



مبانی جبر

Elements of Algebra

تألیف:

دکتر بیژن طائری

استاد دانشکده‌ی علوم ریاضی

دانشگاه صنعتی اصفهان



مرکز انتشارات جهاد دانشگاهی واحد صنعتی اصفهان

واحد صنعتی اصفهان

سرشناسه	طائری، میژن، ۱۳۴۰ -
عنوان و نام پدیدآور	مبانی جبر - Algebra
مشخصات نشر	اصفهان: جهاد دانشگاهی، واحد صنعتی اصفهان، ۱۳۹۳.
مشخصات ظاهره	۲۵۲ ص: مصور، جدول
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۵۱۵۱-۷۸-۷
وضعیت فهرست نویسی	فیبای مختصر
یادداشت	نویسنده کامل این اثر در نشانی: http://opac.nlnl.ir قابل دسترسی است
یادداشت	واژگان
یادداشت	کتابنامه
یادداشت	مجموعه
موضوع	جهاد دانشگاهی واحد صنعتی اصفهان
شماره کتابشناسی ملی	۳۷۸۶۳۵۷
نام کتاب	مبانی جبر
تألیف	دکتر میژن طائری
ارزیاب علمی	دکتر ملیحه یوسفزاده
ناشر	جهاد دانشگاهی واحد صنعتی اصفهان - انتشارات
نوبت چاپ	اول
تاریخ نشر	۱۳۹۳
شمارگان	۵۰۰
تعداد صفحات	۲۵۲
لینوگرافی	پارسا
چاپ	پرتو
صحافی	سید
قیمت	۱۳۰۰۰۰ ریال
☆	صحت مطالب کتاب به عهده مؤلف بوده و ناشر مسئولیتی در این موضوع ندارد.
☆	حق چاپ برای ناشر محفوظ است، تکثیر این کتاب یا بخشی از آن به هر شکل، شرعاً و قانوناً ممنوع بوده و برای اخذ قانونی است.
☆	نشانی ناشر: اصفهان - دانشگاه صنعتی اصفهان - جهاد دانشگاهی - مرکز انتشارات ۳۳۹۱۲۷۱۱ دورنگار: ۳۳۹۱۲۵۴۱ نشانی الکترونیکی: sec.int@ncecr.ac.ir دربگاه: www.jdnt.ac.ir دربگاه: www.isbu.ir
مراکز پخش:	۱- کتابفروشی جهاد دانشگاهی (اصفهان) - دانشگاه صنعتی اصفهان - تلفن: ۳۳۹۱۲۵۴۱ ۲- نمایندگانی کتاب جهاد دانشگاهی (تهران) - خیابان انقلاب اسلامی - بین خیابان فلسطین و چهارراه ولی عصر (عج) - جنب موسسه نمایندگانی فرهنگی ایران - تلفن: ۶۱۶۸۷۳۶۶ ۳- علم گستر سپاهان (اصفهان) - خیابان امامزاده - کوچه فتح آباد - پلاک ۹۰ - تلفن: ۳۳۱۹۹۷۸-۹ ۴- کتابسرای (تهران) - میدان انقلاب اسلامی - ابتدای خیابان آزادی - خیابان دکتر قریب - پلاک ۷ - تلفن: ۶۶۵۶۶۵۱۰-۲۱
شماره تماس برای خرید تلفنی کتاب از سراسر کشور:	۳۳۹۱۲۵۴۲ - ۳۱

