

۱۳۷۳۲۲۶

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

اصول و فنون ترکیبیات

چن چوان چنگ، - کہ کی منگ

مترجم:

یاسر احمدی فولادی

سرشناسه	چن، چوان چنگ Chen, ChuanChong
عنوان و نام پدیدآور	: اصول و فنون ترکیبیات / [مؤلفان] چن چوان چنگ [صحیح: چوان چنگ چن]، که کی مینگ [صحیح: کی مینگ که]؛ مترجم یاسر احمدی فولادی
مشخصات نشر	: تهران: دانش پژوهان جوان ۱۳۹۴
مشخصات ظاهری	: ۱۴/۵ × ۲۱/۵ س م؛ ۲۸۲، XV، ص: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: ۹-۴۹-۲۸۸-۰۶۰۰-۹۷۸-۱۴۱۰۰۰ ریال
وضعیت فهرست نویسی: فیبا	
یادداشت	: عنوان اصلی: Principles and techniques in combinatorics, 1992
یادداشت	: کتابنامه.
یادداشت	: نمایه.
موضوع	: آنالیز ترکیبی
موضوع	: آنالیز ترکیبی مسائل، تمرین ها و غیره
موضوع	: المپیادها (ریاضیات)
موضوع	: که، کی مینگ، ۱۹۴۴ م.
شناسه افزوده	: Koh, K. M. (Khee Meng)
شناسه افزوده	: احمدی فولادی، یاسر ۱۳۵۸، مترجم
بندی کننده	: ۱۳۹۴ الف ۹ ج/ ۱۶۴ QA
رده بندی دیویی	: ۵۱۱/۶
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۸۹۹۵۷۸

اول فنون ترکیبیات

مؤلفان: چر چوان چنگ - که کی مینگ

مترجم: یاسر احمدی فولادی

چاپ اول: ۱۳۹۴

تیراژ: ۲۴۰۰ نسخه

قطع: رقعی

شابک: ۹-۴۹-۲۸۸-۰۶۰۰-۹۷۸

قیمت: ۱۴۱۰۰ تومان



ناشر کتابهای المپیاد

مقدمه

در طول سالیان، آنالیز ترکیباتی همواره مبحثی مورد علاقه برای دانشجویان ما بوده است. اصول و فنون پایه‌های آمیختن داده‌شده در این مبحث کاربردهای بیش‌تر و بیش‌تری را در حیطه‌های دیگر، به ویژه در علوم کامپیوتر و تحقیق عملیاتی، یافته است. مسایل ترکیباتی نه تنها جالب توجه پژوهشگران هستند، بلکه در مسابقات ریاضی تواناگون، به ویژه المپیاد ریاضی بین‌المللی، نیز بسیار فراوان ظاهر می‌شوند.

هر دو نویسنده، آنالیز ترکیباتی را در دانشگاه تدریس کرده‌اند، و نیز سال‌های بسیاری درگیر آموزش تیم‌های ملی المپیاد ریاضی سنگاپور بوده‌اند. در تمام مدت، ما به دنبال کتابی مناسب برای منظور خود بودیم. از این‌رو، در تهیه این کتاب، دو هدف را در ذهن داشتیم: (۱) کتاب بتواند به عنوان یک کتاب درسی برای دانشجویان به کار آید، و نیز (۲) بتواند در آموزش تیم ملی المپیاد ریاضی ما سودمند واقع شود. برای نیل به این اهداف، کوشیدیم متنی بسیار روان را ارائه کنیم تا دانش‌آموزان و دانشجویان با کمی مهارت در ریاضیات بتوانند سادگی آن را مطالعه نمایند.

