



برگی از درخت المپیاد ریاضی

(۱ + ۵) فصل در ناپراپری ها

مؤلف

سینا رضایی زارعی



انتشارات خورشید

سرشناسه	:	رضایی زارعی، سینا، ۱۳۷۱
عنوان و نام پدیدآور	:	(۱ + ۵) فصل در نابرابری‌ها
مشخصات نشر	:	تهران: خوشخوان، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	:	۲۸۶ ص
فروست	:	برگی از درخت المپیاد ریاضی
شابک	:	978-600-5695-77-9
وضعیت فهرست نویسی	:	فنیای مختصر
شناسه افزوده	:	فهرست‌نویسی کامل این اثر در نشانی: http://opac.nali.ir قابل دسترسی است.
شناسه افزوده	:	رضایی زارعی، سینا، ۱۳۷۱
شماره کتابشناسی ملی	:	۳۸۳۷۰۲۶



سازمان اسناد و کتابخانه ملی



عنوان	:	(۱ + ۵) فصل در نابرابری‌ها
ناشر	:	خوشخوان
مذیر پروژه	:	پیمان اکبری
مؤلف	:	سینا رضایی زارعی
ویراستار	:	حسام‌الدین رجب‌زاده
حروفچینی و صفحه‌آرایی	:	گروه فنی هیمنه (TeX-پاک) (پاک‌نژاد ۶۶۵۶۶۵۴۰)
طراحی جلد	:	سعیده ترقی‌جاه، مهدی تکلو
توبیت چاپ	:	اول - تابستان ۱۳۹۴
تیراژ	:	۱۵۰۰ نسخه
چاپخانه	:	دانش‌پژوه
قیمت	:	۱۶۰۰۰ تومان
شابک	:	۹۷۸-۶۰۰-۵۶۹۵-۷۷-۹

کلیه حقوق برای انتشارات خوشخوان محفوظ است.

تهران، خیابان انقلاب، خیابان فخر رازی، بین روانمهر و لبافی‌نژاد، کوچه انوری،

پلاک ۱۹، انتشارات خوشخوان، تلفن: ۶۶۴۹۴۰۲۰

email : info@khoshkhan.ir | www.khoshkhan.ir



پروژه‌ی درخت المپیاد

اعتقاد بر این است که شروع فعالیت‌های المپیاد به صورت حرفه‌ای، باید از ابتدای دوره‌ی دبیرستان شروع شود. اکثر المپیادهای علمی در زمستان سال سوم دبیرستان تعیین تکلیف می‌شوند. بنابراین از شروع دبیرستان تا اواسط سال سوم حدوداً ۸ ترم تحصیلی می‌شود (با احتساب فصل و ترم تابستان) که لازم است برنامه‌ریزی دقیقی برای این چند ترم انجام شود.

انتشارات خوشخوان این برنامه‌ریزی را در قالب پروژه‌ی درخت المپیاد انجام داده است که هر شاخه از درخت، مبحثی از آن المپیاد و هر برگ از آن شاخه شماره‌ای از آن مبحث می‌باشد.

به عنوان مثال اپتیک (۱) کتابی است که در یک ترم تحصیلی در یک کلاس ممتاز می‌توان برای داوطلبان المپیاد فیزیک تدریس کرد.

با عنایات حضرت حق و با کمک تنی چند از همکاران گرامی کتب مربوط به این درخت در هر رشته‌ای از المپیاد معرفی خواهد شد.

منتظر پیشنهادات و نظرات شما سروران هستیم.

گروه المپیاد

انتشارات خوشخوان



مسابقه‌ها، کنکورها و المپیادهای علمی همایش‌هایی هستند که کم و بیش در سرتاسر دنیای پهن‌آور به صورت داخلی و بین‌المللی برگزار می‌شود و سال به سال به تنوع، جذبه و عظمت آن‌ها افزوده می‌شود. یکی از این همایش‌های باشکوه که هر سال در چندین رشته در سطح دانش‌آموزان سنوات آخر دوره متوسطه برگزار می‌شود المپیادهای علمی می‌باشد که قدیمی‌ترین آن المپیاد ریاضی بوده و از سال ۱۹۵۹ آغاز و تا به حال ادامه داشته است.

