

حل کامل مسائل ریاضی عمومی (۱)

بر اساس کتاب ریاضی عمومی (۱) - تألیف ابراهیم احمدپور و آناه گلدی مهمبانی

مرجع کامل کمک درسی برای رشته‌های علوم پایه و فنی مهندسی
قابل استفاده برای داوطلبان آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری سراسری و آزاد

شامل:

- بیان مفاهیم، تعاریف و قضایای ریاضی به ساده‌ترین زبان ممکن
- ذکر نکته‌ها و تکنیک‌های کاربردی برای حل سؤالات تستی و کسب مهارت و تسلط کامل
- حل مسائل کتاب درسی به صورت جامع و کامل و بعضاً به چندین روش مختلف
- تطابق کامل در این مجموعه با پاسخ‌های مسائل با آخرین تغییرات کتاب درسی

ناصر ضیائی‌عوب

سرشناسه	:	رضائی ایوب، ناصر. ۱۳۶۳ -
عنوان و نام پدیدآور	:	حل کامل مسائل ریاضی عمومی (۱) / تألیف: ناصر رضائی ایوب -
یادداشت	:	مرجع کامل کمک درسی برای رشته‌های علوم پایه و فنی مهندسی
یادداشت	:	قابل استفاده برای داوطلبان آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری سراسری و آزاد
یادداشت	:	کتاب حاضر حل کامل مسائل ریاضی عمومی ۱ براساس کتاب ریاضی عمومی ۱ تألیف ابراهیم احمدپور و آنه گلدی‌مهمیانی می‌باشد که توسط انتشارات پیام‌نور منتشر شده است.
مشخصات نشر	:	همدان: فراگیر هگمتانه، ۱۳۹۱.
مشخصات ظاهری	:	۵۶۰ ص، مصور، نمودار، جدول.
شابک	:	۹۷۸-۶۰۰-۲۱۹-۰۴۲-۴
وضعیت فهرست‌نویسی	:	فصل
موضوع	:	آموزش - راه‌دهی - ایران.
موضوع	:	ریاضیات - آموزش برنامه‌ای.
موضوع	:	ریاضیات - مسائل و تمرین‌ها (عالی).
شناسه افزوده	:	دانشگاه پیام‌نور
شناسه افزوده	:	عنوان



فرگیر هگمتانه: همدان، خیابان شریعتی، مقابل کبابیان، کوچه مهر

تلفن: ۰۸۱۱ - ۲۵۱۴۴۶۱ - ۲۵۱۶۱۴۴ - ۲۵۲۸۴۶۲ - ۰۸۱۱

دورنگار: ۰۸۱۱ - ۲۵۱۷۲۵۲

پایگاه اطلاع رسانی: www.faragirhegmataneh.com

پست الکترونیک: faragirhegmataneh@gmail.com

کتاب شامل مسائل ریاضی عمومی (۱)

بر اساس کتاب ریاضی عمومی (۱) - تألیف ابراهیم احمدپور و آناه گلدی مهمبانی

مترجم: رضائی ایوب

مرجع کامل کمک درسی برای رشته‌های علوم پایه و فنی مهندسی
قابل استفاده برای داوطلبان آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری سراسری و آزاد
ویراستار علمی: دکتر مجید صادقی (عضو هیات علمی دانشگاه بوعلی سینا)

• نوبت چاپ: یکم (۱۳۹۱)

• شمارگان: ۵۰۰ جلد

• قیمت فروش: ۱۲۵۰۰ تومان

• چاپ و صحافی: گیتی

• شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۲۱۹-۰۴۴-۴

کلیه حقوق چاپ و نشر متعلق به انتشارات فرگیر هگمتانه است.

تکثیر و انتشار این اثر یا قسمتی از آن به هر شیوه ممنوع است.