سخن ناشر

جای خرسندی و شکر بسیار است که در آستانه تابش پرتوهای حیات بخش اسلام بر پهنه زمین، خود را در زمانی می یابیم که اندیشه اصلاح نه تنها عبث نیست که پیمودن راههای کمال و رشد در هر بعدی از ابعاد انسانی هموارتر و شدنی تر می نماید. وظیفه آنان که در این دوره و در این سرزمین مقدس زندگی می کنند بس سنگین و دشوار است و بطور خاص مسئولیت دانشگاه و دانشگاهیان در کنار حوزه های مقدس علمیه جایگاهی حساس و تعیین کننده در روند حرکت اجتماع دارد. تلاش پیگیر و همه جانبه برای بریدن بندهای وابستگی، جهاد علمی است که باید از دانشگاه و حوزه شروع شود و انتشار کتب علمی از سوی ما کوششی است در راستای آنچه ذکر آن رفت. بدیهی است این کوشش زمانی به نتایج مفید می رسد که به دور مداوم از سوی استادان، دانشگاهیان و اندیشمندان متعهد مورد انتقاد و پیشنهادات سازنده قرار گیرد.

اینک که چاپ اول این کتاب تقدیم دانش میان ارجمند و مشتاق علم می گردد جای دارد از تمامی عزیزانی که در آماده سازی و تدوین آن تلاش نموده و زحمات زیادی را متحمل شده اند تشکر و قدردانی بعمل آید.

مرکز انتشارات جهاد دانشگاهی

واحد صنعتی اسفهان

مقدمه

جبر مجرد ابزاری برای مطالعه‌ی ساختارهای جبری با خواص مشابه است. معمولاً ویژگی‌های مشترک برخی ساختارها را به عنوان پایه‌ای برای تعریف یک ساختار مجرد به کار می‌برند و با مطالعه‌ی ساختار مجرد و یافتن خواص آن به طور کلی، ساختارهای با ماهیت مشترک را بررسی می‌کنند. این کتاب بر اساس سرفصل درس مبانی جبر تنظیم شده است. اما به دلایلی که در ادامه می‌آید تنظیم آن دقیقاً بر اساس ترتیب آورده شده در آن سرفصل نیست.

در کتاب‌های کلاسیک جبر برای دوره‌ی کارشناسی معمولاً دو ساختار جبری گروه و حلقه را بررسی می‌کنند و به ساختارهای از قبیل نیم‌گروه، تکوار، ... کمتر توجه می‌شود. همه‌ی این ساختارها دارای یک ویژگی مشترک، یعنی وجود یک یا چند عمل بر روی مجموعه است. به طور کلی هر مجموعه به همراه یک یا چند عمل را دستگاه جبری می‌نامیم. پس طبیعی است که برای مطالعه‌ی این ساختارها ابتدا دستگاه جبری را مطالعه کنیم. اما مشکلی که در اینجا وجود دارد این است که مخاطبین درس مبانی جبر دوره‌ی کارشناسی با تجرید آشنایی کمتری دارند. البته در درس مبانی ریاضیات قدری با نحوه‌ی استدلال تجریدی آشنا شده‌اند. اما به نظر نگارنده این کافی نیست و نمی‌توان مستقیماً از دستگاه‌ها جبری برای حل مسائل جامع شروع کرد و مفاهیم زیادی از آنرا معرفی کرد. به همین دلیل در فصل دوم از ساختارهای جبری ساده مانند گروه‌وار، نیم‌گروه، تکوار، گروه، حلقه، ... و بررسی خواص مقدماتی آن‌ها شروع می‌کنیم. البته مانند اغلب کتاب‌ها فصل اول را به مفاهیم اولیه و پیش‌نیازهای اساسی اختصاص داده‌ایم. در فصل اول خواص آشنای مجموعه‌ها، روابط و توابع را به طور مختصر مرور می‌کنیم. به همین اولیه‌ی مبانی ریاضیات که در این کتاب بیشتر استفاده می‌شوند و اساس برخی از ایده‌ها و ساختارهای جبری هستند را در فصل اول آورده‌ایم. هم‌چنین برخی از خواص آشنای اعداد صحیح از جمله استقرای بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک، اعداد اول، یکتایی تجزیه‌ی یک عدد به اعداد اول، و ... را به طور مختصر مرور می‌کنیم. در فصل سوم دستگاه جبر جامع را به صورت کلی معرفی می‌کنیم و پس از معرفی هر مفهوم کلی مفهوم متناظر آن در گروه‌ها و حلقه‌ها را به تفصیل بررسی می‌کنیم. به این خاطر فصل سوم یک فصل طولانی است.

