

نظریه‌های اثبات ریاضی

حسین بیات

www.ketab.ir

سرشناسه	بیات، حسین، ۱۳۵۲ -
عنوان و نام پدیدآور	سریه‌ها، بیات، ریاضی / حسین بیات.
مشخصات نشر	: تهران: آستان قدس، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	: ۲۱۴ ص.، مصور.
شابک	: 978-54-229-213-4
وضعیت فهرست نویسی	: فیا
موضوع	: منطق ریاضی
موضوع	: اثبات گرایی منطقی
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۴QA۹ ن۶ب۹ /
رده بندی دیویی	: ۵۱۱/۳
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۱۰۳۹۹۰

عنوان کتاب: نظریه های اثبات ریاضی

نویسنده: حسین بیات

الحامد روی جلد: نقیسه بیاتفرید

برای: کبریا رضوی پاشاییگ

شاب: ۹۷۸-۹۶۴-۲۲۹-۲-۳-۴

در: ۱ نسخه

قیمت: ۱۸۰۰۰ ریال

تعداد صفحات: ۲۱

قطع: رقعه

ناشر: آسمان خیال

سال چاپ: ۱۳۹۴

فهرست مطالب

۱	پیشگفتار
۷-۳۲	فصل اول : مناقشه اثبات ریاضیاتی
۷	(۱,۱) مقدمه
۱۰	(۲,۱) پاسخهای متداول
۱۸	(۳,۱) معرفی مناقشه اثبات
۳۰	(۴,۱) خلاصه و جمع بندی
۳۵-۶۳	فصل دوم : نقد پاسخهای متعارف
۳۵	(۱,۲) مقدمه
۳۶	(۲,۲) تعریف کلاسیک
۳۷	(۳,۲) تعریف کلاسیک
۴۳	(۴,۲) تعریفها جایگزین
۴۵	(۵,۲) نسبی انگاری
۶۰	(۶,۲) خلاصه و جمع بندی
۶۵-۹۸	فصل سوم: روش شناسی حل مناقشه
۶۵	(۱,۳) مقدمه
۶۵	(۲,۳) تعبیر مطلوب پرسشهای چیستی
۸۵	(۳,۳) روش حل مناقشه
۹۷	(۴,۳) خلاصه و جمع بندی
۱۰۰-۱۴۴	فصل چهارم: فراروش شناسی انتخاب بهترین تعریف اثبات
۱۰۱	(۱,۴) مقدمه
۱۰۴	(۲,۴) فرامیارهای انتخاب بهترین تعریف
۱۱۷	(۳,۴) فرآیند انتخاب بهترین نظریه اثبات
۱۲۴	(۴,۴) نظریه مسطحی روشی - نهادی اثبات
۱۳۹	(۵,۴) جمع بندی و نتیجه گیری
۱۴۷-۱۷۹	فصل پنجم: تبیین ریاضیاتی
۱۴۷	(۱,۵) مقدمه

۱۴۹	معرفی مناقشه تبیین ریاضیاتی	(۲,۵)
۱۵۷	تعامل دو مفهوم، تلاقی دو مناقشه	(۳,۵)
۱۶۰	تبیین‌های بیرونی	(۴,۵)
۱۶۳	تبیین‌های درونی	(۵,۵)
۱۷۱	نظریه‌های تبیین ریاضیاتی	(۶,۵)
۱۷۶	خلاصه و جمع‌بندی	(۷,۵)
۱۸۱-۲۰۴	فصل ششم: نظریه سه‌سطحی روشی - نهادهای اثبات	
۱۸۱	مقدمه	(۱,۶)
۱۸۲	تفصیل نظریه سه‌سطحی روشی - نهادهای	(۲,۶)
۱۸۹	ارزیابی نظریه سه‌سطحی روشی - نهادهای	(۳,۶)
۱۹۵	نظریه، ردازی دوباره اثبات ریاضیاتی	(۴,۶)
۱۹۹	توسعه نظریه‌ای اثبات ریاضیاتی	(۵,۶)
۲۰۲	جمع‌بندی	(۶,۶)
۲۰۵	خلاصه و نتیجه‌گیری نهایی	

سخن آغازین

فلسفه ریاضی با وجود جایگاه بی نظیرش در رشد و توسعه فلسفی، از ابتدا در ایران به عنوان یک قلمرو فلسفی حاشیه‌ای و فائزتری شناخته شده است و تنها بعضی از اعضای جامعه فلسفی - ریاضی کشور با علائق شخصی و ذوق شبه هنری شان در این قلمرو پژوهش یا تولید اثر مشغول شده اند. این کتاب از معدود تک نگاشت‌هایی است که در چنین فضای نه چندان غنی در کشور متولد می‌شود و بنابراین بیش از سایر آثار مشابه فلسفی نیازمند نقادی است.

