



مقدمه ای بر

حساب التفاضل و التکامل

جلد دوم
(آنالیز ریاضی ۲)

تالیف :

مانفرد استول
Manfred Stoll

ترجمه :

سیدرضا موسوی
(عضو هیات علمی دانشگاه شاهرود)

جواد برادران
(عضو هیات علمی دانشگاه جهرم)

انتشارات دانشگاه شاهرود

سرشناسه	استول، مانفرد Stoll, Manfred
عنوان و پدیدآور	مقدمه ای بر آنالیز حقیقی / تالیف مانفرد استول؛ ترجمه سیدرضا موسوی، جواد برادران
مشخصات نشر	شاهرود : دانشگاه شاهرود، جلد ۱، ۱۳۸۷ - جلد ۲، ۱۳۹۲
مشخصات ظاهری	جلد ۲ ۳۹۷ صفحه، نمودار
شابک (ISBN)	جلد ۱ ۹۷۸-۹۶۴-۷۶۳۷-۵۲-۷ جلد ۲ ۹۷۸-۶۰۰-۷۱۵۳-۰۱-۷
وضعیت فهرست نویسی : فیبا	
یادداشت	عنوان اصلی : Introduction to Real Analysis, 2000, 2 nd ed.
یادداشت	جلد ۲ (چاپ اول : ۱۳۹۲) (فیبا).
یادداشت	واژه نامه
یادداشت	نمایه
مندرجات	جلد ۱ آنالیز ریاضی ۱ ، جلد ۲ آنالیز ریاضی ۲
موضوع	آنالیز ریاضی
موضوع	توابع متغیر حقیقی
شناسه افزوده	مترجم : موسوی، سیدرضا - ۱۳۴۷
شناسه افزوده	مترجم : برادران، جواد - ۱۳۵۱
شناسه افزوده	دانشگاه صنعتی شاهرود
رده بندی کنگره	۵۷۴/۴۳۰۰ QA۳۰۰
رده بندی دیویی	۵۱۵/۸
شماره کتابشناسی ملی	۱۶۳۶۴۸۵

نام کتاب : مقدمه ای بر آنالیز حقیقی (جلد دوم - آنالیز ریاضی ۲)

مؤلف : مانفرد استول (Manfred Stoll)

مترجمان : سیدرضا موسوی، جواد برادران

ویراستار علمی : دکتر سیدعلی میرحسینی

ویراستار ادبی : آزاده سعیدی مقدم

تایپ متن : سیدرضا موسوی، فاطمه یزدی

طراحی جلد : سیدرضا موسوی

چاپ و صحافی : شرکت تکاد جلین (مجتمع چاپ و بسته بندی امید شمال)

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۷۱۵۳-۰۱-۷ ISBN : 978-600-7153-01-7

نوبت چاپ : اول - پاییز ۱۳۹۲

صفحه و قطع : ۳۹۷ - وزیری

تیراژ : ۱۰۰۰ نسخه

بهاء : ۱۱۰۰۰۰ ریال

حق چاپ برای انتشارات دانشگاه شاهرود محفوظ است.

فهرست

ط	پیشگفتار مترجمان
ک	پیشگفتار مؤلف
س	سخنی با دانشجو

فصل هفتم

۱	انتگرالهای ریمان و ریمان-اشتیلیس
۳	۱-۷ انتگرال ریمان
۲۳	۲-۷ خواص انتگرال ریمان
۳۲	۳-۷ قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال
۴۳	۴-۷ انتگرالهای ناسره ریمان
۵۱	۵-۷ انتگرال ریمان-اشتیلیس
۶۸	۶-۷ روشهای عددی
۸۳	۷-۷ برهان قضیه لبگ
۹۰	یادداشتها

۹۲	تمرینات گوناگون
۹۴	مطالعه تکمیلی

فصل هشتم

دنباله‌ها و سریهای توابع

۹۷	
۹۹	۸-۱ همگرایی نقطه به نقطه و تعویض حدود
۱۰۵	۸-۲ همگرایی یکنواخت
۱۱۵	۸-۳ همگرایی یکنواخت و پیوستگی
۱۲۵	۸-۴ همگرایی یکنواخت و انتگرال‌گیری
۱۲۹	۸-۵ همگرایی یکنواخت و مشتق‌گیری
۱۳۸	۸-۶ قضیه تقریب ویراشتراس
۱۴۶	۸-۷ بسط‌های سری توانی
۱۷۲	۸-۸ تابع گاما
۱۷۸	یادداشت‌ها
۱۷۹	تمرینات گوناگون
۱۸۱	مطالعه تکمیلی

