

به نام خداوند جان و خرد



دانشگاه

تاسیس

مجموعه ریاضی

مبانی جبر

به همراه سؤال‌های طبقه‌بندی شده جبر از:

آزمون‌های کارشناسی ارشد (۱۳۹۳-۱۳۶۹)

آزمون‌های دکتری (۱۳۹۳-۱۳۹۱)

مسابقات ریاضی کشوری (۱۳۹۲-۱۳۵۲)

المپیادهای بین‌المللی ریاضی تا سال ۲۰۱۳

چاپ اول

مؤلف:

دکتر سید احمد فقیهی

«هیأت علمی دانشگاه قم»

بهار ۱۳۹۳

سرشناسه
 عنوان و پدیدآور
 مشخصات نشر
 مشخصات ظاهری
 فروست
 شابک
 وضعیت فهرست‌نویسی
 موضوع
 موضوع
 موضوع
 رده‌بندی کنگره
 رده‌بندی دیویی
 شماره کتابشناسی ملی

: فقیهی، سید احمد، ۱۲۵۰ -
 : میانی جبر / مؤلف سید احمد فقیهی.
 : تهران: پوران پژوهش، ۱۳۹۳
 : ۵۴۳ ص.
 : کتاب ارشد، مجموعه ریاضی.
 : 978-964-184-359-7
 : قیفا،
 : دانشگاه‌ها و مدارس عالی -- ایران -- آزمون‌ها.
 : جبر -- راهنمای آموزشی (عالی).
 : جبر -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی).
 : آزمون دوره‌های تحصیلات تکمیلی -- ایران.
 : LB۲۲۵۳/۴۷۲ ۱۳۹۳
 : ۳۷۸/۱۶۶۴
 : ۳۴۷۳۲۰۷

انتشارات پوران پژوهش

نام کتاب: میانی جبر
 تألیف: دکتر سید احمد فقیهی
 ناشر: پوران پژوهش
 حروفچینی: پوران پژوهش
 چاپ و صحافی: تصویر گیلان
 طراحی جلد: کانون تبلیغاتی تردید
 شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه
 نوبت چاپ: اول - بهار ۱۳۹۳
 قیمت: ۱۹۰۰۰ تومان
 شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۱۸۴-۳۵۹-۹
 ISBN: 978-964-184-359-7

دفتر مرکزی: میدان انقلاب - ابتدای کارگر جنوبی - کوچه مهدیزاده - پلاک ۹ - واحد ۵۴ تلفن: ۶۶۹۲۷۰۴۰

این اثر، مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هر کس تمام یا قسمتی از این
 اثر را بدون اجازه مؤلف و ناشر، نشر یا پخش یا عرصه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

به نام تنه‌پرستی که قلم را آفرید

پیش‌گفتار انتشارات

گاهی به شمار داوطلبان آزمون کارشناسی ارشد نشان می‌دهد که در این سال‌ها درخواست تحصیل در دوره‌های تحصیلات تکمیلی دانشگاه‌ها افزایش چشمگیری داشته است. دشواری پیش روی بیشتر داوطلبان، گوناگونی منابع علمی و نبود دسترسی به آنها و همچنین نمونه آزمون‌های مناسب برای تمرین و فهم بیشتر مباحث می‌باشد.

مدیر انتشارات پوران پژوهش، آقای دکتر احمد هزبر و همسرشان بانو افسانه عبدی با بیش از ۱۵ سال تجربه در رشته‌های برآورده‌سازی نیاز داوطلبان، با سیاست کلی چاپ کتاب‌های ارزنده با بهایی درخور، آماده‌سازی گردآورده چهار مجموعه‌ی گوناگون با آماجهای روشن را در دستور کار قرار داده است.

مجموعه‌ی نخست با نام کتاب ارشد (با جلد آبی‌رنگ) که تاکنون به دست داوطلبان رسیده، با پذیرش چشمگیری همراه بوده است. در این عنوان کتاب ارشد، پس از شرح کامل درس در هر فصل، پرسش‌های چهارگزینه‌ای آزمون‌های سراسری و آزاد چند سال گذشته با پاسخ‌های تشریحی آورده شده است. شرح درس در هر کتاب از این مجموعه به گونه‌ای است که برای دانشجویان سال‌های پایین‌تر سودمند است و نیز یک منبع درسی مناسب برای دانشجویان و استادان دانشگاه‌ها می‌باشد. کتاب ارشد نخستین بار در مهرماه سال ۱۳۸۰ در قالب پانزده عنوان به داوطلبان شناسنامه شد. هم‌اکنون بیش از ۲۲۰ عنوان را دربرمی‌گیرد. مجموعه‌ی دوم با نام چند آزمون ارشد (با جلد سیاه‌رنگ) به گونه‌ای گردآوری شده است که دانشجوی دفترچه‌های آزمون‌های سراسری سال‌های گذشته را با پاسخ‌های تشریحی درست کتاب خواهد داشت.