پژوهش فلسفی در چنین حوزه و موضوعی، برای من، در حد یک آرزو باقی می‌ماند اگر تشویقها و راهنمایی‌های ارزشمند جناب دکتر موسی اکرمی میسر می‌نشود. مهم آنخودم را، در به ثمر نشستن این آرزوی علمی، وامدار کمکها و راهنمایی‌های ایشان می‌دانم و از این بابت قدردانان بسیار هستم.

فراموش نمی‌کنم مشاوره‌های ارزنده جناب دکتر مجید اکبری و توضیحات سخاوتمندانه جناب دکتر جیمز رابرت براون را، چرا که هدایت‌های ایشان نیز همواره خیال‌م را آسوده می‌کرد که در این طریق ناکوئیده به بیراهه نمی‌روم. باید اعتراف کنم که ایرادهای این کتاب بسیار بیش از اینها باقی می‌ماند اگر به تمامه های ارزشمند اساتید راهنما و مشاورم و هم‌سپور به نقدهای ارزنده جناب دکتر غلامحسین مقدم حیدری و جناب دکتر هادی ساسانی شامل نمی‌کردم. از همه این بزرگواران و نیز از همه دوستانم که در فرایند چاپ و نشر این کتاب مرا کمک کردند، به‌خصوص از مساعیها و زحمات مدیران فرهیخته نشر آسمان خیال، مهندس علیرضا مقدم آدمیور و خانم مریم بهرامی که همه سختی‌های این کار را برایشان نمودند و امکان تولید و نشر یک کتاب تخصصی در حوزه بی‌رونی و کم رقی فلسفه ریاضی را فراهم ساختند از صمیم قلب سپاسگزارم.

پیشگفتار

هر نظریه‌ای را یک سو، در مقابل مجموعه معینی از داده‌ها یا واقعیات مرتبط با آن نظریه قرار دارد و از سوی دیگر در مقابل نظریه‌های بدیل رقابت می‌کند. به میزان توفیقش در تبیین آن داده‌ها یا واقعیات اعتبار می‌یابد. مثلاً نظریه ارجاعی معنا از یک سو در مقابل واقعیات معنا مثل تراد، اشتراک لفظ، نامهای تهی، قرار دارد و از سوی دیگر در رقابت با نظریه‌های غیرارجاعی، مثل نظریه ذهنی معنا، یا با نظریه کاربرد معنا، و به میزان توفیقش در تبیین واقعیات معنا اعتبار می‌یابد. همین رابطه‌ها و همین کارکردها درباره سایر نظریه‌های علمی مثل نظریه‌های صدق، معنا، عدالت، زیبایی، و تبیین علمی و نظریه‌های علمی (مثل نظریه‌های مکانیک نیوتن، مکانیک کوانتم، نسبیت و فرگشت) نیز صدق می‌کند. نظریه‌ها کارکردهای دیگری نیز غیر از تبیین دارند که از آن جمله می‌توان به یکپارچه سازی داده‌ها و بیات به ظاهر بی‌ربط، تعیین قلمرو مصادیق یک مفهوم مناقشه‌آمیز، پیش‌بینی پدیده‌های نامشهود اشاره کرد. در میان این کارکردها دو کارکرد اساسی نظریه‌ها عبارتند از تعریف و تبیین. بنابراین ما از هر نظریه‌ای، که درباره یک موضوع معین و مناقشه‌آمیز است، انتظار داریم تا اولاً مؤلفه‌های مفهومی F ، یا قلمرو مصادیق F یا قلمرو کاربرد واژه " F "، را برای ما تعیین کند و بنا باید با توالی به آن نظریه بتوان درباره واقعیات مربوط به F بدیشید و به پرسشهای ناظر به این واقعیات، بخصوص به پرسشهای چرایی تبیین، جواب پاسخ داد. به عبارت دیگر، به موجب کارکرد دوم، واقعیات F باید قابل فهم شوند یا فهم ما از آنها بهبود یابد. مثلاً ما از یک تئوریه معنا انتظار داریم تا مشخص کند که قلمرو معنای زبانی تا کجاست یعنی چه چیزی معنادار و چه چیزی بی‌معناست و نیز پدیده‌هایی مثل ترادف، اشتراک لفظ کاربرد اسمی تهی و غیره را قابل فهم سازد. به طور مشخص اگر نظریه T_1 بهتر نظریه T_2 باشد کاربرد اسمی تهی مثل سیمرغ را توضیح دهد در واقع از این لحاظ قدرت تبیینی بیشتری دارد. روشن است که در رقابت این دو نظریه، در تبیین صحت واقعیات معنا، بگونه‌ای باشد که برآیند امتیازات به سود T_1 باشد آنگاه، به حکم استنتاج بهتر تبیینی، ترجیح آن به نظریه T_2 عقلانی خواهد بود. به تبع این ترجیح تعریف «معنا» بر اساس نظریه T_1 را نیز باید به تعریف T_2 ترجیح دهیم. اگر ما این کار را به نحو مطلق، یعنی مستقل از نوع واقعیات یا شرایط یا بافتار، انجام ترجیح دهیم، ترجیح ما تک‌گرایانه (monistic) خواهد بود. اما اگر این ترجیح، طبق برخی معیارهای معین، تغییر کند چندگرایانه خواهد بود. در ترجیح چندگرایانه T_1 ، برخی واقعیات یا شرایط یا بافتارها تعیین کننده هستند؛ بطوریکه با تغییر آنها ترجیح T_1 نیز ممکن است تغییر کند. به عبارت دیگر در اینجا T_1 همیشه راجع نیست و ممکن است با تغییر موضوع یا اوضاع، T_1 نیز مرجوح شود. افزون بر این دو موضع فراقلمبی، منی تک‌گرایی و چندگرایی، ممکن است کسی همه نظریه‌ها درباره F را، مستقل از موضوع یا شرایط یا بافتارها، به یک اندازه