فصل نهم

توابع متعامد و سری فوریه

۱۸۳	
۱۸۵	۹-۱ توابع متعامد
۱۹۸	۹-۲ تمامیت و اتحاد پارسوال
۲۰۳	۹-۳ سریهای مثلثاتی و فوریه
۲۱۶	۹-۴ همگرایی در میانگین سری فوریه
۲۲۸	۹-۵ همگرایی نقطه‌ای سری فوریه
۲۴۲	یادداشت‌ها

۲۴۶	تمرینات گوناگون
۲۴۸	مطالعه تکمیلی

فصل دهم

۲۴۹	اندازه لبک و انتگرال گیری
۲۵۱	۱-۱۰ مقدمه‌ای بر اندازه
۲۵۴	۲-۱۰ اندازه مجموعه‌های باز و مجموعه‌های فشرده
۲۶۸	۳-۱۰ اندازه درونی و بیرونی ، مجموعه‌های اندازه‌پذیر
۲۷۵	۴-۱۰ خواص مجموعه‌های اندازه‌پذیر
۲۸۴	۵-۱۰ توابع اندازه‌پذیر
۲۹۳	۶-۱۰ انتگرال لبک یک تابع کراندار
۳۰۹	۷-۱۰ انتگرال عمومی لبک
۳۲۲	۸-۱۰ توابع انتگرال‌پذیر مربعی
۳۳۲	یادداشت‌ها
۳۳۵	تمرینات گوناگون
۳۳۸	مطالعه تکمیلی

۳۳۹	راهنمایی و پاسخ سوالات برگزیده
۳۶۱	واژه نامه فارسی به انگلیسی
۳۷۳	واژه نامه انگلیسی به فارسی
۳۸۴	نمایه علایم
۳۹۱	نمایه

پیشگفتار مترجمان

به نام خداوند جان آفرین
خداوند بخشنده دستگیر
عزیزی که هر کز درش سر بتافت
حکیم سخن در زبان آفرین
کریم خطابش پوزش پذیر
به هر در که زد هیچ عزت نیافت

بدون شک آنالیز ریاضی، که آنالیز حقیقی نیز بخشی از آن است، یکی از ارکان اصلی ریاضیات جدید و پایه و اساس شاخه‌های زیادی از ریاضیات محض و کاربردی مانند آنالیز عددی، آمار، هندسه و غیره است. به جرات می‌توان گفت که آنالیز ریاضی مشکل‌ترین درسی است که دانشجویان دوره کارشناسی و پس از گذراندن ریاضیات عمومی با آن مواجه می‌شود. بویژه هنگامی که برای اولین بار با موضوع جدیدی به نام توپولوژی، آن هم به صورت مجرد و انتزاعی روبرو می‌شود.

در زمینه آنالیز ریاضی متون ارزشمند زیادی وجود دارد از جمله کتابهایی که والتر رودین^۱ و تام م. آپوستل^۲ نوشته‌اند. اما در این کتابها از همان ابتدا دانشجویان درگیر مفاهیم مجرد می‌شود و سپس قضایا و تعاریف را به عنوان حالت‌های خاص مطالعه می‌نمایند. حال آنکه می‌دانیم بیشتر مطالب و قضایای ریاضیات، از تعمیم حالت‌های خاص به حالت کلی نتیجه شده‌اند. در حقیقت، هدف آنالیز ریاضی سوق دادن دانشجویان از فضاهای ملموس و واقعی به فضاهای مجرد است. به همین دلیل بیان موضوع به صورت فوق برای اکثر دانشجویان رضایت‌بخش نیست و مفید واقع نمی‌شود.