مجموعه‌ی سوم با نام بانک تست ارشد (با جلد نارنجی رنگ) در دروس پایه و تخصصی هر رشته، یک کتاب کار به شمار می‌رود که در آن پرسش‌های طبقه‌بندی‌شده به همراه پاسخ‌های تشریحی آورده شده است تا دانشجو با حل و بررسی آن‌ها توانایی بایسته برای پاسخ‌گویی به آزمون‌ها را به دست آورد. در آخر مجموعه‌ی چهارم که با جلد قهوه‌ای رنگ عرضه شده و به عنوان کتاب‌های مرجع در دانشگاه‌ها آموخته می‌شود.

مقدمه مولف

آنچه که خوارزمی به عنوان جبر پایه‌گذاری کرد، حل معادلات جبری گوناگون (به ویژه معادلات درجه دوم) بود. در حال حاضر و بیشتر از این که با یافتن جواب‌های یک معادله معین سروکار داشته باشیم، با این موضوع مواجه هستیم که در چه مجموعه‌هایی از اعداد، روش‌های ویژه یافتن جواب معادله، معتبر هستند.

روشی که بیشتر ریاضی‌دانان قرن‌های اخیر به آن مبادرت می‌ورزند، روش «اصل موضوعی» نامیده می‌شود. به بیان مثال ویژگی‌هایی که اعمال جمع و ضرب در یک مجموعه مشخص از اعداد دارند را می‌نویسیم و فقط این ویژگی‌ها، که آن را اصل موضوعه می‌نامند، استفاده می‌کنیم. همچنان که به دسترس پیدا می‌کند، ما قضایای گوناگونی را براساس این اصول موضوعه اثبات می‌کنیم و از این‌ها برای اثبات قضایای دیگر استفاده می‌کنیم، به عبارت دیگر همیشه و در تمام موارد لازم نیست به اصول موضوعه بازگردیم. نکته دیگر این که اگرچه انتخاب اصول موضوعه توسط ما صورت می‌گیرد اما این انتخاب باید گونه‌ای انجام می‌دهیم که در مجموعه‌های آشنای موجود صدق کنند؛ در این صورت ما چیزهایی را که از قبل می‌دانستیم گسترش می‌دهد.

انتخاب اصول موضوعه یک کار صرفاً ذهنی است، معمولاً انتظار می‌رود که با این انتخاب به هدف معینی برسیم. همچنین تعداد اصول موضوعه باید زیاد باشد، مجموعه‌هایی که این اصول را می‌سازند باید تا حد امکان ساده و شفاف باشند، همچنین در اصل موضوع باید دارای یک تعبیر شهودی فوری باشد به طوری که توسط آن بتوان مستقیماً در مورد مناسب بودن آن قضاوت کرد.

امروزه جبر اهمیت ویژه‌ای پیدا کرده است؛ در آخرین تقسیم‌بندی که انجمن بین‌المللی ریاضیات انجام داده است، از حدود ۱۰۰ شاخه اصلی، تعداد زیادی از آنها مستقیماً مربوط به جبر می‌باشند که عبارتند از: نظریه گروه‌ها و تعمیم‌های آن، جبر همولوژی، حلقه‌های جبرهای شرکت‌پذیر، حلقه‌ها و جبرهای غیر شرکت‌پذیر، جبر خطی و جبر چند خطی، حلقه‌ها و جبرهای جابه‌جایی، نظریه میدان‌ها و چندجمله‌ای‌ها، جبرهای کلاسیک، سیستم‌های جبر عمومی، ساختارهای جبری مرتب، نظریه دسته‌ها و ...

همچنین شاخه‌های مختلف مربوط به جبر، به خصوص نظریه گروه‌ها، علاوه بر اینکه کاربردهای زیادی در سایر شاخه‌های ریاضی دارند، در سایر علوم از جمله شیمی، فیزیک و علوم کامپیوتر کاربردهای اساسی دارند.

تألیف این کتاب با نوعی نوآوری همراه بوده است که می‌توان به جامعیت کتاب (که شامل مباحث مقدماتی تا مباحث پیشرفته است)، بیان مثال‌های زیاد برای فهم بهتر مفاهیم بنیادی، دقت نظر در جزئیات، مسائل فراوان، حل تعداد زیادی از مسائل، مسائل تکمیلی (برای دانشجویان علاقه‌مند)، حل دقیق پرسش‌های چهارگزینه‌ای آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری و ... اشاره کرد.

در پایان از مدیریت محترم مؤسسه پوران پژوهش آقای دکتر احمد هزبر و کلیه همکاران این مؤسسه به خصوص آقای محمد اسداللهی کمال تشکر را دارم. همچنین از خانم خسروی که تایپ و تدوین دقیق این کتاب، نتیجه زحمات ایشان است، تشکر می‌کنم. البته بیش از همه مدیون همکاری و ایشاء همسر عزیزم هستم.
از خاندان محترم خواهشمند است با پیشنهادات و انتقادات خود، اینجانب را مرهون لطف خود نمایند.