مرکز بخش: همدان، خیابان شریعتی، مقابل کبابیان، کوچه مهر

تلفن: ۰۸۱۱ - ۲۵۱۴۴۶۱ - ۲۵۱۶۱۴۴ - ۲۵۲۸۴۶۲ - ۰۸۱۱

دورنگار: ۰۸۱۱ - ۲۵۱۷۲۵۲

امروزِ دلم عشق است، فردایِ دلم معشوق

امروزِ دلم در دل، فردایِ دگر دارد

مولانا

مقدمه

سپاس نامحدود و ستایش نامعدود آفریدگاری را سزااست که از میان تمام آفریدگان خویش بنی آدم را برگزید و او را به نعمت خرد و زیور اندیشه و نیروی بیان و ابزار نطق و ایراد سخن ممتاز گردانید تا بدان وسیله مافی الضمیر خویشتن را اظهار نماید و با هم‌نوعان خود تفهیم و تفاهم برقرار سازد؛ و درود خالصانه بر زبده‌ی موجودات و گزیده‌ی مخلوقات، سرور کائنات و پیشوای رسولان محمد مصطفی (ص) و دودمان پاکش باد.

اهمیت ریاضیات به حدی است که تمامی شاخه‌های علوم بدون آن میدانی برای فعالیت نخواهند داشت. اینست که هر چه در این شاخه، شناخت و تسلط مطالبی داشته باشیم با اطمینان خاطر قابل قبولی می‌توانیم به تجزیه و تحلیل مسائل مورد نیاز در شاخه‌های گوناگون علوم بپردازیم. بدین منظور و از آن‌جا که اساتید و دانشجویان دانشگاه پیام‌نور فرصت کافی برای ارائه‌ی کامل درس و حل تمامی مسائل را در اختیار ندارند، اقدام به ارائه‌ای از درس و حل مسائل کتاب ریاضی عمومی (۱) تألیف ابراهیم احمدپور و آناه گلدی مهمیانی نموده‌ایم. کتاب حاضر بر اساس مطالب کتاب درسی و حل کامل مسائل آن می‌باشد. در این کتاب، مطالب درسی در هر فصل را به شرح زیر ارائه کرده‌ایم:

۱. سعی بر این است که مفاهیم درسی به ساده‌ترین زبان ممکن بیان شوند. در مواردی که وجود شکل درک مفاهیم را آسان می‌کند، شکل‌های مناسبی نیز ترسیم شده است.
۲. ترتیب مفاهیم به گونه‌ای ارائه شده است، تا با سرفصل‌های کتاب درسی مطابقت بوده و هر مفهوم پیش‌نیاز مفاهیم بعدی باشد، تا امکان جمع‌بندی و برقراری ارتباط بین مفاهیم آموخته شده، فراهم شود.
۳. نکته‌ها و تذکرات لازم برای حل سؤالات تستی و اطلاعاتی فراتر از کتاب درسی بیان شده تا دانشجویان بتوانند در حداقل زمان ممکن به این گونه سؤالات پاسخ دهند.
۴. در این کتاب، تا حد امکان سعی نموده‌ایم پاسخ تمامی مسائل را به صورت جامع و کامل و بعضاً به چندین روش مختلف ارائه نمائیم تا دانشجویان بتوانند با رجوع بجاء و درست به آن، هر چه بیشتر تریاق و عمق استدلال‌های ریاضی را درک و لمس کنند.
۵. نظر به این که مسائل ریاضی به روش‌های مختلف قابل حل هستند، طبیعی است که هر راه‌حلی الزاماً بهترین نباشد. لذا راه‌حل‌های ارائه شده در این کتاب به نحوی ترتیب و تنظیم و تدوین شده است که نه تنها به آموزش این درس خدشه‌ای وارد نمی‌سازد، بلکه به عنوان یک عامل بایسته می‌تواند مورد استفاده‌ی دانشجویان قرار بگیرد.
۶. لازم به ذکر است که تمامی سؤالات امتحانی ۱۰ سال اخیر درس ریاضی عمومی (۱) در کتابی دیگر تحت عنوان بانک سؤالات امتحانی ریاضی عمومی (۱) دانشگاه پیام‌نور با ارائه کامل پاسخ‌های آن توسط مؤلف و چاپ انتشارات فراگیر هگمتانه ارائه شده است، لذا ما به دانشجویان عزیز پیشنهاد می‌کنیم که جهت آشنایی با سؤالات امتحانی، این کتاب را مورد مطالعه قرار دهند، تا بهتر بتوانند آموخته‌های خود را مورد ارزیابی قرار دهند.