معتبر بدانند. چنین موضعی را نسبی‌انگاری قوی درباره F می‌توان نامید. مثلاً بر اساس نظریه نسبی‌انگاری قوی معنا، معنای هر واژه‌ای عبارتست از مدل‌ول آن، و کاربرد آن، و ایده ذهنی مرتبط با آن، و شرایط صدق آن، و هر تلقی بدیل دیگر درباره آن.

درباره سایر نظریه‌ها نیز همین دو کارکرد اساسی، یعنی تعریف و تبیین کننده‌اند و نیز اعتبار آنها را، بخصوص هنگام تعریف و تبیین قلمرو موضوع، باید در رقابت با یکدیگر و بر اساس قدرت تبیینی شان بسنجیم. مثلاً ما نمی‌توانیم صرفاً با تأمل در تعریفهای سفراط و تراسیم‌ناخوس درباره عدالت بین آنها داورى کنیم. برای این کار، ما به داده‌های مربوط به عدالت، یعنی رخدادها یا وضعیتهایی که به نوعی با رخدادها یا وضعیتهای عادلانه مرتبط اند، نیاز داریم و باید ببینیم با پذیرش کدام تعریف می‌توان واقعیات اجتماعی و اخلاقی و سیاسی مرتبط با عدالت را بهتر توضیح داد.

این رساله تلاش می‌کند برای ارائه یک نظریه درباره اثباتهای ریاضیاتی بگونه‌ای که با توسل به آن بتوان اولاً مؤلفه‌های اساسی مفهوم اثبات یا قلمرو مصادیق این مفهوم یا قلمرو کاربرد اثبات ریاضیاتی را تعیین کرد و ثانیاً واقعیات اثبات، یعنی داده‌های تاریخی، اجتماعی، روانی، شناختی، و سایر انواع داده‌های مربوط به اثبات، را به خوبی توضیح داد.

