

بسمه تعالی



دانشگاه افسری امام علی (ع)

معاونت پژوهش

معادلات و توابع

علی رضا کاوسی

حمیدرضا حمی

حجت‌اله عبادی زاده

۱۳۹۲

سرشناسه	کاوسی، علی رضا، ۱۳۶۶ -
عنوان و نام پدیدآور	معادلات و توابع / علی رضا کاوسی، حمیدرضا قمی، حجت‌اله عبادی زاده؛ [برای] دانشگاه افسری امام علی (ع)، معاونت پژوهش.
مشخصات نشر	تهران: دانشگاه افسری امام علی (ع)، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	۱۲۵ ص؛ مصور، جدول، نمودار.
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۶۸۷۴-۳۶-۴ / ۹۰۰۰ ریال
وضعیت فهرست نویسی	فینا
موضوع	معادله‌ها -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	معادله‌ها -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
موضوع	توابع -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	توابع -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده	قمی، حمیدرضا، ۱۳۶۷ -
عنوان اقتباسی	عبادی زاده، حجت‌الله، ۱۳۵۶ -
شناسه داده	دانشگاه افسری امام علی (ع)، معاونت پژوهشی
شناسه افزوده	دانشگاه افسری امام علی (ع)
رده بندی کنگره	۱۳۹۲ م ۶ ک ۲۱۴ QA
رده بندی دیویی	۵۱۱.۸۳
شماره کتابتاسی ملی	۳۱۷۸۹۳۴۷

عنوان کتاب:	معادلات و توابع
مؤلف:	علی رضا کاوسی، حمیدرضا قمی، حجت‌اله عبادی زاده
ویراستار علمی:	سجاد کمالی آبادی خراسانی
ویراستار ادبی:	یحیی حسینیان
طراح جلد:	مهدی ترکاشوند
صفحه‌آرا:	بهنام مرادیان
مدیر مسئول انتشارات:	رضا قربانی
تیراژ:	۱۰۰۰ نسخه
قیمت:	۹۰۰۰۰ ریال
نوبت چاپ:	اول، ۱۳۹۲
شابک:	۹۷۸-۶۰۰-۶۸۷۴-۳۶-۴
صندوق پستی:	۱۳۱۷۸۹۳۴۷
تلفن:	۶۶۴۶۷۴۴۴

نشانی: تهران-خیابان امام خمینی (ره) - ترسیده به میدان حر - دانشگاه افسری امام علی (ع) معاونت پژوهش
 پست الکترونیک: Imamali_edu@noavar.com
 کلیه حقوق برای دانشگاه افسری امام علی (ع) محفوظ است.

سخن انتشارات معاونت پژوهش دانشگاه افسری امام علی (ع)

دانشگاه افسری امام علی (ع) با توجه به قدمت و سابقه حرفه‌ای خود، سال‌ها است که با تهیه و تدوین کتب علمی، نظامی و آموزشی مورد نیاز، سعی در تعالی روز به روز دانش علمی دانشجویان این دانشگاه دارد؛ و با هدف پرورش دانشجویان دانش‌مدار، هوشمند و متعهد، در راستای پاسداری و دفاع از تمامیت ارضی نظام مقدس جمهوری اسلامی ایران، گام‌های استوار و مؤثری برداشته است.

اساس مصوبات شورای پژوهشی و آموزشی دانشگاه، چاپ و نشر کتاب‌های آموزشی و کمک آموزشی سرلوحه کار قرار گرفته و در راستای تحقق این اهداف، با حمایت از تألیف، گردآوری و ترجمه کتاب‌های علمی، نخست منابع درسی مورد نیاز تأمین گردید. در مرحله بعد، تدوین منابع علمی، کمک آموزشی و پژوهشی در دستور کار قرار گرفته است.

برای چاپ کتاب، علاوه بر ارتقای علمی، می‌باید اهداف عالی ارتش جمهوری اسلامی ایران، اهتمام به محتوای ارزشمند و معنوی کتاب، هماهنگی با سرفصل‌های وزارت علوم و کاربردی و تخصصی کردن کتاب‌های تدوین شده و... لحاظ شود که دشواری‌ها و موانع راه بر هیچ یک از مباحث نظامی پوشیده نیست.