در حال حاضر نتیجه‌ی کسب شده در المپیادهای علمی برای هر کشوری یکی از شاخص‌های قدرت علمی آن کشور محسوب شده و نفرات ممتاز این المپیادها به راحتی جذب دانشگاه‌ها و آکادمی‌های ممتاز جهان شده و پس از گذشت سنواتی چند به موفقیتهای چشم‌گیری نایل می‌شوند چنانچه بسیاری از دانشمندان حال حاضر در رشته‌های مختلف از جمله شیمی، فیزیک، IT و ... در سال‌های نه‌چندان دور از مدال‌آوران این المپیادها بوده‌اند.

جمهوری اسلامی ایران برای اولین بار در سال ۱۳۶۶ در المپیاد ریاضی جهان که در کشور کوبا برگزار می‌شد شرکت کرده و با کسب یک مدال برنز به مقام ۲۶ جهان نائل آمد که تعجب همگان را برانگیخت چرا که در آن سال ایران درگیر جنگ تحمیلی بوده و جهانیان به غیر از جنگ و درگیری چیزی از ایران سراغ نداشتند و درخشش دانش‌آموزان ایران در آن سال و سنوات بعد نگاه‌ها را به سمت ایران معطوف کرده و چشم خفته آن‌ها را تا حدود زیادی بیدار کرد. همان‌طور که از رسانه‌های گروهی مطلع شده‌ایم در تمام المپیادهای علمی تیم اعزامی کشور عزیزمان در سنوات گذشته جزء کشورهای برتر بوده و ضمن کسب مدال‌های رنگارنگ رتبه‌های بسیار درخشانی از جمله رتبه اول را حائز شده‌اند.

نحوه‌گزینش نفرات اعزامی به المپیادهای جهانی تا حدود زیادی مشابه یکدیگرند به این صورت که در ابتدا در مسابقه‌ای سراسری تحت عنوان مرحله اول که معمولاً به صورت پرسش‌های چندگزینه‌ای مطرح می‌شود حدوداً هزار نفر پذیرفته شده و در رقابتی معمولاً تشریحی که مرحله‌ی دوم نامیده می‌شود شرکت می‌کنند. در این مرحله در هر رشته حدوداً چهل نفر پذیرفته شده و در دوره‌ی تابستانی در باشگاه دانش‌پژوهان جوان که متولی برگزاری تمام المپیادهای علمی می‌باشد شرکت کرده و پس از گذراندن این دوره مرحله‌ی سوم آزمون برگزار شده و عده‌ای (در حدود ده نفر) مدال طلا، عده‌ای مدال نقره و عده‌ای دیگر مدال برنز

کسب می کنند (در این مرحله معمولاً تمامی افراد شرکت کننده در دوره مدال کسب می کنند) دارندگان مدال طلا حدود یک سال در آن باشگاه آموزش دیده و پس از آن اعضای تیم اعزامی شناسایی می شوند. دارندگان مدال طلا همگی بدون کنکور و در رشته و دانشگاه دلخواه خود پذیرفته شده و ادامه ی تحصیلی می دهند اما دارندگان مدال های نقره و برنز همانند سایر داوطلبان در کنکور سراسری شرکت کرده و برای کسب رتبه دلخواه جهت پذیرفته شدن در رشته و دانشگاه مورد علاقه خود در رقابت می کنند با این تفاوت که این افراد سهمیه ی ویژه ای در پذیرفته شدن در رشته و دانشگاه مورد علاقه ی خود دارند که جزئیات آن در سایت باشگاه دانش پژوهان جوان تشریح شده است.

متأسفانه در سال های اخیر در بعضی از مدارس افرادی مثلاً لباس کارشناسی به تن کرده و علیه فعالیت های المپیاد جبهه می گیرند و ادعا می کنند فعالیت برای المپیادهای علمی مانع موفقیت در کنکور سراسری بوده و هرچه دانش آموز به سمت المپیاد سوق پیدا کند از کنکور فاصله گرفته و در صورت عدم کسب مدال طلا (که بسیار محتمل است) آینده ی خود را تباه کرده است در حالی که با تحقیقی که در سال های گذشته انجام شده است فعالیت در زمینه المپیادهای علمی نه تنها مانع فعالیت برای کنکور نیست بلکه مسیر فعالیت برای کسب رتبه مناسب در کنکور را بسیار هموارتر می سازد به عنوان مثال می توانید تمام مدال آوران نقره و برنز و یا حتی آن هایی که در مرحله اول پذیرفته شده ولی به دوره تابستانی راه پیدا نکرده اند را در یک رشته شناسایی کرده و موفقیت های تحصیلی آن ها را در دانشگاه ها جویا شوید که نگارنده ی این متن بارها این تحقیق را انجام داده و به مثبت بودن آن یقین پیدا کرده است.