بی‌شک تفکر و اندیشه در حد توان، احساس تسلط به مطالب را در شخص ایجاد می‌کند که لازمه‌ی یادگیری مطالب بعدی خواهد بود، لذا ما به دانشجویان عزیز تأکید می‌کنیم که ابتدا صورت مسائل را با دقت کافی بخوانند و مفروضات و اهداف مسأله را کاملاً مشخص نمایند و تا خود تلاش معمول و متعارف برای حل مسأله نکرده‌اند، به پاسخ آن مراجعه ننمایند، چرا که درغیراین‌صورت نتیجه مطلوب میسر نمی‌گردد.

اطمینان داریم که کتاب حاضر مانند هر اثر دیگر خالی از اشکال نیست، ازاین‌رو، پیشنهادهای اصلاحی و راهنمایی‌های سودمند اساتید و دانشجویان محترم را با کمال تواضع پذیرفته و به‌دیده‌ی منت ارج می‌نهمیم. امید است کتاب حاضر کمکی هر چند کوچک در راه تأمین نیاز دانشجویان و متقاضیان علم و دانش باشد.

در اینجا بر خود لازم می‌دانیم سپاس صمیمانه‌ی خود را به جناب آقای دکتر مجید صادقی‌فر که ویراستاری علمی کتاب را به‌عهده گرفته‌اند و جناب آقایان مجید قره‌باغی و حجت‌الله خدایی که همواره ما را مرهون الطافشان قرار داده، و به انحاء مختلف ما را در تهیه‌ی این کتاب یاری نموده‌اند، تقدیم بداریم. هم‌چنین، از دوستان و همکاران محترم جناب آقایان مهندس هادی رنجبران، مهندس مصطفی نظری و مهندس سعید طیبی ممتاز که راهنمایی‌های ارزنده‌ای در جهت بهبود کیفیت کتاب داشته‌اند، تشکر می‌نماییم و از خدای سبحان اجر خیر و برکت فراوان در دنیا و آخرت برای این بزرگواران مسألت داریم.

در پایان لازم است از همکاری‌ها و حمایت‌های همه‌جانبه‌ی کلیه کارکنان انتشارات فراگیر هگمتانه خصوصاً جناب آقای عباس احمدی‌مقیم مدیریت محترم انتشارات مذکور، که زحمت چاپ این کتاب را به‌عهده گرفته‌اند و در تهیه این کتاب کمال همکاری را مبذول نموده‌اند، صمیمانه تشکر نماییم.