به امید آن‌که گام‌های ارزشمند و مفیدی که در این راه برداشته شده است، سرآغاز حرکت و پویایی بیش از پیش این دانشگاه مقدس باشد. از این‌رو از تمامی منتقدان، استادان و هیئت‌های علمی دانشگاه‌های کشور یار و یاریم تا کاستی‌ها و نقص‌های احتمالی را، هرچه کم و ناچیز باشند، یادآوری کنند.

انشاء...

امروزه ریاضیات به عنوان یکی از پیش‌نیازهای هر تخصص، به نوعی در کلیه رشته‌ها و مقاطع تحصیلی تدریس می‌شود. هر رشته به تناسب نیاز، از ریاضیات بهره می‌برد و هر دانش‌پژوه به مقدار لازم به دانستن این علم نیازمند است. تحقیق و پژوهش نیز بر بستر آمار و ریاضی استوار است.

بحث توابع، یکی از پیش‌دانستنی‌های مهم علوم پایه و فنی به شمار می‌رود. انگیزه نگارش کتاب به دلیل احساس نیازی بود که دانشجویان به دانستن مباحث معادلات و توابع جهت حل مسائل کتب درسی خود داشتند. در این کتاب سعی بر آن بوده است که کلیه مطالب مرتبط با این مبحث مطرح، و با طرح مثال‌هایی مورد بررسی قرار داده شود. تا دانشجوی مراجعه به منابع مختلف بی‌نیاز گردد. در پایان هر فصل کوشش شده تا با طرح مسائل و تمرینات در غالب خودآزمایی، آموخته‌های فصل مورد محک قرار گیرد.

کلیه عزیزانی که این کتاب را مورد مطالعه قرار می‌دهند؛ به ویژه اساتید، دانشجویان و سایر صاحب‌نظران محترم می‌توانند نظرات خود را به آدرس ناشر و یا به پست الکترونیکی Haidreza_ghomi@vc.iust.ac.ir ارسال نمایند.

کتاب حاضر، حاصل سال‌ها تلاش علمی و صرف وقت بسیار است؛ به امید آنکه با ارائه این اثر، گامی هر چند کوچک در راه به ثمر رسیدن آرزوهای والای علمی برای تحقق جامعه‌ای پیشرفته برداشته شود. در پایان از تمامی عزیزان، به خصوص امیر فرماندهی محترم دانشگاه، معاون محترم پژوهشی دانشگاه، معاون محترم آموزشی دانشگاه، اساتید محترم گروه ریاضی، مدیر محترم نشر، کارکنان واحد نشر، کارکنان خوب و زحمت‌کش چاپ‌خانه که در مراحل نگارش تا چاپ این اثر صمیمانه مولفین را مورد حمایت قرار داده و متقبل زحمات فراوانی گردیده‌اند کمال تشکر را دارد.

راهنمای تدریس و یادگیری

« به اساتید محترم و دانشجویان گرامی توصیه می‌شود مطالب این بخش را مطالعه فرمایند.»

اگر بگوئیم ریاضیات یکی از آسان‌ترین علوم جهان است، اغراق نکرده‌ایم! در سال‌های گذشته، محققان (که جهان به نوعی وام‌دار فعالیت آنان است) یافته‌هایی منتشر نمودند که در آن نشان می‌داد تمام مردم جهان (که از عقب ماندگی ذهنی رنج نمی‌برند) می‌توانند ریاضی‌دان شوند! اما عده‌ای سریع‌تر و عده‌ای کندتر به این مطلوب دست می‌یابند. مهم‌ترین مطلبی که برای یادگیری ریاضیات توصیه می‌شود، ممارست و صرف وقت است. و لفان که با سایر دانشگاه‌ها نیز در ارتباط اند، با تکیه بر تجربه ارتباط تنگاتنگ دانشجویان دانشگاه امام علی^(ع) و نیز بررسی آمارهای آزمون هوش معاونت پژوهشی^(۱) دارند که متوسط ضریب هوشی دانشجویان این دانشگاه بالاتر از سایر دانشگاه‌هاست. هرچند محالی برای ذکر این دسته از مطالب نیست؛ لیکن دانشجویان باید به این ودیعه الهی نیز توانایی‌های بالای خود، باور و اعتماد داشته باشند.