به هر حال ادعا این است که فعالیت دانش آموز در یک رشته از رشته های المپیاد فواید بسیاری دارد که به تعدادی از آن ها به صورت گذرا اشاره می شود:

۱. همان طور که خداوند به بشرتن سالم داده و انتظار می رود با ورزش ها و نرمش های مناسب از این نعمت خدادادی محافظت شود به هر دانش آموزی نیز استعدادی داده است که باید شکوفا و بهره ور شود. اغلب باشگاه های کشور اعم از خصوصی و دولتی داوطلب زیادی در رشته های متفاوت ورزشی دارند که مشغول فعالیت در یکی از رشته های ورزشی مانند کشتی، تکواندو، بدن سازی و ... می باشند که وقتی از آن افراد راجع به اهدافشان از این فعالیت سؤال می شود سالم نگه داشتن بدن را عنوان داشته و انتخاب شدن در تیم ملی را در نهایت عنوان می کنند. چه بسا افرادی که در این رشته ها فعالیت می کنند و هرگز به تیم ملی راه پیدا

نمی‌کنند که وقتی از این افراد راجع به موفقیت‌هایشان سؤال می‌شود هرگز خود را ناموفق معرفی نمی‌کنند و همین‌که توانسته‌اند از بدن سالم خود به روش مناسب محافظت کنند را پیروزی بزرگی می‌دانند بنابراین فعالیت در یکی از زمینه‌های المپیاد چه در نهایت به کسب مدال منجر شود و یا نشود همین‌که استعداد خدادادی پرورش می‌یابد موفقیتی است بس بزرگ.

۲. کتب درسی به اذعان اکثر کارشناس‌ها و اساتید سال به سال ساده‌تر شده و برای عموم دانش‌آموزان دلچسب هستند ولی برای دانش‌آموزان ممتاز و تیزهوش به هیچ عنوان اغناکننده نمی‌باشند لذا لازم است این سری از دانش‌آموزان فعالیت ویژه‌ای را در رشته‌ی مورد علاقه‌ی خود داشته باشند تا احساس کنند این فعالیت‌ها برای آن‌ها اغناکننده است.

۳. فعالیت‌های المپیادی که در نهایت به حل سوالات پیچیده و عمیق در رشته‌ی مربوطه می‌شود باعث می‌شود تا فرد به تمام مسائل جامعه و پیش‌آمده در زندگی به دید یک مسأله‌ی المپیاد نگاه کرده و در حل آن نسبت به سایر رقبا موفق‌تر باشند. تحقیقات نشان می‌دهد افرادی که با علاقه و اشتیاق حداقل یکی از شاخه‌های المپیاد را دنبال می‌کنند (نه به نیت کسب مدال بلکه به نیت پرورش ذهن) نسبت به سایر افراد در زندگی موفق‌ترند.

۴. زیربنای اکثر دروس پیش‌دانشگاهی در دروس المپیاد بنا نهاده می‌شود بنابراین افرادی که به سبک المپیادی دروس خود را مطالعه می‌کنند در دوره پیش‌دانشگاهی با پایه‌ی بسیار قوی‌تری با دروس مواجه می‌شوند و نسبت به رقبای خود راحت‌تر از عهده آن‌ها برمی‌آیند.

۵. با توجه به مصوبه‌های موجود، کسب مدال در یکی از المپیادهای علمی (حتی مدال برتر) باعث اعطای امتیازهای ویژه‌ای برای داوطلبان کنکور در ورود به دانشگاه‌های سراسری می‌شود که جزئیات آن در سایت‌های معتبر مخصوصاً سایت باشگاه دانش‌پژوهان جوان موجود است.