سید احمد فقیهی
استادیار گروه ریاضی
دانشگاه قم

فهرست مطالب

۱	فصل اول: مروری کوتاه بر مبانی ریاضیات
۷	مسائل
۱۱	دوم: جایگشت‌ها
۱۱	۲ تجزیه یک جایگشت به دورهای مجزا و مرتبه یک جایگشت
۱۶	مسائل
۱۹	پریش‌های چهارگزینه‌ای
۲۰	۲-۱ جایگشت‌های فرد و مزدوج یک جایگشت
۲۶	مسائل
۲۸	پریش‌های چهارگزینه‌ای
۲۹	فصل سوم: مقدمه‌ای بر نظریه گروه‌ها
۲۹	۱-۳ تعریف و خواص عملیاتی گروه‌ها
۳۸	مسائل
۴۲	پریش‌های چهارگزینه‌ای
۴۴	۳-۲ زیرگروه‌ها، مرتبه یک عضو
۵۹	مسائل
۶۴	پریش‌های چهارگزینه‌ای
۷۰	۳-۳ هم‌دسته‌ها - قضیه لاکرانز - ضرب معمولی زیرگروه‌ها
۷۹	مسائل
۸۳	پریش‌های چهارگزینه‌ای
۸۸	۴-۳ زیرگروه‌های نرمال و گروه‌های خارج قسمتی
۹۸	مسائل
۱۰۶	پریش‌های چهارگزینه‌ای
۱۱۳	۵-۳ هم‌ریختی‌ها و قضایای بکریختی در گروه‌ها
۱۲۴	مسائل
۱۳۳	پریش‌های چهارگزینه‌ای
۱۳۹	۶-۳ حاصل ضرب مستقیم گروه‌ها
۱۴۹	مسائل
۱۵۳	پریش‌های چهارگزینه‌ای
۱۵۷	۷-۳ زیرگروه‌های جابه‌جاگر، زیرگروه مشتق، گروه‌های پوچ توان و حل‌پذیر
۱۶۹	مسائل
۱۷۷	پریش‌های چهارگزینه‌ای

۱۸۱	فصل چهارم: مباحثی دیگر در گروه‌ها
۱۸۱	۱-۴ خودریختی‌ها و خودریختی‌های داخلی یک گروه
۱۹۳	مسائل
۱۹۷	پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۲۰۰	۲-۴ رده‌های تزویجی و معادله رده‌ای
۲۰۹	مسائل
۲۱۳	پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۲۱۶	۳-۴ ساختار گروه‌های آبلی متناهی مولد
۲۲۴	مسائل
۲۲۸	پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۲۳۱	فصل پنجم: مسائل کوتاه بر مباحث پیشرفته در نظریه گروه‌ها
۲۳۱	۱-۵ عمل گروه بر مجموعه و قضایای سیلو
۲۴۴	مسائل
۲۵۱	پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۲۵۳	۲-۵ کاربردهایی از قضایای سیلو و چند قضیه مهم دیگر
۲۶۵	مسائل
۲۷۰	پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۲۷۳	فصل ششم: مسائل تکفیلی مربوط به گروه‌ها
۳۰۷	فصل هفتم: مقدمه‌ای بر نظریه حلقه‌ها و میدان‌ها
۳۰۷	۱-۷ تعریف و خواص مقدماتی حلقه‌ها، میدان‌ها، حوزهای بخش و حلقه‌های تقسیم
۳۲۵	مسائل
۳۳۹	پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۳۲۶	۷-۲ زیرحلقه، ایده‌آل و حلقه‌های خارج قسمتی
۳۳۵	مسائل
۳۳۹	پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۳۴۳	۷-۳ ایده‌آل‌های اول و ماکسیمال
۳۵۰	مسائل
۳۵۴	پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۳۵۸	۷-۴ هم‌ریختی‌ها و قضایای یکرختی در حلقه‌ها، حاصل جمع مستقیم حلقه‌ها
۳۶۸	مسائل
۳۷۱	پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۳۷۸ ۷-۵ حلقه چند جمله‌ای‌ها، تحویل‌ناپذیری چند جمله‌ای‌ها

۳۹۱ مسائل

۳۹۵ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۴۰۰ ۷-۶ رادیکال یوچ، رادیکال اول و رادیکال جیکوبسن در حلقه‌ها

۴۰۹ مسائل

۴۱۲ پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۴۱۵ فصل نهم: مسائل تکمیلی مربوط به حلقه‌ها

۴۲۷ فصل نهم: پاسخ مسائل و پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۵۹۸ مراجع

www.ketab.ir