



مسائل در آنالیز ریاضی

(اعداد حقیقی، دنباله‌ها، و سریها)

جلد اول

ویسلاوا کاچور، ماریا نوواک

ترجمه میثم سلیمانی ملکان

مرکز نشر دانشگاهی



مرکز نشر دانشگاهی

*Problems in Mathematical
Analysis I*

Real Numbers, Sequences and Series

W.J. Kaczor, M. T. Nowak

AMS (AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY) 2000

مسائلی در آنالیز ریاضی
اعداد حقیقی، دنباله‌ها، و سریها
جلد اول
تألیف ویسلاوا کاجور و ماریا نوواک
ترجمه میثم سلیمانی ملکان

ویراسته محمد ابراهیم امینیان
نسخه پرداز: لیلا ماسنی
حروفچین: الهه عموحیان
طراح جلد: سمیه عابدینی
ناظر چاپ: حمیدرضا دمیرچی
مرکز نشر دانشگاهی
چاپ اول ۱۳۹۶
تعداد ۵۰۰
چاپ و صحافی: ترام‌نگار
۲۳۰۰۰ تومان

نشانی فروشگاه مرکزی: خیابان انقلاب، روی‌روی سینما، پاساژ خیبری، تلفن: ۶۶۴۱۰۶۸۶، ۶۶۴۰۸۸۹۱
فروشگاه و نمایشگاه دائمی: خیابان دکتر بهشتی، خیابان سلامبولی، نشانی خیابان دهم، شماره ۵۰، تلفن: ۸۸۷۲۵۹۵۴

فروش اینترنتی: www.bookiup.ir



1713916428260501111

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است
فهرست‌نویسی پیش از انتشار کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

سرشناسه: کاجور، ویسلاوا یوت، ۱۹۴۹-م. Kaczor, W. J. (Wiesława J.)
عنوان و نام پدیدآور: مسائلی در آنالیز ریاضی: اعداد حقیقی، دنباله‌ها و سریها جلد اول/ ویسلاوا کاجور، ماریا نوواک. ترجمه میثم سلیمانی ملکان.
مشخصات نشر: تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری: ۳۸۱ صفحه
فروست: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۵۱۴. ریاضی، آمار، و کامپیوتر؛ ۱۸۰.
شابک: 978-964-01-1514-5
وضعیت فهرست‌نویسی: فیا
یادداشت: کتاب حاضر ترجمه جلد اول با عنوان "Real numbers, sequences, and series" از کتاب سه جلدی
"Problems in mathematical analysis" است.
یادداشت: عنوان اصلی: Zadania z analizy matematycznej.
موضوع: آنالیز ریاضی
Mathematical analysis
شناسه افزوده: نوواک، ماریا ت، ۱۹۵۱-م.
Nowak, M. T. (Maria T.)
شناسه افزوده: سلیمانی ملکان، میثم، ۱۳۶۲-، مترجم
شناسه افزوده: مرکز نشر دانشگاهی
Iran University Press
شناسه افزوده: ۱۳۹۶ / ۱۳ / ۳۰۰ QA
رده‌بندی کنگره: ۵۱۵/۰۷۶
رده‌بندی دیویی: ۵۱۵/۰۷۶
شماره کتابشناسی ملی: ۴۷۸۹۷۳

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	پیشگفتار
۳	نمادها و اصطلاحات
	• مسائل
۷	۱ اعداد حقیقی
۷	۱.۱ زیرینه و زیرینه مجموعه‌های اعداد حقیقی. کسر مسلسل
۱۳	۲.۱ برخی از نابرابریهای مقدماتی
۲۱	۲ دنباله‌های اعداد حقیقی
۲۱	۱.۲ دنباله‌های یکنوا
۲۸	۲.۲ حد. خواص دنباله‌های همگرا
۳۶	۳.۲ تبدیل توپلیتس، قضیه اشتولتس، و کاربرد آنها
۴۱	۴.۲ نقطه حدی. حد زیرین، و حد زیرین
۴۷	۵.۲ مسائل گوناگون

۶۲	۳ سریهای اعداد حقیقی
۶۲	۱.۳ مجموعیابی سریها
۷۰	۲.۳ سری با جملات نامنفی
۸۴	۳.۳ آزمون انتگرال
۸۸	۴.۳ همگرایی مطلق، قضیه لایبنیتس
۹۴	۵.۳ آزمونهای دیریکله و آبل
۹۷	۶.۳ ضرب کوشی سریهای نامتناهی
۱۰۰	۷.۳ بازآرایش سری، سری دوگانه
۱۰۶	۸.۳ سریهای نامتناهی