دیده ایم که دانش‌آموزان و دانشجویان اغلب از برخی از اصول پایه‌یی در ترکیبیات، مانند اصل جمع، اصل ضرب، اصل متمم‌گیری، اصل درون‌گسترش و اصل دوپیکگی، به خاطر به نسبت بدیهی بودن آن‌ها چشم‌پوشی می‌کنند. در این کتاب، تأکیدی خاص بر اهمیت این اصل‌ها به همراه دیگر اصول، مانند اصل شمول و عدم شمول و اصل لانه‌ی کبوتر، خواهیم داشت. فراهم کردن مثال‌های فراوان به دقت انتخاب‌شده، امید داریم کاربرد این اصول و نیز فنون ترویج موله و روش بازگشتی بیش از این برای خواننده روشن گردد.

دامنه‌ی وسیعی از مثال‌ها و تمرین‌ها را از درجه‌ی سختی‌های مختلف در انتهای هر فصل آورده ایم. روی هم، حدود ۴۹۰ مساله داریم، که شامل مساله‌هایی ترکیباتی از مسابقات ریاضی مانند المپیاد ریاضی بین‌المللی، مسابقه‌ی ریاضی ویلیام ول پاتنم، آزمون فراخوان ریاضیات امریکا، المپیاد ریاضی آسیای شرقی، المپیاد ریاضی امریکا، و المپیادهای ریاضی کشورهای مختلف دیگر هستند. برخی از مساله‌ها نیز از منابعی مانند ماهنامه‌ی ریاضیات امریکا، ریاضیات پایه، مجله‌ی ریاضیات دانشگاهی، و مجله‌ی ریاضیات گرفته شده‌اند. مایل هستیم در این‌جا قدردانی خود را از

همه‌ی انتشارات‌ها و سازمان‌های مربوط به مسابقات ریاضی مختلف برای اجازهی ارابه‌ی این مسایل به عنوان تمرین ابراز داریم. منابع این مساله‌ها به روشنی در انتهای هر یک آمده‌اند، و خوانندگان علاقه‌مند می‌توانند در آن‌ها به کنکاش بیش‌تر در زمینه‌ی مورد نظر بپردازند. علاوه بر این‌ها، کوشیدیم مطالب آورده‌شده در کتاب به‌هنگام باشند، و فهرستی مناسب را از مراجع در انتهای هر فصل و نیز در انتهای کتاب فراهم نمودیم تا خواننده بتواند زمینه‌ی دلخواه را بیش‌تر مطالعه کند و ادامه دهد.

برای ساده و دلپذیر کردن مطالعه، یک علامت ■ در انتهای هر اثبات، مثال، یا حل قرار داده شده است که پایان آن را مشخص می‌کند. شماره‌گذاری بخش‌ها، اتحادها، مساله‌ها، شکل‌ها، و جدول‌ها به بخش‌های ۱ تا ۱۰۰ شده توسط نقطه تقسیم شده است. برای نمونه، مساله‌ی ۵.۳ یعنی مساله‌ی ۵ در تمرین ۳، بخش ۲.۴ یعنی بخش دوم فصل ۴، شکل ۱.۳.۲ یعنی شکل یکم در بخش سوم فصل ۲، و غیره. دو نوع منبع در کتاب وجود دارند. مراجع مشخص‌شده توسط حروف، مانند [K] یا [Ro]، مقاله‌هایی هستند که مستقیماً در انتهای فصل مورد نظر یافت شوند، در حالی که مراجع مشخص‌شده توسط اعداد، مانند [3]، کتاب‌هایی هستند که می‌توان آن‌ها را در کتاب‌نامه‌ی انتهای کتاب یافت.

مایل هستیم تشکر ویژه‌ی خود را از چارل‌ان به خاطر خواندن بادقت و باحوصله‌ی دست‌نوشته‌ی ابتدایی کتاب و پیشنهادهای گرانبه‌ای که موجب ارتقای محتوا و ساختار کتاب شد، داشته باشیم. همچنین، از دانشجویان خود چان‌هک پدنگ، هوانگ، ننگ‌وی سنگ، نگان نگیاپ تنگ، تن بن‌پین، و تئو چنگ پی‌او برای خواندن مساله‌های بسیار موجود در تمرین‌ها تشکر می‌کنیم. در پایان، از دانشگاه ملی سنگاپور سپاسگذار هستیم، که به ما اجازه دادند در طول نوشتن این کتاب در دانشگاه حضور پیدا نکنیم.