با آرزوی توفیق روزافزون برای شما

ناصر رضائی‌ایوب، تابستان ۱۳۹۱

naser.rezaeiayoub@gmail.com

فهرست مطالب

۶۷	پاسخ تمرین‌های فصل دوم	۱۱	فصل ۱. تابع
۶۷	تمرین ۱-۲-۱۳ (صفحه ۵۳)	۱۱	۱-۱ زوج مرتب و حاصل ضرب دکارتی
۶۹	تمرین ۲-۲-۶ (صفحه ۶۳)	۱۲	۲-۱ رابطه
۸۰	تمرین ۲-۴-۳۱ (صفحه ۱۰۶)	۱۳	۳-۱ تابع
۸۹	تمرین ۲-۴-۳۲ (صفحه ۱۰۸)	۲۴	۴-۱ تابع یک‌به‌یک و پوشا
۹۴	تمرین ۲-۵-۷ (صفحه ۱۱۵)	۲۸	۵-۱ توابع حقیقی
۱۰۱	تمرین ۲-۵-۲۵ (صفحه ۱۳۶)	۲۹	۶-۱ کران‌داری یک تابع
۱۰۵	تمرین ۲-۶-۲۸ (صفحه ۱۶۳)	۳۱	پاسخ تمرین‌های فصل اول
۱۱۵	تمرین ۲-۶-۳۲ (صفحه ۱۷۰)	۳۱	تمرین ۴-۴-۱ (صفحه ۲۸)
۱۲۷	فصل ۳. مشتق	۳۲	تمرین ۳-۶-۱ (صفحه ۴۲)
۱۲۷	۱-۳ مشتق	۴۳	فصل ۲. حد و پیوستگی توابع
۱۳۲	۲-۳ مشتق ترکیب توابع و تابع ضمنی	۴۳	۱-۲ بازه‌های حقیقی و همسایگی
۱۳۵	۳-۳ مشتق توابع مثلثاتی	۴۶	۲-۲ حد تابع
۱۴۱	۴-۳ مشتق مراتب بالاتر و دیفرانسیل	۴۷	۳-۲ محاسبه چند حد، قضایایی
۱۴۴	پاسخ تمرین‌های فصل سوم	۴۹	۴-۲ حد راست و حد چپ
۱۴۴	تمرین ۳-۱-۱۷ (صفحه ۱۹۲)	۵۷	۵-۲ حد در بی‌نهایت و حدود بی‌نهایت
۱۵۰	تمرین ۳-۱-۱۸ (صفحه ۱۹۳)	۶۱	۶-۲ مفهوم پیوستگی
۱۵۶	تمرین ۳-۱-۲۷ (صفحه ۲۰۰)		
۱۵۶	تمرین ۳-۴-۱۱ (صفحه ۲۴۷)		