۶. همچنین با توجه به مصوبه‌های موجود اکثر داوطلبان المپیادها به عضویت نهادهای مختلف از جمله بنیاد ملی نخبگان درمی‌آیند که با رجوع به سایت‌های مرتبط با این نهادها و بنیادها امتیازات تعلق‌یافته به اعضا را مشاهده خواهید کرد.

انتشارات خوشخوان مفتخر است از بدو تأسیس به فکر تدوین و تألیف منابعی مناسب برای دانش آموزان ممتاز و داوطلبان المپیاد بوده است که خوشبختانه با یاری خداوند متعال و با بهره گیری از اساتید مجربی که خود در سنواتی نه چندان دور مدال آوریکی از المپیادهای علمی بوده اند، کتب متعددی به بازار عرضه شده است که مورد توجه داوطلبان قرار گرفته است. بعد از کسب تجربیات لازم به این نتیجه رسیده ایم که لازم است کتبی به صورت کار تدوین و تألیف شود که در آن هر کتاب مخصوص یک ترم تحصیلی باشد. این پروژه به نام درخت المپیاد نام گرفته است و هر کتاب از این پروژه که در اختیار دارید برگی از آن درخت خواهد بود.

بدیهی است انجام چنین پروژه ی عظیمی نظر و همت دسته جمعی می طلبد لذا لازم است از تمام دوستان و همکارانی که ما را در انجام این پروژه یاری نموده اند، تشکر و قدردانی می نمایم و در نهایت نیز از عوامل زحمت کش انتشارات اعم از مشاورین، حروف چین ها، طراحان و کارمندان و کارگران عزیز کمال امتنان را دارم.

با تشکر

رسول حاجی زاده مدیر انتشارات خوشخوان

مَنّت خدای را عز و جل که طاعتش موجب قربتست و به شکر اندرش مزید نعمت هر نفسی که فرو می‌رود مَدِّ حیاتست و چون بر می‌آید مفرّج ذات. پس در هر نفسی دو نعمت موجودست و بر هر نعمت شکری واجب

از دست و زبان که برآید کز عهده‌ی شکرش به در آید

(گلستان سعدی)

بعد از چند سال تدریس المپیاد، به پیشنهاد چند تن از دوستان تصمیم به نوشتن کتاب حاضر گرفتیم. این کتاب، جلد اول از کتاب دو جلدی برای آموزش نابرابری‌هاست. در این کتاب سعی شده است تا همه‌ی آن‌چه برای نابرابری‌ها در المپیاد ریاضی نیاز دارید پوشانده شود. مطالب این کتاب برای آمادگی در مبحث نابرابری‌ها در المپیاد ریاضی تا مرحله‌ی دوم و حتی کمی فراتر از آن کافی است و مباحث تکمیلی این درس در جلد دوم ارائه و جمع‌بندی خواهند شد. می‌توان به طور دقیق‌تر گفت که در واقع ۴ فصل اول کتاب هم برای آمادگی در مرحله دوم المپیاد ریاضی کافی است و فصل‌های ۵ و ۶ برای آمادگی در این مرحله چندان ضروری نیستند.

آنچه در این کتاب می‌بینید:

در این کتاب، ۱ + ۵ مبحث در نابرابری‌ها بررسی شده است.

هر فصل دارای تعدادی بخش است که در انتهای هر بخش، تمرین‌هایی برای حل آورده شده است که راه‌حل اغلب آن‌ها در انتهای همان بخش در دست‌رس است. در پایان هر فصل نیز مسائل پیش‌تری برای تمرین و تسلط از کشورهای مختلف به دانش‌آموزان عرضه شده است. در انتهای کتاب نیز، تمرین‌های تکمیلی با راه‌حل و تمرین‌های متفرقه بدون راه‌حل برای تمرین بیشتر آورده شده‌اند. بخش‌های کتاب به گونه‌ای طراحی شده‌اند که هر بخش را در یک جلسه‌ی کلاسی می‌توان آموزش داد و قاعدتاً همراهی یک معلم با دانش‌آموز می‌تواند یادگیری دانش‌آموز را سریع‌تر و عمیق‌تر کند.

در فصل نخست کتاب، خواص ابتدایی نابرابری‌ها را که اساس حل مسائل نامساوی هستند به صورت اجمالی معرفی و بررسی کرده‌ایم.