با توجه به اینکه اساتید محترم به مسائل تدریس و یادگیری کاملاً واقفند؛ لیکن در این جا مطالبی را که بیشتر جنبه عمومی دارند یادآور می‌شویم:

استاد و دانشجو هر دو در فرآیند یادگیری سهیم و مسئولند. در امر اثر بخشی تعلیم میزان تأثیر هر مطلب، ارتباط ظریف و سنجیده‌ای به کیفیت تدریس دارد که اساتید با تجربه و آگاه، به یقین، هر یک به طریق به این مطلوب دست می‌یابند. آنچه در این جا شایسته است در مقام توصیه مؤکد آورده شود، یادآوری رسالت ویژه‌ای است که این

^(۱) منابع مختلفی برای اثبات این ادعا وجود دارد؛ لیکن می‌توانید به مقدمه کتاب ریاضی سال اول دبیرستان

مراجعه فرمایند.

^(۲) حدیثی از امام محمد تقی (علیه السلام)

شاخه از علم بر عهده اساتید معظم علوم ریاضی نهاده است. توانایی تدریس، متناسب با متن و ساعات درسی، که منتج به بیشترین و کاملترین نتایج شود.

مدرسین محترم میبایست با بیان گام به گام مطالب و سرفصلهای مصوب به زبان ساده، دانشجویان را در امر یادگیری یاری نمایند؛ تدریس ناقص و شیوههای نادرست همواره گریبانگیر کسانی است که در پی دانش، جهاد می نمایند. در این میان، وظیفه دانشجویان سنگین تر خواهد بود؛ دانشجویان پس از آموختن مطالب درسی میبایست مطالب تدریس شده را مطالعه، به مباحث بعدی توجه و ابهامات به وجود آمده را به کمک استاد رفع نمایند.

به بیان مثال در ری کتاب، از فراگیران انتظار می رود که پس از مطالعه مباحث و نکات مطروحه مثالها را به چگونگی حل مثالها را فرا گرفته و در پایان سعی نمایند تا مطالب پایانی را هم چند فصل حل کنند.

کتاب دارای سه فصل و یک پیوست می باشد. در هر یک از فصول، مسایل بنیادین مبحث معادلات و توابع از قبیل مثالهای فراوان طرح شده است. در انتخاب متون، پختگی و انسجام، سطح تخصصی نهایتاً مخاطبان آنها را در نظر داشته ایم، تا دانش پژوهان جوان بدون سردرگمی در کتب مختلف این مبحث را فرا بگیرند.

با آرزوی موفقیت برای تمام استادگران عرصه علم و دانش

فهرست مطالب

فصل اول (معادلات)	(۱-۱۶)
هدف‌های رفتاری	۲
۱-۱ معادله درجه اول	۳
۱-۲ معادله درجه دوم	۳
۱-۲-۱ مبین معادله درجه دوم	۴
۱-۲-۲ روابط بین ریشه‌های معادله درجه ۲	۶
۱-۲-۳ تعیین معادله‌ای که ریشه‌های آن معلوم است	۷
۱-۳ بخش پذیر چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x-a$	۷
۱-۴ محاسبه باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $x-a$	۷
۱-۵ محاسبه باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $ax-b$	۷
۱-۶ باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر عبارت درجه دوم x^2+cx+d	۸
۱-۷ تعیین علامت	۸
۱-۸ تعیین علامت عبارات گویا	۱۰
۱-۹ معادله درجه سوم	۱۳
۱-۱۰ خلاصه مباحث و فرمول‌های اصلی فصل	۱۴
۱-۱۱ مسائل فصل اول	۱۶

فهرست مطالب

فصل دوم (تابع)	(۱۷-۵۴)
هدف‌های رفتاری	۱۸
۱-۲) حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه	۱۹
۱-۳) تعریف تابع	۲۱
۱-۴) روش‌های تشخیص تابع	۲۱
۲-۴) دامنه و برد تابع در بیان ضابطه‌ای	۲۳
۲-۵) روش‌های مناسب برای تعیین دامنه و برد	۲۳
۲-۶) روش‌های محاسبه برد تابع	۳۰
۲-۷) برد توابع چند ضابطه‌ای	۳۰
۲-۸) تعیین برد به کمک مشتق	۳۲
۲-۹) تابع زوج و فرد	۳۵
۲-۱۰) تابع پوشا	۳۸
۲-۱۱) تابع یک به یک	۳۹
۲-۱۲) تابع معکوس	۴۰
۲-۱۳) بدست آوردن ضابطه تابع معکوس در صورت داشتن تابع	۴۱
۲-۱۴) توابع معکوس چند ضابطه‌ای	۴۲
۲-۱۵) بدست آوردن معکوس تابعی که خود بر حسب تابعی معکوس پذیر داده شده‌اند	۴۳
۲-۱۶) تابع هماتی	۴۴