فصل ۴. کاربردهای مشتق	۱۷۹	فصل ۷. توابع غیر جبری	۲۸۳
۱-۴ ماکزیمم و می‌نیمم	۱۷۹	۱-۷ وارون یک تابع	۲۸۳
۲-۴ قضایای رول و میانگین	۱۸۱	۲-۷ معکوس توابع مثلثاتی	۲۸۳
۳-۴ تعیین ماکزیمم و می‌نیمم	۱۸۲	۳-۷ تابع لگاریتم طبیعی	۲۹۰
۴-۴ تقعر، تحدب و نقطه عطف	۱۸۶	۴-۷ وارون لگاریتم طبیعی	۲۹۱
۵-۴ رسم نمودار یا منحنی تابع	۱۸۹	۵-۷ توابع نمایی ویژه و لگاریتم در مبنای a	۲۹۲
۶-۴ چند کاربرد ماکزیمم و می‌نیمم	۲۰۷	۶-۷ توابع هیپربولیک (توابع هذلولی)	۲۹۴
پاسخ تمرین‌های فصل چهارم	۲۰۸	۷-۷ معکوس توابع هذلولی	۲۹۷
تمرین ۱-۲-۴ (صفحه ۲۹۰)	۲۰۸	پاسخ تمرین‌های فصل هفتم	۳۰۱
تمرین ۱-۲-۴ (صفحه ۲۹۰)	۲۰۹	تمرین ۱-۲-۷ (صفحه ۳۸۷)	۳۰۱
تمرین ۱-۲-۴ (صفحه ۳۰۰)	۲۲۲	تمرین ۲-۲-۷ (صفحه ۳۹۴)	۳۰۱
تمرین ۱-۳-۴ (صفحه ۳۰۴)	۳۳۱	تمرین ۲-۲-۷ (صفحه ۳۹۶)	۳۰۲
تمرین ۲-۳-۴ (صفحه ۳۱۳)	۲۳۳	تمرین ۳-۲-۷ (صفحه ۴۰۴)	۳۱۰
فصل ۵. انتگرال (ضدمشتق)	۲۳۵	تمرین ۴-۲-۷ (صفحه ۴۰۹)	۳۱۶
۱-۵ ضدمشتق	۲۳۵	تمرین ۵-۲-۷ (صفحه ۴۱۳)	۳۱۷
۲-۵ روش تعویض متغیر برای محاسبه انتگرال توابع	۲۳۵	تمرین ۵-۲-۷ (صفحه ۴۱۶)	۳۱۷
۳-۵ انتگرال‌گیری از توابع مثلثاتی	۲۳۸	تمرین ۶-۲-۷ (صفحه ۴۲۲)	۳۲۱
پاسخ تمرین‌های فصل پنجم	۲۴۳	تمرین ۶-۲-۷ (صفحه ۴۲۳)	۳۲۲
تمرین ۱-۲-۵ (صفحه ۳۵۰)	۲۴۳	تمرین ۶-۲-۷ (صفحه ۴۲۵)	۳۲۳
تمرین ۱-۳-۵ (صفحه ۳۵۵)	۲۴۶	تمرین ۶-۲-۷ (صفحه ۴۲۸)	۳۲۷
تمرین ۱-۳-۵ (صفحه ۳۵۷)	۲۴۶	تمرین ۷-۲-۷ (صفحه ۴۳۰)	۳۲۸
فصل ۶. انتگرال معین	۲۵۷	تمرین ۷-۲-۷ (صفحه ۴۳۱)	۳۲۸
۱-۶ انتگرال معین	۲۵۷	تمرین ۷-۲-۷ (صفحه ۴۳۱)	۳۲۹
۲-۶ خواص انتگرال معین	۲۵۹	فصل ۸. روش‌های انتگرال‌گیری	۳۳۱
۳-۶ قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال	۲۶۲	۱-۸ روش انتگرال‌گیری به روش جزئی‌ها	۳۳۱
پاسخ تمرین‌های فصل ششم	۲۶۴	۲-۸ جدول انتگرال‌گیری	۳۳۴
تمرین ۱-۶-۷ (صفحه ۳۶۴)	۲۶۴	۳-۸ انتگرال از توابع کسری	۳۳۵
تمرین ۲-۶-۷ (صفحه ۳۶۶)	۲۶۴	۴-۸ چند تغییر متغیر مناسب برای حل انتگرال‌ها	۳۳۸
تمرین ۵-۶-۷ (صفحه ۳۶۸)	۲۶۵	پاسخ تمرین‌های فصل هشتم	۳۴۶
تمرین ۷-۶-۷ (صفحه ۳۶۸)	۲۶۵	تمرین ۱-۸-۷ (صفحه ۴۳۶)	۳۴۶
تمرین ۱۲-۲-۶ (صفحه ۳۷۱)	۲۶۶	تمرین ۱-۸-۹ (صفحه ۴۳۶)	۳۴۶
تمرین ۱۳-۳-۶ (صفحه ۳۷۸)	۲۷۱	تمرین ۵-۲-۸ (صفحه ۴۳۹)	۳۴۷
		تمرین ۸-۳-۱۰ (صفحه ۴۴۴)	۳۵۶
		تمرین ۸-۴-۸ (صفحه ۴۴۹)	۳۶۶