^۱ Walter Rudin

^۲ Tom M. Apostol

ضمن تدریس، همواره به دنبال متنی بودیم که بتواند این مشکل را حل و یا لاقبل به درک بهتر موضوع کمک نماید. با مطالعه کتاب مقدمه‌ای بر آنالیز حقیقی^۱ نوشته مانفرد استول^۲، آن را برای تدریس دروس آنالیز مقدماتی و آنالیز ریاضی^۱ و^۲ مناسب دیدیم. شیوه ارائه و آموزش این کتاب، حرکت از مفاهیم و قضایا در فضاهای ساده و عینی R^1 و R^n و حتی فضاهای اقلیدسی به سوی فضاهای مجرد و انتزاعی است. در این روش، دانشجو بهتر و ساده‌تر به یک دید مجرد از مفاهیم و قضایا دست می‌یابد و این مطلب، مهمترین انگیزه ترجمه کتاب حاضر بوده‌است.

از پروفیسور مانفرد استول، استاد دانشگاه کارولینای جنوبی که مدرک دکتری خود را در سال ۱۹۷۱ از دانشگاه پنسیلوانیا اخذ نموده، تاکنون دو کتاب و بیش از ۳۷ مقاله منتشر شده‌است. به مقدمه کامل و گویای کتاب نمی‌توانیم چیزی اضافه کنیم و تنها به دو نکته در مورد ترجمه اشاره می‌کنیم:

۱- چون ترجمه این کتاب در دو جلد چاپ می‌شود، ترتیب فصلهای ششم و هفتم را جابجا کرده‌ایم تا اینکه جلد اول این کتاب بتواند سرفصل درس آنالیز ریاضی^۱ را پوشش دهد و جلد دوم هم برای درس آنالیز ریاضی^۲ مناسب باشد.

۲- در انتهای کتاب علاوه بر نمایه‌ها، واژه‌نامه‌های فارسی به انگلیسی و انگلیسی به فارسی را نیز اضافه کرده‌ایم که خواننده برای ترجمه عبارات و اصطلاحات مهم آنالیز ریاضی به مرجع دیگری نیاز نداشته باشد. امیدواریم که در این کار موفق شده باشیم. در ضمن، چون بعضی از اسامی یا اصطلاحات به کار رفته در کتاب ممکن است در جلد اول این کتاب نیز به کار رفته باشند، بنابر این برای سهولت در کسب اطلاعات بیشتر در مورد آنها، در نمایه‌های این کتاب نیز آورده شده‌اند. شماره صفحات مربوط به جلد اول، با یک خط تیره در زیر آنها مشخص شده‌اند.

اکنون که به یاری خداوند متعال و همکاری امور پژوهشی و انتشارات دانشگاه صنعتی شاهرود جلد دوم کتاب هم آماده چاپ شده‌است، ضمن تقدیر و تشکر از این عزیزان، بر خود لازم می‌دانیم که از همکار ارجمندمان آقای دکتر مهدی قوتمند جزی به خاطر مطالعه و ویرایش متن و همینطور از خانم فاطمه یزدی به خاطر تایپ اولیه متن، صمیمانه قدردانی نماییم. از آقای دکتر سیدعلی میرحسینی بابت ویراستاری علمی و از خانم آزاده سعیدی مقدم بابت ویراستاری ادبی تشکر ویژه می‌نماییم. از آنجا که این اثر نیز از قاعده کلی «هیچکس و هیچ چیز کامل نیست» مستثنی نخواهد بود، از سروران گرامی تقاضا داریم که مترجمان را از نظرات و پیشنهادات اصلاحی خود محروم نگازند.

سیدرضا موسوی
(عضو هیات علمی دانشگاه شاهرود)

جواد برادران
(عضو هیات علمی دانشگاه جهرم)

پاییز ۱۳۹۲

^۱ Introduction to Real Analysis

^۲ Manfred Stoll

پیشگفتار مؤلف

موضوع آنالیز حقیقی یکی از حوزه‌های اساسی ریاضیات است که نه تنها در ریاضیات بلکه در علوم دیگری همچون فیزیک و مهندسی، پایه‌ای برای مطالعه مباحث پیشرفته است. درک درست مفاهیم آنالیز حقیقی برای مطالعه مباحث پیشرفته اقتصاد و علوم اجتماعی نیز به مرور اهمیت یافته‌است. مباحثی نظیر سریهای فوریه، نظریه اندازه و انتگرال‌گیری به همان اندازه که در ریاضیات و فیزیک اساسی هستند در شاخه‌های مختلف مهندسی، اقتصاد و علوم دیگر نیز اهمیت دارند.