در فصل چهارم قدری بیشتر در دستگاه جبر جامع وارد می‌شویم و مفاهیم اساسی‌تر از قبیل ضرب مستقیم جبرها، وارسته‌ها، معادله‌های رده‌ای، جبرهای آزاد، ... را معرفی می‌کنیم. هم‌چنین قضیه‌ی معروف بیرخوف ثابت می‌کنیم. با توجه به این‌که این کتاب برای درس مبانی جبر تنظیم شده و اکثر اثبات‌ها در این فصل برای دانشجویان کنجکاو است می‌توان آن‌ها را در

اولین برخورد حذف کرد، اما بررسی و درک مفهوم ارائه شده توصیه می‌شود.
در نهایت در فصل پنجم یک حلقه‌ی مهم موسوم به حلقه‌ی چندجمله‌ای‌ها را بررسی می‌کنیم.
مطالب این فصل برای درس بعدی جبر ضروری هستند.
یکی دیگر از دلایل تنظیم کتاب به صورتی که در بالا ذکر شد، ارائه‌ی مثال‌های ملموس و عدم
تکرار مطالب اضافه در باره‌ی گروه و حلقه، بلافاصله پس از معرفی یک مفهوم در قسمت جبر
جامع است.

تمرین‌های متنوعی پس از هر بخش آورده شده است. حل تمرین‌ها باعث تسلط بیشتر بر
درس خواهد شد. برخی خوانندگان برای حل تعدادی از تمرین‌ها نیاز دارند که به کتاب‌های ذکر
شده در کتاب‌ها در انتهای کتاب مراجعه نمایند. جستجو در بین این کتاب‌ها نیز برای تسلط
بیشتر در دروس ضروری است. ضمن این‌که حل و یا راهنمایی برای حل تعدادی از تمرین‌ها،
هم‌چنین هر مطالب دیگر در هر فصل در کتاب در آدرس اینترنتی <http://taeri.iut.ac.ir> قرار گرفته
است. به این امید که دانشجو در درس تسلط بیشتری پیدا کند. البته باید دانشجو خود به حل
تمرین‌ها مبادرت کرده و در صورت نیاز به حل آن مراجعه نماید. بسیار امکان دارد که دانشجویان
بتوانند حل‌های بسیار بهتر و ساده‌تر از تمرین‌ها بیابند.

از همکار محترم سرکار خانم دکتر ملیحه سفزاده که نسخه‌ی اولیه کتاب را به صورت دقیق
مطالعه و نکات ارزشمندی در جهت تصحیح اشکالات آن مطرح کردند بسیار تشکر می‌کنم.
از خوانندگان گرامی تقاضا دارم هر نکته در هر فصل کتاب را با اینجانب در میان بگذارند.

بیژن طائری

دانشکده علوم ریاضی

دانشگاه صنعتی اصفهان

b.taeri@cc.iut.ac.ir

<http://taeri.iut.ac.ir>

مبانی جبر			
تعداد واحد/ساعت	پیش نیاز/هم نیاز	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳ واحد/ ۵۱ ساعت	پس از مبانی علوم ریاضی	۴ و ۶	حداقل ۲۵

هدف:

معرفی و مطالعه مفدماتی وارسته و ساختارهای جبری کلی و کلاسیک معمولی و مرتب از جمله جبرهای یکانی. گروهواره، نیم گروه، تکواره، مشبکه، سه گروه، یکاید بیشتر بر گروه ها و حلقه ها.