چن چوان-چنگ و که‌کی-منگ

مقدمه‌ی مترجم

از لحاظ تاریخی، ترکیبیات ریشه در معماها و بازی‌های ریاضی دارد. بسیاری از مسایل ترکیبیاتی، که در گذشته مورد بررسی قرار گرفته‌اند، اکنون از اهمیت بالایی در علوم ریاضی محض و کاربردی برخوردارند. امروزه، ترکیبیات شاخه‌ی پراهمیت در ریاضیات است، و تاثیر آن بر دیگر شاخه‌های ریاضیات روز به روز در حال گسترش است.

کاربردهای ترکیبیات تنها به شاخه‌های گوناگون ریاضیات منحصر نیست. به روشنی، می‌توان در زمینه‌های گوناگون علمی دیگر مانند مهندسی، علوم کامپیوتر، تحقیق عملیاتی، علوم مدیریت، ژنتیک، و علوم اجتماعی، به کار گرفته شدن ترکیبیات را دید. در مدارهای منطقی، با به کار گرفتن کد دودویی بازتابیده یا کد گری، حالت‌ها را گذر امن‌تری را به دست داد. در علوم کامپیوتر، برای بررسی کارایی الگوریتم‌ها، به شمارش تعداد حالت‌ها نیاز داریم. در شیمی، گراف‌ها برای نشان دادن ایزومرهای مختلف ترکیب‌های آلی به کار گرفته می‌شوند. در ژنتیک، با در نظر گرفتن امکان‌های مختلف ترکیب، امکان‌های تشکیل گونه‌های مختلف به دست می‌آید.

این کتاب به بررسی مفاهیمی پایه‌ی ترکیبیات پرداخته‌ایم. فاهیم به طور کاملاً مبسوط مورد بررسی قرار گرفته‌اند، به طوری که، خواننده، بدون هیچ پیش‌نیازی، به درک بالایی از آن‌ها دست می‌یابد. با این حال، مطالب آورده‌شده به هیچ وجه بدیهی نیستند، و خواننده، در هر سطحی از دانسته‌ها، در سراسر کتاب، مطالبی جالب توجه را خواهد یافت. یکی دیگر از ویژگی‌های ممتاز این کتاب مساله‌های آورده‌شده در تمرین‌های آخر هر فصل آن است. این مساله‌ها از گستره دشواری و نیز گستری تنوع بسیار بالایی برخوردارند. می‌توان مساله‌هایی از پایین‌ترین سطح، تا سطحی بسیار بالا را از گونه‌های بسیار متنوعی یافت. تعداد مساله‌های مطرح‌شده نیز بسیار زیاد است، و با پاسخ‌گویی به آن‌ها می‌توان به مهارت بالایی در حل مساله در زمینه‌ی مورد نظر دست یافت.

در برگرداندن کتاب، نهایت کوشش به کار گرفته شد تا در عین روان بودن حفظ امانت رعایت گردد. تنها انحراف‌ها از متن اصلی تغییراتی در شماره‌گذاری‌ها به سبب نیاز زبانی و نیز تغییراتی دیگر در قالب‌های به کار گرفته‌شده در متن به سبب یک‌دست‌تر کردن کتاب بوده است.