درس آنالیز ریاضی در طول دو نیمسال تحصیلی تدریس می‌شود و با توجه به اهمیت روز افزون آن در حوزه‌های مختلف، دانشجویانی که در نیمسال اول این درس ثبت نام می‌کنند از نظر توانایی و انگیزه متفاوت هستند. با توجه به تجربیات شخصی من، این دانشجویان به دو دسته تقسیم می‌شوند. عده‌ای از آنها دانشجویان رشته ریاضی هستند که قصد دارند مطالعه منظم ریاضیات را ادامه دهند. این درس، رفتار دقیق آنالیز را با توجه به خط مشی دانشنامه‌ای نشان می‌دهد. در هر حال، علاقه‌مندان به مطالعه ریاضی، به پشتوانه‌ای قوی از آنالیز برای تدریس حساب دیفرانسیل و انتگرال دبیرستانی نیاز دارند.

گاهی، افرادی که در این درس ثبت نام می‌کنند شامل دانشجویان رشته‌های اقتصاد، مهندسی، فیزیک و دیگر شاخه‌های علوم هستند که برای آمادگی جهت مطالعه در دیگر مباحث ریاضی و یا موضوعات مربوط به خودشان، به اطلاعات بیشتری در زمینه آنالیز ریاضی احتیاج دارند. در یک موقعیت ایده‌آل، ارائه دوره‌های جداگانه برای هر دسته از این دانشجویان مطلوب و مناسب است، اما با توجه به تعداد دانشجویان و مدرسان چنین کاری غیر ممکن است.

در تهیه این متن چند هدف را در ذهن داشتم. ابتدا نوشتن متنی شامل بخشی دقیق و جامع از مفاهیم نظری آنالیز که برای تدریس در یک دوره یکساله در سطوح متفاوت مناسب باشد. موضوعاتی که برای درج انتخاب شده‌اند بر اساس تجربیات من از تدریس در دوره‌های کارشناسی ارشد و دکتری ریاضیات است و آنچه که من احساس کردم حداقل امکانات برای موفقیت در مطالعه آنالیز ریاضی هستند.

در اولین فرصت به سراغ خاصیت کوچکترین کران بالایی می‌روم و بر این خاصیت مهم در طول متن تأکید خواهم کرد. به همین دلیل، خواص جبری در دستگاه‌های اعداد گویا و حقیقی بطور غیر رسمی بکار خواهند رفت و ساخت دستگاه اعداد حقیقی از اعداد گویا فقط در تمرینات گوناگون آورده شده‌است.

تلاش کرده‌ام که برهان‌ها حتی الامکان مختصر باشد و اجازه دهم تا موضوعات اصلی در یک روال طبیعی پیش رود. مباحث و موضوعاتی را که در بخشهای بعدی ضروری نیستند، در زیرنویس‌ها مشخص کرده‌ام. هدف دوم من، با توجه به تفاوت‌های دانشجویان در پشتوانه، انگیزه و قدرت فهم این درس، تهیه متنی قابل فهم برای تمام کسانی بود که در این درس ثبت نام می‌کنند.

به همین دلیل، فصلهای اول تا ششم در سطح دانشجویان متوسط نوشته شده‌است و دانشجویان زبده‌تر را در تمرینات به تلاش وادار کرده‌ام. مفاهیم توپولوژی پایه، نظیر مجموعه‌های باز، بسته و فشرده و همچنین حدود دنباله‌ها و توابع، تنها در مورد اعداد حقیقی بیان شده‌اند. با این وجود برهان بسیاری از قضیه‌ها، بخصوص آنهایی که متضمن مفاهیم توپولوژیکی هستند به روشی ارائه شده‌اند که بسط آنها به مجموعه‌های مجردتر به سادگی امکان‌پذیر است. این فصلها شامل تعداد زیادی مثال و تمرین‌های معمولی و محاسباتی هستند. فصلهای هفتم تا دهم برای دانشجویانی در نظر گرفته شده‌است که در این درس مهارتهایی را کسب کرده‌اند. در این فصلها، فضاهای توابع معرفی شده و با دقت بیشتری مطالعه می‌شوند. برای درک قضایا، مثالها و تمرینها به مهارت و اطلاعات ریاضی بیشتری نیاز است. با توجه به تجربیات من، اینها آرزوهای غیر واقع‌بینانه‌ای نیستند.