سخنی با مدرس و دانشجو:

این اولین درس در ساختارهای جبری، برای رشته های ریاضیات کاربردها و علوم کامپیوتر الزامی است. این نکته در ریز مواد درس مد نظر قرار گرفته و لازم است در تدریس نیز مورد توجه قرار گیرد. از آنجایی که مطالب این درس تقریباً در همه درس های علوم ریاضی به گونه ای مطرح می شود و دروازه ای به دروس نظری ریاضیات و علوم کامپیوتر است، اطمینان از درک صحیح دانشجویان از مفاهیم و قضایای آن کمک بهسزایی به درک بهتر ریاضیات و کاربردهای آن می نماید.

با توجه به تعداد کم واحد درس، بدیهی است که عمق برخی از مفاهیم در دروس بعدی جبری پی گرفته می شود. در ضمن به منظور تمرین برای درک بهتر مطالب، اثبات برخی از قضیه ها به عهده دانشجویان گذاشته شود. به هر حال دانشجویان باید تلاش کنند علاوه بر آموختن مفاهیم و احکام، درک و نوشتن اثبات ها را بیاموزند (یادداشت هدف اثبات، مطلبی که باید اثبات کنند و چگونه می توانند آن را اثبات کنند، مفید است). دانشجویان ضمن شرکت در کلاس های درس، با حل انفرادی و جمعی تمرین ها مهارت لازم را کسب می نمایند.

سرفصل درس:

معرفی و مطالعه مقدماتی ساختارهای کلی جبری (معمولی و مرتب شده)، خارج قسمت و همریختی‌ها، قضیه‌های بکریختی مطالعه دقیق تر این مفاهیم به ویژه در مورد گروه‌ها و حلقه‌ها.

ریز مواد:

برای تنظیم زمان، ساعت‌های زیر برای تدریس مطالب پیشنهاد می‌شود.

ساختارهای کلی جبری (۱۸ ساعت): جبر چیست؟ عمل $\cap$ تایی (به ویژه $2, 1, 0$ تایی) مثال‌های آشنا از اعداد، توابع، ماتریس‌ها، اجتماع اشتراک $\cup, \cap, \setminus$ جدول کیلی (۲ ساعت). معرفی دستگاه جبری کلی، زیرجبر، حاصلضرب (۲ ساعت). همبستگی و خارج قسمت جبر (۲ ساعت). همریختی و بکریختی (و یا جدول کیلی برای اعمال 2 -تایی) (۲ ساعت). معرفی رسته جبرها، کلاس‌های معادله‌ای و وارونه (بیان قضیه بیرخوف) (۲ ساعت). معرفی جبرهای مرتب و همریختی و بکریختی آن‌ها (۲ ساعت). معرفی برخی از ساختارهای جبری، زیرساختار، ضرب و خارج قسمت این جبرها، از جمله جبر یکانی (اعمال 1 -تایی) (گروه‌واره، نیم‌گروه، تک‌واره، شبکه (۲ ساعت). ساختن تک‌واره و گروه آزاد (کلمه و کدها) (۲ ساعت). عمل تک‌واره روی مجموعه‌ها، اشاره به کاربردهای آن مثلاً در اتوماتا (۲ ساعت). معرفی شبه گروه، مربع‌های لاتین (معادله‌ای و وارونه بودن آن‌ها) (۲ ساعت).

گروه‌ها (۲۰ ساعت): گروه و تعریف‌های معادل آن، زیرگروه، مثال‌های متنوع (۶ ساعت). همریختی و بکریختی گروه‌ها (۲ ساعت). جایگشت‌ها و قضیه کیلی (۲ ساعت). ضرب و هم ضرب (اثبات و ویژگی‌های آنها از دانشجویان خواسته شود) (۲ ساعت). زیرگروه نرمال و همبستگی (۲ ساعت). خارج قسمت (۲ ساعت). ویژگی‌ها، گروه‌های دوری (۲ ساعت). قضیه‌های بکریختی و تجزیه همریختیها (برخی از اثبات‌ها به عهده دانشجویان گذاشته شده) (۲ ساعت).