حل مسائل

۱۱۷	۱ اعداد حقیقی
۱۱۷	۱.۱ زیرینه و زیرین مجموعه، اعداد حقیقی، کسر مسلسل
۱۲۹	۲.۱ برخی از نابرابریهای قدما
۱۴۳	۲ دنباله‌های اعداد حقیقی
۱۴۳	۱.۲ دنباله‌های یکتا
۱۵۵	۲.۲ حد، خواص دنباله‌های همگرا
۱۷۴	۳.۲ تبدیل توپلیتس، قضیه اشتولتس، و کاربرد آنها
۱۸۲	۴.۲ نقطه حدی، حد زیرین، و حد زیرین
۲۰۱	۵.۲ مسائل گوناگون

۲۳۸	۳ سریهای اعداد حقیقی
۲۳۸	۱.۳ مجموعیابی سریها
۲۶۳	۲.۳ سری با جملات نامنفی
۲۹۶	۳.۳ آزمون انتگرال
۳۰۳	۴.۳ همگرایی مطلق، قضیه لایبنیتس

صفحه	عنوان
۳۱۷	۵.۳ آزمونهای دیریکله و آبل
۳۲۸	۶.۳ ضرب کوشی سریهای نامتناهی
۳۳۶	۷.۳ بازآرایش سری. سری دوگانه
۳۵۴	۸.۳ ضربهای نامتناهی
۳۷۳	کتابنامه-فهرست کتب

پیشگفتار

این کتاب ویراست انگلیسی نخستین یافته و اصلاح شده نسخه لهستانی است که در ۱۹۹۶ توسط دفتر انتشاراتی دانشگاه ماری کوری-سکودووسکا^۱ در لوبلین لهستان، به چاپ رسیده است. این کتاب اولین جلد از سلسله کتابهای ماری در آنالیز است که طبق برنامه‌ای منتشر می‌شوند. جلد دوم، که پیش از این به زبان لهستان، به چاپ رسیده است، تحت ترجمه به انگلیسی است. مخاطبان این سلسله کتب دانشجویانی هستند که برای پی‌گیری را در مبنای آنالیز می‌گذرانند. گزینش و آرایش مطالب، آن را برای مطالعه انفرادی مناسب نموده است، و اساتید در سازمان‌دهی جلسات آموزشی و سمینارهای خود آن را مفید می‌یابند.

این جلد شامل سه موضوع است که عبارت‌اند از: اعداد حقیقی، دنباله‌ها و سریها. این جلد شامل مسائل مربوط به فضاهای توپولوژیک و متریک نمی‌شود، که باید در نظر داریم در جلد‌های بعدی آنها را بیاوریم.

این کتاب به دو قسمت تقسیم شده است. قسمت نخست مجموعه‌ای از تمرینات و مسائل است، و قسمت دوم حل آنها را در بر دارد. در اغلب موارد راه‌حل کامل داده شده است. در جایی که هیچ مشکلی انتظار نمی‌رود، همچنین در جایی که مسأله‌ای مشابه قبلاً حل شده است، تنها به راهنمایی یا ارائه جواب اکتفا کرده‌ایم. خیلی اوقات ممکن است یک مسأله راه‌حلهای مختلفی داشته باشد؛ ما تنها به ارائه یک راه‌حل پرداخته‌ایم، به امید آنکه خود دانشجویان راه‌حلهایی دیگر را بیابند.

با مدنظر قرار دادن دانشجویان کوشیده‌ایم تا جایی که میسر است مطالب را در سطحی مقدماتی نگه داریم. برای مثال، اثباتی مقدماتی از قضیه توپلیتس، که درباره تبدیلات به اصطلاح

1. Maria Curie-Skłodowska

منظم از دنباله‌هاست، ارائه شده است، با وجود آنکه در بسیاری از متون، اثبات آن مبتنی بر روشهای آنالیز تابعی است. اثبات آورده شده، برگرفته از مقاله اصلی توپلیس است، که در سال ۱۹۱۱ به چاپ رسیده است.^۱ امید داریم که مطالب ارائه شده از این بخش از آنالیز حقیقی، برای خوانندگان با سهولت بیشتری قابل فهم باشد و عده بیشتری آن را بفهمند.

تمامی نمادها و تعاریف استفاده شده در این نسخه متعارفاند و استفاده از آنها رایج است. برای مثال، خواننده می‌تواند آنها را در کتب درسی [۱۲] و [۲۳] بیابد، که در آنها پیش‌زمینه نظری مورد نیاز نیز یافت می‌شود. با وجود این، برای انسجام متن و اجتناب از ابهام، فهرستی از نمادها و تعاریف را آورده‌ایم.

در بسیاری موارد مطالبی را از کتب درسی، مجموعه‌های مسائل، و بخش مسأله مجلاتی مانند، هنامه ریاضی آمریکا، ریاضیات امروز (روسی)، و دلتا (لهستانی) اقتباس کرده‌ایم. فهرست کامل کتابها در انتهای کتاب آورده شده است. یافتن منشأ تمامی منابع فراتر از طاقت مؤلفین بوده است و ممکن است سهمی از منابع اولیه از قلم افتاده باشد، اگر چنین چیزی رخ داده باشد، صادقانه بپوش می‌طلبیم.

ویسلاوا کاجور، ماریا نوواک