به نظر می‌رسد نویسندگان و برگرداندگان متن‌های علمی ریاضی در زبان پارسی از تنوع کم‌تری در بیان برخوردار اند، و به همین رو، بیش‌تر خوانندگان، در هنگام روبه‌رویی با تنوع در بیان، آن‌ها را ناآشنا حس می‌کنند. در این کتاب، این تنوع‌ها در بیان مطالب تا حد ممکن حفظ شده اند، ولی، به نظر نمی‌رسد از روان بودن متن برای خواننده کاسته شده باشد. تنها، در برگرداندن برخی واژه‌ها، به سبب این که گونه‌ی اصلی واژه شاید برای خواننده ناآشنا باشد، هر دوی عبارت‌های دقیق و متداول، با هم آورده شده اند. برای نمونه، در متن‌های پارسی متداول، به جای هر دوی ”درون‌گستری“ و ”نگاشت یک‌به‌یک“ تنها ”نگاشت یک‌به‌یک“ به کار می‌رود. در روبه‌رو شدن با چنین رخدادهایی در این کتاب، برگردان را به صورت ”درون‌گستری یا نگاشت یک‌به‌یک“ می‌بینیم.

باید به بیت سپاس‌گزاری خود را از آقای مهدی بهزادی ابراز دارم. او، در سراسر آماده‌سازی کتاب، همواره، با کمک‌ها و هم‌فکری‌های بی‌دریغ خود یاریگر من بود. همچنین، افراد دیگری در به انجام رسیدن این کتاب، ایستادند که از همه‌ی آن‌ها تشکر می‌کنم.

دکتر محمدرضا رزوانی، که با همکاری صمیمانه‌یی در این کار داشتند. من سپاسگزار یاری ارزشمند ایشان هستم. همچنین، سپاس از دکتر محسن جمالی، رئیس باشگاه دانش‌پژوهان جوان، و آقای یعقوب حسین‌زاده، معاون اجرایی و سرپرست پیاده‌های علمی کشور، هستم، که کمک‌های شایانی در به انجام رسیدن این کتاب نمودند. از رزوانی اشارات و ولد سایننتیفیک نیز بسیار سپاس‌گزار ام، که، با شرایط بین‌المللی کنونی، با روی گشاده‌ی محبت به من را برای اخذ مجوز چاپ برگردان کتاب به زبان پارسی پاسخ گفتند. برگردان این کتاب به زبان پارسی، هماهنگی انتشارات و ولد سایننتیفیک چاپ و منتشر شده است.

یاسر احمدی فولادی

دیباچه

ترکیبیات یکی از بخش‌های زیبا در ریاضیات است، که در علوم دیگر، نظیر علوم کامپیوتر، کاربردهای وسیع دارد. همین زیبایی و سادگی ترکیبیات باعث شده است که ترکیبیات (آنالیز ترکیبی) وارد دروس دوره دبیرستان شود. علاوه بر آن، مسایل ترکیبیات بیش‌تر متکی به هوش و استعداد است تا دانش پیش‌رفته ریاضی، در این باعث شده است به عنوان یکی از بخش‌های مهم المپیادهای دانش‌آموزی ریاضی و کام‌وتر مورد توجه قرار گیرد.

کتاب‌های گوناگون در زمینه ترکیبیات با اهداف گوناگون (چه آموزشی و چه المپیاد) برای دانش‌آموزان دبیرستانی تهیه شده است. کتاب اصول و فنون ترکیبیات (چن جوان-چنگ و کی-مینگ) یکی از بهترین این کتاب‌ها است که همواره مورد توجه دانش‌آموزان و مدرسان المپیادهای ریاضی و کامپیوتر بوده است.