این کتاب شامل بیشتر مفاهیم استاندارد است که ممکن است کسی بخواهد در یک متن مقدماتی آنالیز حقیقی بیابد. حد دنباله‌ها، حد توابع، پیوستگی، مشتق‌گیری، انتگرال‌گیری، سریها، دنباله‌ها و سریهای توابع و سری توانی. این موضوعات در مطالعه آنالیز ریاضی، نقشی اساسی دارند و در بیشتر متونی که در این سطح هستند، وجود دارند.

علاوه بر این، موضوعاتی را اضافه کرده‌ام که در متنبهایی نظیر این، همیشه وجود ندارند. مثلاً، فصل ششم^۱ بخشی دارد راجع به انتگرال ریمن-استیلز و یک بخش در مورد روشهای عددی. فصل هفتم^۲، بخشی دارد راجع به دنباله‌های جمع‌پذیر مربعی و مقدمه کوتاهی در مورد فضاهای خطی نرم‌دار که هر دو موضوع در فصلهای بعدی هم ظاهر می‌شوند. در فصل هشتم برای اثبات قضیه تقریب وایراشتراس، از روش اتحادهای تقریبی استفاده کرده‌ام. این روش، دانشجو را با تکنیکی بسیار مهم در آنالیز آشنا می‌کند که مجدداً در فصل مربوط به سریهای فوریه از آن استفاده خواهد شد.

مطالعه سریهای فوریه و نمایش توابع برحسب سریهای توابع متعامد، در بسیاری از شاخه‌های مختلف علمی، اهمیت روز افزونی پیدا کرده‌است. اضافه کردن بحث سریهای فوریه در این متن، به دانشجو اجازه می‌دهد که بدون گذراندن یک دوره کامل درس معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، اطلاعاتی در باره این موضوع مهم بدست آورد.

در فصل آخر نیز اطلاعات مختصری را درباره اندازه لیگ و انتگرال لیگ گنجانده‌ام. نزدیک شدن به نظریه اندازه، روش اولیه لیگ، اندازه‌های داخلی و خارجی را در پی خواهد داشت. این قسمت، زمینه را برای آشنایی بهتر و دقیقتر با این مفهوم مهم آماده می‌کند.

در انتهای هر بخش به منظور تکمیل جزئیات آن بخش و برای کمک به دانشجویان برای کسب تجربه و پیشرفت در ارائه برهانها، تمرینهای زیادی آورده‌ام. همچنین، تمرینهای معمولی و تمرینهای محاسباتی وجود دارد که تعدادی از آنها برای وادار کردن دانشجویان به فکر درباره جزئیات اساسی آنالیز طرح شده‌اند و

^۱ در ترجمه، ترتیب فصلهای ۶ و ۷ تغییر کرده‌است. منظور از فصل ۷، فصل ششم جلد اول است و فصل هفتم این کتاب، ترجمه فصل ۶ از کتاب اصلی است.

فکر منطقی و خلاقانه آنها را به مبارزه می‌طلبید. جواب و راهنمایی تعدادی از تمرینهای برگزیده در انتهای کتاب آمده‌است. این تمرینها به وسیله علامت * مشخص می‌شوند.

در انتهای هر فصل، بخشی را شامل یادداشت‌ها، تمرینات گوناگون و مطالعه تکمیلی اضافه کرده‌ام. یادداشت‌ها در بیشتر موارد، شامل نکات تاریخی در باره سیر تکاملی موضوع و یا بحث در باره مفاهیمی است که در فصل مربوطه آورده نشده‌اند. با آوردن تمرینات گوناگون خواسته‌ام که موضوع مورد بحث را گسترش دهم و یا مفاهیمی را که در خود فصل ارائه نشده‌اند، تکمیل کنم.

فهرست مطالب تکمیلی، مراجعی را معرفی می‌کند که به موضوع مورد بحث مرتبط هستند. بسیاری از مراجع شامل اطلاعات تاریخی هستند و بقیه شامل مسائل جالب در زمینه مربوطه و یا صورتهای دیگری از نتایج هستند. بیشتر عنوان‌ها در نشریات American Mathematics Monthly و یا Mathematics Magazine آمده‌اند که برای دانشجویان به راحتی قابل دسترسی هستند.

