

مقدمه‌ای بر نظریه‌ی اصولی مجموعه‌ها

تألیف

دکتر عبدعلی کوچک‌پور - دکتر مهرداد نامداری
اعضای هیأت علمی گروه ریاضی دانشگاه شهید چمران اهواز

۱۳۹۴

مقدمه‌ای بر نظریه‌ی اصولی مجموعه‌ها

مؤلف: دکتر عبدعلی کوچک‌پور و دکتر مهرداد نامداری

اعضای شورای کمیسیون تخصصی علوم پایه، فنی و مهندسی: دکتر ناهید پوررضا، دکتر حبیب‌اله عصاره، دکتر نصرا...
کلانتری، دکتر سعید ملکی، دکتر کورش حیدری شیرازی، دکتر محسن صدرالسادات، دکتر رحیم چینی‌پرداز، دکتر سیدجمال هاشمی‌زاده.

ویراستار علمی: دکتر منصور معتمدی

ویراستار ادبی: دکتر عادل سواعدی

ناشر: دانشگاه شهید چمران اهواز

چاپ اول: ۱۳۹۴

تیراژ: ۵۰۰ نسخه

لیتوگرافی، چاپ و صحافی: اداره چاپ و انتشارات دانشگاه شهید چمران اهواز.

سرشناسه	کوچک‌پور، عبدعلی، ۱۳۲۷ -
عنوان و نام پدیدآور	مقدمه‌ای بر نظریه‌ی اصولی مجموعه‌ها/ تألیف عبدعلی کوچک‌پور، مهرداد نامداری.
مشخصات نشر	اهواز: دانشگاه شهید چمران، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	خ، ۱۵۳ ص.
فروست	دانشگاه شهید چمران اهواز: ۶۸۱.
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۱۴۱-۱۷۳-۱
وضعیت فهرست نویسی	فیبیا
یادداشت	ص.ع. به انگلیسی:
A.- A. koochakpoor ,Mehrdad Namdari. An Introductio to Axiomatic Set Theory.	
یادداشت	واژه‌نامه .
موضوع	نظریه اصولی مجموعه‌ها
موضوع	منطق ریاضی
شناسه افزوده	نامداری، مهرداد، ۱۳۴۷ -
شناسه افزوده	دانشگاه شهید چمران اهواز
رده بندی کنگره	۱۳۹۴ : ۹۷۸ م Q۸۲۴۸/۷
رده بندی دیویی	۳۲۲/۵۱۱ :
شماره کتابشناسی ملی	۳۸۸۳۹۷۰ :

محل های توزیع و فروش کتاب

اهواز: میدان دانشگاه، دانشگاه شهید چمران اهواز، ابتدای خیابان استادیات فر

تلفاکس: ۰۶۱-۳۳۳۳۱۵۴۲ ایمیل: book@scu.ac.ir

اهواز: گلستان - شهر دانشگاهی - کتابفروشی دانشگاه شهید چمران اهواز.

تلفاکس: ۰۶۱-۳۳۳۳۱۰۷۲

تهران: خ. کارگر شمالی، خ. نصرت، خ. دکتر قریب نرسیده به خ. فرصت، پلاک ۱۱- مؤسسه کتابیران

تلفن: ۰۲۱-۶۶۵۶۶۵۱۰-۱۵

قیمت: ۱۰۰۰۰۰ ریال

کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است

فهرست مطالب

۱	مقدمه‌ای بر منطق	۱
۱	۱.۱ گزاره‌های ساده	۱
۶	۲.۱ گزاره نماها (نسبت ها)، رابطه‌ها	۶
۷	۳.۱ سورها	۷
۱۱	۲ مجموعه‌ها	۱۱
۱۱	۱.۲ مفاهیم اولیه	۱۱
۱۵	۲.۲ ضرب مجموعه‌ها	۱۵
۱۷	۳.۲ رابطه	۱۷
۱۹	۴.۲ رابطه‌ی هم ارزی	۱۹
۲۲	۵.۲ توابع	۲۲
۳۶	۶.۲ خانواده	۳۶
۴۱	۳ اعداد	۴۱
۴۱	۱.۳ اعداد طبیعی	۴۱
۴۴	۲.۳ اصول پثانو	۴۴
۴۵	۳.۳ قضیه باز گشت	۴۵
۴۶	۴.۳ اعمال حسابی روی ω	۴۶
۵۲	۵.۳ ساختار اعداد صحیح و گویا	۵۲
۵۳	۶.۳ هم‌توانی	۵۳

۵۷	مجموعه‌های متناهی و نامتناهی	۷.۳
۶۱	مجموعه‌های شمارا و ناشمارا	۸.۳
۶۷	ترتیب	۴
۶۷	ترتیب	۱.۴
۷۶	اصل انتخاب و معادل‌های آن	۲.۴
۸۷	بازگشت ترا با پایان :	۳.۴
۹۳	تعمیم اعداد	۵
۹۳	اعداد ترتیبی	۱.۵
۹۷	حساب اعداد ترتیبی:	۲.۵
۱۰۱	عددهای اصلی	۶
۱۰۱	حساب عددهای اصلی	۱.۶
۱۰۵	ماهیت اعداد اصلی	۲.۶
۱۰۹	تاریخچه‌ی پیدایش نظریه مجموعه‌ها	آ
۱۰۹	زمینه‌ی نظریه مجموعه‌ها	۱.آ
۱۱۲	پارادکس‌ها	۲.آ
۱۱۴	روش اصولی	۳.آ
۱۱۷	نظریه اصولی مجموعه‌ها:	۴.آ
۱۲۵	ایراداتی بر روش اصولی. طرح‌های دیگر:	۵.آ
۱۳۴	نتیجه‌گیری:	۶.آ
۱۳۷	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی	
۱۴۵	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی	