۴۶۱	فصل ۱۱. انتگرال‌های ناسره و حدود مبهم	۳۷۳	فصل ۹. مختصات قطبی و منحنی‌های قطبی
۴۶۱	۱-۱۱ صورت‌های مبهم	۳۷۳	۱-۹ مختصات قطبی
۴۶۳	۲-۱۱ انتگرال‌های ناسره	۳۷۴	۲-۹ رابطه بین مختصات قطبی و دکارتی
۴۶۸	پاسخ تمرین‌های فصل یازدهم	۳۷۵	۳-۹ منحنی‌های قطبی
۴۶۸	تمرین ۱-۱۱-۳ (صفحه ۵۱۳)	۳۸۳	۴-۹ تقاطع نمودارها در مختصات قطبی
۴۶۸	تمرین ۱-۱۱-۱۶ (صفحه ۵۱۹)	۳۸۳	۵-۹ ضریب زاویه خط مماس بر منحنی قطبی
۴۷۳	تمرین ۱-۱۱-۲۲ (صفحه ۵۲۸)	۳۸۵	پاسخ تمرین‌های فصل نهم
۴۸۳	فصل ۱۲. اعداد مختلط	۳۸۵	تمرین ۲-۹-۴ (صفحه ۴۵۶)
۴۸۳	۱-۱۲ تعریف‌ها	۳۸۶	تمرین ۳-۹-۱۰ (صفحه ۴۶۲)
۴۸۴	۲-۱۲ اعمال جبری روی اعداد مختلط	۳۹۶	تمرین ۴-۹-۴ (صفحه ۴۶۶)
۴۸۶	۳-۱۲ وارون اعداد مختلط	۴۰۳	تمرین ۵-۹-۶ (صفحه ۴۶۹)
۴۸۷	۴-۱۲ مزدوج اعداد مختلط	۴۰۵	فصل ۱۰. کاربردهای انتگرال معین
۴۸۷	۵-۱۲ نمایش هندسی اعداد مختلط	۴۰۵	۱-۱۰ محاسبه مساحت ناحیه بین نواحی مختلف در صفحه IR^2
۴۹۰	۶-۱۲ نمایش مثلثاتی اعداد مختلط	۴۰۵	۲-۱۰ محاسبه مساحت وقتی که معادلات پارامتری منحنی معلوم باشد.
۴۹۱	۷-۱۲ توان در اعداد مختلط	۴۰۷	۳-۱۰ مساحت مناطق قطبی
۴۹۱	۸-۱۲ ریشه‌ی اعداد مختلط	۴۰۸	۴-۱۰ طول کمان یک منحنی
۴۹۴	پاسخ تمرین‌های فصل دوازدهم	۴۰۹	۵-۱۰ محاسبه حجم جسم دوار
۴۹۴	تمرین ۲-۱۲-۴ (صفحه ۵۳۳)	۴۱۴	۶-۱۰ محاسبه گشتاور
۴۹۵	تمرین ۲-۱۲-۳ (صفحه ۵۳۴)	۴۱۴	۷-۱۰ گشتاورها و مرکز جرم
۴۹۵	تمرین ۳-۱۲-۵ (صفحه ۵۳۵)	۴۲۰	پاسخ تمرین‌های فصل دهم
۴۹۶	تمرین ۴-۱۲-۴ (صفحه ۵۳۷)	۴۲۰	تمرین ۵-۱۰-۱ (صفحه ۴۷۶)
۴۹۸	تمرین ۶-۱۲-۶ (صفحه ۵۳۷)	۴۲۹	تمرین ۳-۱۰-۳ (صفحه ۴۸۰)
۴۹۸	تمرین ۹-۱۲-۴ (صفحه ۵۳۸)	۴۳۱	تمرین ۴-۱۰-۳ (صفحه ۴۸۳)
۵۰۱	تمرین ۱۱-۱۲-۵ (صفحه ۵۴۳)	۴۳۱	تمرین ۵-۱۰-۳ (صفحه ۴۸۳)
۵۱۰	تمرین ۱۲-۶-۲ (صفحه ۵۴۶)	۴۳۵	تمرین ۱۱-۴-۱۰ (صفحه ۴۸۹)
۵۱۱	تمرین ۱۲-۷-۳ (صفحه ۵۴۷)	۴۴۱	تمرین ۴-۵-۱۰ (صفحه ۴۹۵)
۵۱۱	تمرین ۱۲-۷-۴ (صفحه ۵۴۷)	۴۴۶	تمرین ۸-۵-۱۰ (صفحه ۴۹۸)
۵۱۱	تمرین ۱۲-۷-۹ (صفحه ۵۴۹)	۴۴۹	تمرین ۲-۶-۱۰ (صفحه ۵۰۱)
۵۲۰	تمرین ۱۲-۸-۱۱ (صفحه ۵۵۶)	۴۵۰	تمرین ۱۹-۷-۱۰ (صفحه ۵۰۹)