تدریس کامل کتاب در یک دوره یک ساله شاید کمی بلند پروازانه باشد، اما با توجه به تجربه شخصی خود من در تدریس این متن، با انتخاب آگاهانه قسمت‌های مختلف، بیشتر قسمت‌های این کتاب را می‌توان در طول دو ترم تدریس کرد. در یک دوره یک ترمی، باید حداقل تمام یا بیشتر قسمت‌های پنج فصل اول و قسمتهایی از (یا تمام) فصلهای ششم یا هفتم تدریس شوند. فصل هفتم می‌تواند مستقل از فصل ششم تدریس شود. تنها ارتباط آن با فصل ششم، آزمون انتگرال است و این مطلب را می‌توان بدون اسم بردن از انتگرال ریمان تدریس کرد و بقیه قسمت‌ها برای تدریس در ترم دوم کافی هستند. تنها پیش شرط طبیعی برای مطالعه این کتاب، گذراندن یک دوره استاندارد به تری یا چهار ترمی حساب دیفرانسیل و انتگرال است. حتی اگر یک دانشجوی زبده بتواند این دوره را در یک ترم از سال دوم تحصیلش بگذراند، بعضی مهارتهای ریاضیاتی ضروری هستند و به دانشجویان متوسط اغلب توصیه می‌شود که این درس را در سال سوم و یا سالهای بعد از آن انتخاب نمایند.

مطالب اضافه شده در ویرایش دوم

از نظر فهرست، در ویرایش دوم تغییری ایجاد نشده‌است. موضوع آنالیز حقیقی از نظر معنایی نسبت به زمان انتشار ویرایش اول تغییری پیدا نکرده‌است. در این ویرایش، نظرات منتقدین، مدرسان و دانشجویان را تلقیق کرده‌ام، چند مفهوم جدید اضافه شده‌است و بعضی از قسمت‌های قبلی کامل تر شده‌اند. مثالهای جدید و بیانهای روشنتر در این ویرایش آمده‌اند. ویرایش دوم همچنین مشتمل بر توضیحات اضافه و مجموعه مسائل گسترش یافته است. مجموعه تمرینها در تمام بخشهای شش فصل اول با افزودن تمرینهای معمولی و محاسباتی گسترش یافته‌اند. مسائل چالشی نیز هنوز وجود دارند. با افزودن مسائل معمولی، بیشتر مدرسانی که از این کتاب استفاده می‌کنند برای مشخص کردن تمرینها، آزادی عمل بیشتری دارند. فهرستهای مطالعه تکمیلی نیز با افزودن مقالاتی که بعد از ۱۹۹۶ منتشر شده‌اند کاملتر شده‌است.

افزودن برهان قضیه لیبگ در فصل ششم و ضمیمه‌ای با عنوان منطق و برهانها، دو تغییر اساسی ویرایش دوم هستند. در ویرایش اول، قضیه لیبگ در بخش ۶-۱ بیان و در فصل دهم اثبات شده بود. طبق پیشنهاد

همکارم Anton Schep یک برهان مستقل برای اثبات قضیه لیگ را به صورت یک بخش جداگانه در فصل ششم اضافه کرده‌ام. این برهان بر اساس یادداشتهایی است که او برای تکمیل کتاب استفاده کرده بود. در این برهان، همانند اصل قضیه، تنها ارجاعی که به نظریه اندازه داده می‌شود، تعریف یک مجموعه با اندازه صفر است. با این تغییر، نه تنها می‌توان این قضیه مهم را بدون نیاز به اطلاعات بیشتر در مورد نظریه اندازه لیگ و انتگرال‌گیری بیان کرد بلکه می‌توان آن را اثبات نیز کرد.