حلقه‌ها (۱۰ ساعت): ویژگی‌های مقدماتی حلقه‌ها (۲ ساعت). زیرحلقه، ایده‌آل و همبستگی (۲ ساعت). همریختی و ضرب حلقه‌ها (۲ ساعت). قضیه‌های بکریختی (۲ ساعت). مقدماتی از حلقه چند جمله‌ای (۲ ساعت).

فهرست مطالب

یک

مقدمه

پنج

سرفصل درس مصوب وزارت علوم تحقیقات و فناوری

پنج

فهرست مطالب

هفت

فهرست نمادها

۱	مقدمات	فصل ۱
۱	رابطه و تابع	۱.۱
۱۱	هسته تابع و حاصل ضرب دکارتی	۲.۱
۱۷	مجموعه‌های مرتب جزئی	۳.۱
۲۱	خواص اساسی اعداد صحیح	۴.۱
۳۱	برخی ساختارهای جبری	فصل ۲
۳۱	اعمال دوتایی	۱.۲
۳۸	جدول کیلی	۲.۲
۴۳	خواص مقدماتی و مثال‌هایی از نیم‌گروه‌ها و گروه‌ها	۳.۲
۵۰	خواص مقدماتی و مثال‌هایی از حلقه‌ها	۴.۲
۵۹	حساب پیمانه‌ای	۵.۲
۷۰	گروه متقارن	۶.۲
۷۸	مشبکه	۷.۲
۸۹	خواص اساسی دستگاه‌های جبری	فصل ۳
۸۹	دستگاه جبری	۱.۳
۹۳	زیرجبر	۲.۳
۹۵	تولید زیرجبر	۳.۳
۱۰۱	تولید گروه‌ها	۴.۳
۱۰۵	گروه‌های دوری	۵.۳

۱۱۲	همریختی	۶.۳
۱۱۸	قضیه‌ی کیلی و نتایجی از آن	۷.۳
۱۲۳	همریختی گروه‌ها	۸.۳
۱۲۶	همریختی حلقه‌ها	۹.۳
۱۳۰	هم‌نهشتی و خارج قسمت جبرها	۱۰.۳
۱۳۸	هم‌مجموعه‌ها و قضیه‌ی لاگرانژ	۱۱.۳
۱۴۴	زیرگروه‌های نرمال و گروه‌های خارج قسمتی	۱۲.۳
۱۴۸	ایدال و حلقه‌ی خارج قسمتی	۱۳.۳
۱۵۲	نمایای یکریختی	۱۴.۳
۱۵۶	قضایای یکریختی گروه‌ها	۱۵.۳
۱۶۲	همریختی قضایای یکریختی حلقه‌ها	۱۶.۳
۱۶۴	حلقه‌ی کسری یک دامنه‌ی صحیح	۱۷.۳
۱۶۷	ایدال‌های اول و ماکسیمال	۱۸.۳

۱۷۳	واریته‌ها و قضیه‌ی بیرنگ	فصل ۴
۱۷۳	حاصل ضرب جبرها	۱.۴
۱۸۱	حاصل ضرب گروه‌ها	۲.۴
۱۸۶	واریته‌ها	۳.۴
۱۸۸	جبر واژه‌ها و جبر آزاد	۴.۴
۱۹۷	رده‌های معادله‌ای	۵.۴

۲۰۳	حلقه‌ی چندجمله‌ای‌ها	فصل ۵
۲۰۳	خواص مقدماتی چندجمله‌ای‌ها	۱.۵
۲۱۱	چندجمله‌ای‌های تحویل‌ناپذیر	۲.۵
۲۲۰	تجزیه‌ی چندجمله‌ای‌ها روی میدان	۳.۵

۲۲۳	کتاب‌نامه
-----	-----------

۲۲۵	واژه‌نامه فارسی انگلیسی
-----	-------------------------

۲۳۴	نمایه
-----	-------