پیشگفتار و قدردانی

بی شک بر همه‌ی آنان که با ریاضیات آشنایی نسبی دارند آشکار است که اهمیت مجموعه‌ها در ساختارهای ریاضی، کمتر از اهمیت نقطه در هندسه‌ی اقلیدسی و اهمیت اعداد در نظریه‌ی اعداد (فیثاغورسی) نیست. بینش اصولی که در زمان اقلیدس در هندسه و در زمان فیثاغورسیان در نظریه‌ی اعداد به وجود آمده و رشد کرده بودند، در زمان پیدایش نظریه‌ی مجموعه‌ها رو به نابودی می‌رفتند، و به جای آن‌ها بینش شهودی جایگزین می‌شد.

البته کانتور بنیانگذار نظریه‌ی مجموعه‌ها بر آن نبود تا بینش اصولی را دوباره زنده کند، بلکه بر سر آن بود تا ساختاری ریاضی بیابد که در آن اصول موضوعه‌ی اقلیدسی، که قرن‌ها مورد جدل ریاضیدانان بود، بر طرف گردد. به همین دلیل بود که تقریباً کار اصلی نظریه‌ی مجموعه‌ها و پی‌آمدهای آن را همان‌طور که در پیوست تاریخی خواهیم گفت، تسرملو، فون نویمان و دیگران انجام داده، و بدین ترتیب ریاضیاتی پر بارتر از ریاضیات قبلی به دست آمد. برای مثال اگر مجموعه‌ی اعداد طبیعی را در نظر بگیریم، دو نوع تعمیم در این مورد وجود دارد. یک مورد ساختن اعداد صحیح، گویا و حقیقی با ترتیب، جمع و ضرب معمولی آن‌ها، که این مجموعه‌ها چه از طریق حساب دیفرانسیل و انتگرال و چه از طریق نظریه‌ی مجموعه‌ها قابل ساختن هستند. تعمیم دیگر اعداد طبیعی، ساختن

اعداد مختلط، اعداد ترتیبی و اعداد اصلی است که کاملاً با تعمیم های قبلی متفاوتند. زیرا همان گونه که خواهیم دید مجموعه ی اعداد صحیح، گویا و حقیقی با دیدگاه شهودی قابل فهم و تعریف اند. ولی اعداد مختلط، اعداد ترتیبی و اعداد اصلی، با این دیدگاه قابل تعریف نیستند. حساب اعداد اصلی به یاری اصل پیوستار و اصل نامتناهی، ما را به دنیایی از اعداد نامتناهی متفاوت خواهد برد، که همه ی این ها در متن این نوشته ملاحظه خواهند شد. در خلال تعریف و گزاره ها و قضیه های متن به ذکر مثال ها و تمرین هایی مبادرت ورزیده ایم، تا خواننده با توجه به آن ها بتواند هر چه عمیق تر با مفاهیم وابسته آشنا گردد.

با توجه به توضیحات بالا لازم دیدیم تا متن نسبتاً روان و رسایی را برای استفاده ی علاقمندان به ریاضی، تهیه و تقدیمشان نماییم.

نگارندگان بر خود لازم می دانند که از زنده یادان: پروفیسور دکتر محسن هشتودی و پروفیسور دکتر محمد حسن مهدوی اردبیلی به خاطر افتخار شاگردی در مکتب ایشان از جمله در درس های نظریه ی اعداد و تاریخ علوم، که در این نوشته از اندوخته های علمی آنان استفاده فراوان نموده اند، تقدیر و یادی بنمایند. به روان شادشان درود مخلصانه تقدیم، و به خاطر شخصیت والای انسانی آنان سر تعظیم فرود می آورند.

همچنین لازم است که نگارندگان از استادان پیشکسوت و بزرگوار خود از جمله پروفیسور دکتر امیدعلی شهنی کرمزاده و پروفیسور دکتر منصور معتمدی، کمال قدردانی را بنمایند.

قدردانی از ویراستار علمی این نوشته جناب آقای دکتر منصور معتمدی و همچنین از ویراستار ادبی این نوشتار سرکار خانم دکتر گلی زاده و سرکار خانم مریم عبادانصری، که با دقت بسیار این کتاب را مطالعه کرده اند بر نگارندگان امری واجب تلقی می گردد. قدردانی از همکاران گروه ریاضی که ما را در این امر یاری نموده اند نباید از قلم بیفتد، از جمله دکتر علی رضایی علی آباد که دوست و یاور ما بوده و همچنین آقای امید غیور به خاطر طراحی جلد و طراحی سبک نوشتار و تعریف قالب برای صفحه بندی یکپارچه ی

این کتاب و همچنین بخاطر تذکرات حرفه‌ای ایشان در امر حروف‌چینی و طبع کتاب. همچنین تشکر از سرکار خانم خدیجه خورشیدی که تحریر این نوشته را تقبل نموده‌اند امری کاملاً ضروری است. از دانشگاه شهید چمران به‌خاطر هرگونه پشتیبانی، چاپ این نوشته و توزیع آن قدردانی می‌کنیم.

عبدعلی کوچک‌پور - مهرداد نامداری

اعضای هیأت علمی گروه ریاضی دانشگاه شهید چمران اهواز

www.ketab.ir