بزرگترین مشکلی که برای دانشجویان در مورد گذراندن درس آنالیز ریاضی اتفاق می‌افتد ضعف آنها در نوشتن و فهم برهانها است. اغلب آنها هرگز درسی را در مورد منطق ریاضی نگذرانده‌اند. به همین دلیل، ضمیمه کوتاهی را با عنوان منطق و برهانها اضافه کرده‌ام. این ضمیمه قصد ندارد جایگزین یک دوره کامل منطق باشد بلکه تنها می‌خواهد قواعدی از منطق را بیان کند که دانشجویان برای فهم و درک بهتر برهانها باید بدانند. این قواعد برای کمک به دانشجو در افزایش قدرت نوشتن او برای ارائه برهانهای بسیار حیاتی هستند. روشهای متفاوت اثبات، بطور مختصر بیان شده‌اند و برای هر روش مثالهای مناسبی ارائه و بررسی شده‌اند. در ضمیمه، بخشی با عنوان «کاربرد سورها» با تاکید خاص بر نقیض مناسب گزاره‌های سوری آورده شده است. اگر چه، خود ضمیمه از متن اصلی مستقل است، با این وجود، در چند فصل اولیه کتاب ارجاعاتی به آن وجود دارد. ضمیمه را می‌توان قسمتی از درس در نظر گرفت و یا به صورت مطالعه شخصی به دانشجویان واگذار کرد.

سپاسگزاری

در اینجا می‌خواهم از دانشجویان دانشگاه South Carolina که این درس را از من فراگرفته‌اند و همینطور از همکارانم در ویرایش اولیه این کتاب تشکر کنم. همچنین مدیون همکارانی هستم که با تدریس دست‌نوشته‌های من موافقت کردند. بخصوص همکار درگذشته Jeong Yang و تشکر مخصوص دارم از منتقدینی که دست‌نوشته‌ها را بررسی کرده و نظرات و انتقادات سازنده‌ای برای اصلاح آن ارائه دادند. مطالعه دقیق دست‌نوشته‌ها از سوی Joel Anderson کمک کرد که طرح اولیه به یک متن تصحیح‌شده تبدیل شود. همینطور از Garolyn Lee-Davis و کارمندان مؤسسه Addison بخاطر کنکهایشان در ویرایش دوم و منتقدین این ویرایش به خاطر نظریات و پیشنهادهایشان تشکر می‌کنم.

بخصوص از همکارم George McNulty بخاطر مطالعه دقیق ضمیمه سپاسگزارم. نظرات و انتقادات سازنده او قابل تقدیر اند. همینطور از دوستانی که خطاهای ویرایش اول را به من اطلاع دادند سپاسگزارم و از مدرسانی که مشکلات به وجود آمده هنگام استفاده از کتاب را به من گوشزد کرده‌اند تشکر می‌کنم. امیدوارم تمام اشکالات و کمبودهای ویرایش اول تصحیح شده‌باشند.

نهایتاً، می‌خواهم بخصوص از همسر Mary Lee که بدون تشویق‌های او ممکن بود این کار هیچوقت به اتمام نرسد، تشکر کنم.

مانفرد استول

Manfred Stoll

سخنی با دانشجو

تفاوت بین یک دوره حساب دیفرانسیل و انتگرال و یک دوره آنالیز ریاضی، همانند تفاوت نگاه به یک موضوع، قبل از قرن نوزدهم و بعد از آن است. اغلب مفاهیم حساب دیفرانسیل و انتگرال در قرنهای هفدهم و هجدهم میلادی به دست ریاضیدانان مشهوری همچون نیوتن، لایبنیتز، برنولی، اویلر و تعدادی دیگر توسعه یافت.

نیوتن و لایبنیتز حساب دیفرانسیل و انتگرال را پایه‌ریزی کردند و جانشینان آنها، این نظریه را توسعه دادند و آن را در حل بسیاری از مسائل علوم ریاضی و فیزیک به کار بردند. آنها دید فوق‌العاده‌ای در مورد مسائل داشتند و در استنتاج فرمولهای پیچیده، به نهایت خلاق و ورزیده بودند. با این وجود، چیزی که آنها نداشتند، ابزاری بود که بتوانند موضوعات را بر اساس مبانی ریاضیاتی دقیق بیان کنند. این موضوع امکان نداشت تا قرن نوزدهم که مقالات کوشی، بولتزانو، وایراشتراس، گانتور و... انتشار یافتند.

در حساب دیفرانسیل و انتگرال، تأکید اصلی بر گسترش تجربیات دانشجو در تکنیکهای محاسباتی و کاربرد آنها است. در آنالیز ریاضی، شما مجبورید جزئیات را بفهمید و قدرت خود را برای اثبات نتایج با استفاده از تعاریف و قضایای قبلی، افزایش دهید. فهم ریزه‌کاریهای یک حد و گسترش نتایج در مورد آن، به وضوح مهمتر از محاسبه خود حد است.

