنها در تشریح بیشتر مفاهیم و کاربردهای آمار کمک نماید.

در خاتمه وظیفه خود می‌دانم که از E.J. Dudewicz به خاطر استفاده وافر از کتابش ابراز تشکر کنم. از معاون محترم پژوهشی، مدیر خدمات علمی و مسؤول موسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین (ع) که مسؤولیت کلیه امور مربوط به تصویب و انتشار کتاب را به عهده داشته‌اند و نیز از سرکار خانم اکرم کیامنش که کار اصلاح و صفحه‌آرایی این اثر را برعهده گرفته‌اند، تشکر و قدردانی می‌نمایم.

ابوالفضل گندمی

تابستان ۱۳۸۴