فصل دوم به نابرابری‌های واسطه اختصاص دارد. در این فصل برای تسلط بیشتر، ابتدا حالت‌های خاص آن را معرفی کرده و سپس به حالت کلی پرداخته‌ایم و مسائل گوناگونی را که با استفاده از آن قابل حل هستند آورده شده‌اند.

در فصل سوم، مشابه فصل دوم ابتدا نامساوی کوشی شوارتز و سپس نامساوی هولدر را که تعمیمی از آن است بررسی کرده‌ایم.

در فصل چهارم و پنجم به ترتیب به نابرابری‌های جایگشتی و چیشف و نابرابری شور پرداخته‌ایم که

در عین سادگی، بعضی از مسائل را به زیبایی حل می‌کنند.

در فصل ششم تحت عنوان نابرابری‌ها در هندسه توجه خود را به استفاده از ساختارهای هندسی در حل مسئله‌های نابرابری و همین‌طور نابرابری‌هایی که در مورد اجزای یک شکل هندسی مطرح می‌شوند، معطوف کرده‌ایم.

در انتها نیز همان‌گونه که در بالا اشاره شد، مسائل بیش‌تری را برای تمرین ارائه کرده‌ایم. روش پیشنهادی مطالعه کتاب:

برای استفاده‌ی بهتر از کتاب، پیشنهاد می‌کنیم که به صورت زیر عمل کنید. ابتدا فصل یک و سپس سه بخش ابتدایی فصل دو را مطالعه نمایید. بعد از آن بخش یک از فصل سه و چهار را مطالعه کنید. سپس بخش‌های باقی‌مانده کتاب را به ترتیب از ابتدا شروع کرده و تا انتها مطالعه کنید.

توصیه‌ای که به دانش‌آموزان برای آموزش المپیاد داریم، این است که با صبر و حوصله در آموزش ریاضیات تلاش کنند. همین‌طور بهتر است که بر روی حل تمرین‌های المپیاد وقت گذاشته و ناامید نشوند. خوش است زیر مغیالان به راه بادیه خفت، شب رحیل، ولی ترک جان بیاید گفت

(گلستان سعدی)

در انتها ضروری است از دوستان زیادی که در نوشتن این اثر، اینجانب را کمک کرده‌اند تشکر کنم. از جمله چند تن از شاگردان این‌جانب که پیش‌نویس‌های کتاب را مطالعه کردند و بنده را از نظرات خوب خود بی‌بهره نگذاشتند و دوست عزیزم، آقای حسام‌الدین رحب‌زاده که ویراستاری این اثر را تقبل کردند و نظرات سازنده‌ی خود را به بنده گوشزد نمودند، سپاس‌گزاری می‌کنم. همین‌طور از کارکنان محترم انتشارات خوشخوان و شخص آقای اکبری، مسئول پروژه برگ و آقای حاجی‌زاده رئیس انتشارات خوشخوان که با تلاش خود این کتاب را برای دانش‌آموزان آماده نمودند نیز قدردانی می‌نمایم.

در انتها لازم است از پدر و مادر خود که همیشه پشتیبان من بوده‌اند، از خواهر خود که دلگرمی همیشگی خود را نثار من کرده است و از آقای احسان توحیدی که مشوق همیشگی بنده بوده‌اند، تشکر و قدردانی ویژه‌ای داشته باشم.

در پایان از همه‌ی اساتید و دانش‌آموزان عزیز خواشتمندم هرگونه پیشنهاد، انتقاد و نظرات خود در مورد این کتاب را از طریق پست الکترونیکی sina.rezaie71@gmail.com با بنده در میان بگذارند.

من الله توفیق

سینا رضایی زارعی

فهرست مطالب

نامساوی‌های مقدماتی ۱	فصل ۱	
نامساوی‌های واسطه ۱۳	فصل ۲	
نامساوی کوشی شوارتز ۷۷	فصل ۳	
نامساوی جایگشتی و چیشف ۱۱۳	فصل ۴	
نامساوی‌های شور ۱۴۵	فصل ۵	
نامساوی‌های هندسی ۱۶۱	فصل ۶	
مسائل تکمیلی ۱۸۷	فصل ۷	
مسائل متفرقه ۲۷۳	فصل ۸	