برای تکمیل این دوره، تمام تعاریف و قضایا باید به دقت فراگرفته شوند. اغلب اثباتها و حل مسائل، نتیجه منطقی تعاریف و نتایج قبلی هستند، اما تعدادی از آنها نیز به خلاقیت و زیرکی نیاز دارند. برای شرح موضوع خاص مورد بحث، این کتاب شامل مثالها و مثالهای نقض فراوانی است. این مثالها به این دلیل اضافه شده‌اند که نشان دهند چرا فرضیات خاص، ضروری هستند و به فهم کامل موضوع کمک می‌کنند. این مطلب بسیار مهم است که نه تنها یاد بگیرید که یک قضیه در چه حالت‌هایی درست است، بلکه تعدادی مثال نقض هم برای نشان دادن نادرستی آن در حالت‌های دیگر در آستین داشته باشید.

در انتهای کتاب در مورد تمرینات برگزیده، سوالهایی که با علامت * مشخص شده‌اند، راهنمایی و یا جواب را اضافه کرده‌ام. برای تعدادی از مسائل، جزئیات کامل ارائه شده‌است و برای بقیه به یک راهنمایی مختصر اکتفا شده و جزئیات آن را به خواننده واگذار کرده‌ام. مانند همیشه، شما را به تلاش برای حل مسائل

تشویق و توصیه می‌کنم و پس از آنکه با تکرار تلاشها به موفقیتی نرسیدید به راهنمایی و جواب مراجعه کنید.

در پایان هر فصل، فهرستی برای مطالعه تکمیلی اضافه کرده‌ام. مقالات، نشریات یا کتابهای معرفی شده، همگی با موضوع آن فصل مرتبط هستند. بعضی از آنها شامل اطلاعات تاریخی و یا مکمل موضوع اصلی هستند و بقیه مقالاتی هستند که می‌توانند جایگزین نتایج متن اصلی باشند و یا پاسخ سوالات جالب مربوط به آن. تمام مقالات در کتابخانه قابل دسترسی هستند. این مراجع اضافه شده‌اند که شما را به افزایش توجه به ادبیات ریاضی تشویق کنند. یک منبع بسیار خوب در مورد تاریخ ریاضی و زندگینامه ریاضیدانان مشهور **تاریخ ریاضی مک توتور** در دانشگاه سنت آندروز اسکاتلند است که آدرس اینترنتی آن <http://www.history.mcs.st-andrews.ac.uk/> است.

هنگام مطالعه کتاب، حتماً با مفاهیم، فرمولها یا مثالهایی مواجه خواهید شد که به نظر شما بسیار تکنیکی هستند و یا فهم آنها مشکل است. برای مدتی از آنها بگذرید. این فرصت مناسبی برای شما خواهد بود که درک کنید چه اتفاقی افتاده است. ضمن مطالعه مجدد آن بخش، ممکن است تعجب کنید که این مطلب آن گونه که قبلاً تصور کرده‌اید مشکل نیست. جزئیات در ابتدا مشکل به نظر می‌آیند، اما وقتی که درک بهتری نسبت به موضوع پیدا کنید، کم کم واضح و آشکار خواهند شد. نکته مهم این است که بسیاری از مثالها و مفاهیمی که برای شما مشکل به نظر می‌آیند برای ریاضیدانان دوره‌ای که این مطلب برای اولین بار مطرح شدند نیز مشکل بوده‌اند.

درک مطالب این کتاب بی‌نیاز و مستقل از حساب دیفرانسیل و انتگرال است. از تعاریف و نتایج حاصله در حساب دیفرانسیل و انتگرال استفاده نکرده‌ام. با این وجود بعضی وقتها در مثالها و تمرینها، هر جا که لازم شده‌است از اطلاعاتی در مورد توابع مقدماتی، علامت‌گذاریها و مفاهیمی که قبلاً با آنها روبرو شده‌اید استفاده کرده‌ام. البته این مفاهیم در همین کتاب و در جای مناسب، بطور دقیق تعریف شده‌اند.

مانفرد استول

Manfred Stoll