تعیین مؤلفه‌های مهم یک مفهوم مثلاً آمیز را تعریف نظری می‌گویند. بنابراین می‌توان گفت که بخش قابل توجهی از کاری که ما انجام خواهیم داد تلاش برای ارائه یک تعریف نظری از اثبات ریاضیاتی است. باید توجه کرد که اولاً تعریفهای نظری پس از شکل‌گیری مناقشه‌های مفهومی و بر مبنای مشارکت در حل این نوع مناقشه‌ها، و نه مناقشه‌های لفظی، به کار می‌روند. ثانیاً کارکرد این نوع تعریفها پیشنهاد یک تئوری در مورد مفهوم یا فهم یا حل مسائلی مربوط به یک مناقشه مفهومی است، نه تعیین تکلیف‌هایی مؤلفه‌های یک مفهوم یا قلمرو مصادیق یک مفهوم. این انتظار است که باید از یک تعریف مفهومی خوب داشته باشیم نه فاصله دادن به یک مناقشه مفهومی بلکه مشارکت در رفع بهتر موضوع مناقشه یا حل بهتر مسئله‌های مربوط به مناقشه است. ثالثاً ارزیابی تعریفهای مفهومی مختلف در یک مناقشه یا بر اساس همین برتری نسبی و مقایسه‌ای آنها در بهبود فهم موضوع و حل مسئله باشد. در واقع تعریفهای مفهومی، چونان فرضیه‌ها، در بسط نقش می‌بندند آنها در گذشتن از این بونه‌های آزمون باشد. (IBE) ایفاء می‌کنند آزموده می‌شوند و ارزیابی آنها نیز باید بر اساس بسندگی آنها در گذشتن از این بونه‌های آزمون باشد.

ما در این رساله از این واقعیت که اثباتها تعریفهای مختلفی دارند یا اینکه نهادگرایی خالص که اثبات، هر آنچیزی است که جامعه ریاضیاتی معینی به آن شان (status) اثبات بودن اعطا (accrediting) کرده باشد نخواهیم رسید. زیرا این نوع نهادگرایی مستلزم نسبی‌انگاری قوی معرفتی است. یعنی در اینصورت ما هیچ معیار معیاری یا روش‌شناختی برای داورى درباره مقبولیت یک مدعای ریاضیاتی نخواهیم داشت و این خلاف پیش فرض فراقلمی ما است. بر این مردود است. در واکنش با این مسئله که این معیار کدام است با کدام باید باشد نیز این پاسخ ذات‌گرایانه را نخواهیم پذیرفت که اثبات یعنی هر آنچه که در همه جهانهای ممکن مجموعه معینی از ویژگیها، مثل $P_1, \dots, P_n$ ، را داشته باشد. این پاسخ نیز مستلزم جزم اندیشی و نفی واقعیت است. بلکه پاسخ ما در این چارچوب روشی-نهادی خواهد بود که اثبات ریاضیاتی غیرست از استدلالی که جامعه معینی از ریاضیدانان به دلیل احواز برخی از شرایط نظری معین، مثل $C_1, \dots, C_n$ ، در آن، آنرا شایسته نام «اثبات» تشخیص داد باشند.

نظریه روشی - نهادهی اثبات ریاضیاتی، بهتر از سایر نظریه‌های رقیب است. زیرا بسیار بیشتر از سایر تعاریف بر ارزشهای مشترک ریاضیدانان و نیز بر واقعیتهای تاریخ ریاضیات منطبق است و بخشی از این رساله به اثبات این مدعا پرداخته است. اما بخش دیگر که بنیادی‌تر است و در حکم مقدمه برای استدلالها است، به دفاع از اصل/اصلاح شده تعریف اختصاص یافته است. طبق این اصل، اگر پاسخ به پرسشهای مربوط به مفهوم مناقشه‌آمیز F در گرو ایضاح مفهومی یا معنایی F و موضع‌گیری درباره آن باشد. باید F تعریف نظری شود. یعنی اولاً به مؤلفه‌های مفهومی بسط‌تر تحلیل شود و ثانیاً درباره این مؤلفه‌ها و بخصوص مؤلفه‌های مناقشه‌آمیز موضع‌گیری صریح انجام پذیرد. یعنی آشکارا بخشی از دامنه حاشیه‌ای (یعنی طیف مصادیق مبهم یا مختلف قیه) رد یا قبول شود. ثالثاً درباره این مؤلفه‌ها موضع‌گیری انتقادی انجام پذیرد، یعنی در مقایسه و رقابت با تعریفهای بدیل مورد داور و پذیرش قرار گیرد و رابعاً موضع‌گیری انعکاسی انجام گیرد، یعنی بر اساس آن تعریف به پرسشهای مذکور پاسخ داده شود و در صورت لزوم تعریف نظری مذکور جرح و تعدیل گردد. بنابراین این رساله یک پژوهش بنیادی در فلسفه ریاضیات است. اثبات ریاضیات چیست؟^۵ اما برای پاسخ به آن ناگزیر به حل یک مسئله بنیادی‌تر در روش‌شناسی نیز شده ایم: در مواجهه با تعدد مفهوم، چه باید کرد؟