فهرست مطالب

۴۴	 تابع ثابت	(۲-۱۷)
۴۴	 علامت $\operatorname{sgn}(x)$	(۲-۱۸)
۴۴	 تابع پله‌ای $u(x)$	(۲-۱۹)
۴۶	 خلاصه مباحث و فرمول‌های اصلی فصل	(۲-۲۰)
۵۲	 مسائل فصل دوم	(۲-۲۱)
(۵۵-۱۱۸)	 مجموعه اعداد	فصل دوم
۵۶	 هدف‌ها و رفتاری	
۵۷	 مجموعه اعداد	(۳-۱)
۵۷	 بسته بودن	(۳-۱-۱)
۵۸	 مجموعه منتهای و نامنتهای	(۳-۱-۲)
۵۹	 نامساوی‌ها	(۳-۲)
۵۹	 خواص نامساوی	(۳-۲-۱)
۶۱	 بازه‌ها	(۳-۳)
۶۳	 قدر مطلق	(۳-۴)
۶۷	 حل معادلات شامل قدر مطلق	(۳-۴-۱)
۶۸	 رسم نمودار قدر مطلق	(۳-۴-۲)
۷۱	 جزء صحیح و ویژگی‌های آن	(۳-۵)
۷۲	 رسم نمودار جزء صحیح	(۳-۵-۱)

فهرست مطالب

۷۳	 رسم نمودار تابع $y = [f(x)]$ (۳-۵-۲)
۷۴	 حل معادلات و نامعادلات شامل جزء صحیح با استفاده از روش ترسیم (۳-۵-۳)
۷۵	 همسایگی (۳-۶)
۷۷	 خواص دیگر مجموعه اعداد (۳-۷)
۷۸	 اصل کمال (۳-۸)
۷۹	 خاصیت اقلیدسی (۳-۹)
۸۱	 لگاریتم (۳-۱۰)
۸۲	 خواص لگاریتم (۳-۱۰-۱)
۸۲	 معادلات و نامعادلات لگاریتمی (۳-۱۰-۲)
۸۳	 معادلات و نامعادلات توانی (۳-۱۱)
۸۴	 مثلثات (۳-۱۲)
۸۴	 دایره مثلثاتی و نمایش هندسی نسبت‌های مثلثاتی (۳-۱۲-۱)
۸۵	 نسبت‌های مثلثاتی (۳-۱۲-۲)
۸۵	 واحدهای اندازه‌گیری زاویه (۳-۱۲-۳)
۸۶	 نسبت‌های مثلثاتی چند زاویه اصلی (۳-۱۲-۴)
۸۶	 علامت خطوط مثلثاتی در ربع‌های مختلف (۳-۱۲-۵)
۸۷	 روابط مثلثاتی بین نسبت‌های مثلثاتی (۳-۱۲-۶)
۸۸	 نسبت‌های مثلثاتی $(\alpha \pm \beta)$ بر حسب نسبت‌های مثلثاتی α, β (۳-۱۲-۷)

فهرست مطالب

۸۸	 ۳-۱۲-۸ فرمول‌های تبدیل حاصل جمع به حاصل ضرب
۸۹	 ۳-۱۲-۹ فرمول‌های تبدیل حاصل ضرب به حاصل جمع
۸۹	 ۳-۱۲-۱۰ حل معادلات مثلثاتی
۸۹	 ۳-۱۲-۱۱ حالات خاص
۹۰	 ۳-۱۲-۱ معادلات کلاسیک
۹۴	 ۳-۱۲-۲ جمع مثلثاتی
۹۷	 ۳-۱۲-۱۴ توابع متراتی وارون
۱۰۲	 ۳-۱۲-۱۵ توابع دلتا (هپربولیک)
۱۰۵	 ۳-۱۲-۱۶ توابع معکوس هیپربولیک
۱۰۶	 ۳-۱۲-۱۷ توابع هذلولی وارون
۱۰۸	 ۳-۱۳ اعمال روی توابع (جبر توابع)
۱۱۱	 ۳-۱۴ انتقال نمودارها
۱۱۶	 ۳-۱۵ مسائل فصل سوم
(۱۱۹-۱۲۴)	 پیوست
۱۲۵	 کتاب‌نامه