محمد رضا رزوان

علامه اختصاری و نمادها

$\{1, 2, 3, \dots\}$ (ص ۵)	$\mathbb{N}$
$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ (ص ۹۱)	$\mathbb{N}^*$
$\{1, 2, 3, \dots, k\}$ (ص ۵۸)	$\mathbb{N}_k$
$\{0, 1, 2, 3, \dots, k\}$ (ص ۸۸)	$\mathbb{N}_k^*$
$\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ (ص ۳)	$\mathbb{Z}$
مجموعه‌های عددی حقیقی (ص ۱۳۲)	$\mathbb{R}$
اصل جمع (ص ۲)	AP
اصل دوسوایی (ص ۲)	BP
اصل متمم‌گیری (ص ۱۵)	CP
اصل درون‌گستری (ص ۱۵)	IP
اصل ضرب (ص ۴)	MP
اصل لانه‌ی کیوتر (ص ۱۱۴)	PP
اصل لانه‌ی کیوتر تعمیم‌یافته (ص ۱۲۷)	GPP
اصل شمول و عدم شمول (ص ۱۴۱)	PIE
اصل شمول و عدم شمول تعمیم‌یافته (ص ۱۴۴)	GPIE
اصل بازتابش (ص ۸۸)	RP
سمت دست چپ (ص ۱۸۴)	سردج
سمت دست راست (ص ۱۴۵)	سردر
اگر و تنها اگر (ص ۹۰)	اتا
a, b را می‌شمارد (ص ۶۱)	$a \mid b$
a, b را نمی‌شمارد (ص ۹۱)	$a \nmid b$

- [x] : کف x ; بزرگ‌ترین عدد کوچک‌تر از یا برابر با x . (ص ۶۳)
- [x] : سقف x ; کوچک‌ترین عدد بزرگ‌تر از یا برابر با x . (ص ۱۱۸)
- $a \equiv b \pmod{m}$: a با b در پیمانه‌ی m هم‌نهشت است؛ $(a - b) \mid m$. (ص ۹۰)
- ب.م.م : بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک. (ص ۱۰۷)
- ک.م.م : کوچک‌ترین مضرب مشترک. (ص ۱۴۲)
- $|S|$: تعداد اعضای مجموعه‌ی متناهی S . (ص ۳)
- $s(n, r)$: عدد استرلینگ نوع یکم؛ تعداد روش‌های آرایش r شیء متمایز دور n دایره‌ی همانند به‌گونه‌ای که هر دایره حداقل یک شیء داشته باشد. (ص ۲۴)
- $\tilde{s}(n, r)$: عدد استرلینگ نوع دوم؛ تعداد روش‌های توزیع r شیء متمایز میان n جعبه‌ی هم‌اند به‌گونه‌ای که هیچ جعبه‌ی خالی نباشد. (ص ۴۴)
- B_r : عدد B_r ؛ $\sum_{n=1}^r S(r, n)$. (ص ۴۶)
- $C_r^n = \binom{n}{r}$: عدد C_r^n ؛ $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ ؛ عضو r مجموعه‌ی n عضوی؛ (ص ۱۶)
- P_r^n : تعداد تبدیلی r تایی n شیء متمایز؛ $\frac{n!}{(n-r)!}$. (ص ۷)
- H_r^n : $\frac{(r+n-1)!}{r!}$. (ص ۳۸)
- $P(r; r_1, \dots, r_n)$: $\frac{n!}{r_1! r_2! \dots r_n!}$. (ص ۳۱)
- Q_r^n : تعداد تبدیل‌های دوری r تایی n شیء متمایز؛ $\frac{P_r^n}{r}$. (ص ۱۳)
- D_n : تعداد پریش‌های N_n . (ص ۱۵)
- $D(n, r, k)$: تعداد تبدیل‌های r تایی N_n که دقیقاً k نقطه ثابت دارند. (ص ۱۵۴)
- $\mathcal{P}(X)$: مجموعه‌ی توانی X . (ص ۲۷)
- $\varphi(n)$: تابع φ اویلر. (ص ۱۵۷)
- $R(p, q)$: کوچک‌ترین عدد طبیعی n به‌گونه‌ای که در هر رنگ آمیز n تایی خوشه‌ی n تایی با ۲ رنگ آبی و قرمز (هر یال به یک رنگ)، یک خوشه p تایی آبی یا یک خوشه q تایی قرمز وجود داشته باشد. (ص ۱۲۶)
- $R(p_1, \dots, p_k)$: کوچک‌ترین عدد طبیعی n به‌گونه‌ای که در هر رنگ آمیزی یال‌های خوشه‌ی n تایی با k رنگ ۱، ۲، $\dots$ ، k ، یک رنگ i و یک خوشه p_i تایی وجود داشته باشد که همه‌ی یال‌های خوشه‌ی p_i تایی به رنگ i باشند. (ص ۱۳۰)
- $\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_m}$: $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_m!}$. (ص ۹۲)
- $p(n)$: تعداد اقرارهای گوناگون n . (ص ۱۸۸)

۱. جملها و ترکیبها

۱.	دو اصل پایه‌ی شمارش	۲.
۱.۱	بدیل‌ها	۷.
۳.۱	جمل‌های در	۱۲.
۴.۱	ترکیب‌ها	۱۶.
۵.۱	اصل درون‌گشتی و درجی	۲۵.
۶.۱	آرایش‌ها و انتخاب‌ها با تکرار	۳۱.
۷.۱	مساله‌های توزیع	۳۸.
تمرین ۱		۴۶.

۲. ضرایب دو جمله‌ای و ضرایب چند جمله‌ای

۱.۲	مقدمه	۶۸.
۲.۲	قضیه‌ی دو جمله‌ی	۶۹.
۳.۲	اتحادهای ترکیبیاتی	۷۰.
۴.۲	مثلث پاسکال	۷۵.
۵.۲	اتحاد چو شی-چیه	۷۶.
۶.۲	کوتاه‌ترین مسیرها در یک شبکه‌ی مستطیلی	۸۲.
۷.۲	برخی از ویژگی‌های ضرایب دو جمله‌ی	۹۰.
۸.۲	ضرایب چند جمله‌ی و قضیه‌ی چند جمله‌ی	۹۲.
تمرین ۲		۹۸.

اصل لانه‌ی کبوتر و اعداد رمزی ۱۱۳

۱۱۴	۱.۳	مقدمه
۱۱۴	۲.۳	اصل لانه‌ی کبوتر
۱۱۷	۳.۳	مثال‌های بیش‌تر
۱۲۳	۴.۳	مسائل نوع رمزی و اعداد رمزی
۱۲۷	۵.۳	کران‌هایی برای اعداد رمزی
۱۳۱	۳	تمرین

اصل شموا و عدم شمول ۱۳۹

۱۴۰	۱.۴	مقدمه
۱۴۱	۲.۴	اصل
۱۴۳	۳.۴	یک تعمیم
۱۴۸	۴.۴	جواب‌های صحیح و کوتاه‌ترین مسیرها
۱۵۲	۵.۴	نگاشت‌های برون‌گستر و اعداد استرلینگ نوع دوم
۱۵۴	۶.۴	پیش‌ها و یک تعمیم
۱۵۷	۷.۴	غریبال اراتستن و تابع φ اویلر
۱۶۲	۸.۴	مسالهی زوج‌ها
۱۶۶	۴	تمرین

توابع مولد ۱۷۷

۱۷۸	۱.۵	توابع مولد عادی
۱۸۴	۲.۵	چند مسالهی نمونه
۱۸۸	۳.۵	افرازهای اعداد صحیح
۱۹۵	۴.۵	توابع مولد نمایی
۲۰۱	۵	تمرین

۲۱۳	روابط بازگشتی
۲۱۴	۱.۶ مقدمه
۲۱۷	۲.۶ دو مثال
۲۲۲	۳.۶ روابط بازگشتی خطی همگن
۲۲۷	۴.۶ روابط بازگشتی خطی عمومی
۲۳۱	۵.۶ دو کاربرد
۲۳۶	۶.۶ دسته روابط بازگشتی خطی
۲۴۰	۷. روش تابع مولد
۲۴۴	۸.۶ یک رابطه بازگشتی غیرخطی و اعداد کاتالان
۲۴۷	۹.۶ جایگاهت‌های نوسانی و توابع مولد نمایی
۲۵۳	۶ تمرین
۲۷۱	کتاب‌نامه
۲۷۳	پاسخ تمرین‌ها
۲۸۱	نمایه