

ریاضیات گسسته

دکتر علی رضا علی پور



کلیه معرفت



مجمع فرهنگی و آموزشی علامه شبلی زنجانی

علی پور، علی رضا

ریاضی گسسته / مولف: علی رضا علی پور؛ مدیریت و برنامه ریزی:
مجتمع فرهنگی آموزشی علامه طباطبائی. -- تهران: کلبه معرفت،
۱۳۸۴.

۲۴۴ ص: مصور.

ISBN: 964-96436-1-3 ریال ۳۷۰۰۰

EAN: 9789649643618

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیبا.

۱. ریاضیات -- آزمون ها و تمرین ها (متوسطه). ۲. ریاضیات --
کتاب های درسی -- راهنمای آموزشی (متوسطه). الف. مجتمع فرهنگی
آموزشی علامه طباطبائی. ب. عنوان.

۳۷۸/۳۳۸۰۷۶

LB۳۰۶۰ / ۲۶ / ع ۷۵۴ / ۹

۱۹۷۸۵-۸۴ م

کتابخانه ی ملی ایران



کلبه معرفت



♦ نام کتاب: ریاضیات گسسته

♦ مؤلف: دکتر علی رضا علی پور

♦ ناشر: کلبه معرفت

♦ مدیریت و برنامه ریزی: مجتمع فرهنگی آموزشی علامه طباطبائی

♦ تعداد صفحه: ۲۴۴ صفحه

♦ نوبت چاپ: اول - پاییز ۸۴

♦ تیراژ: ۴۰۰۰ جلد

♦ لیتوگرافی: کارا

♦ چاپ: انقلاب

♦ قیمت: ۲۷۰۰ تومان

● نشانی: صندوق پستی، ۲۹۴۲-۱۶۷۶۵ تلفن، ۴۸۱۱ ۴۳۰ ۹۱۲.

● پست الکترونیک: MAREFAT_PUB@yahoo.com

● حق چاپ برای ناشر محفوظ است.

مرکز پخش، ۴۴۸۲۶۹۶۰

فهرست

مقدمه

فصل ۱. آنالیز ترکیبی و اصل لانه کبوتر ۱

اصول شمارش ۱

جایگشت ۳

ترکیب ۵

جایگشت با تکرار ۸

اصل لانه کبوتر ۱۰

حل تشریحی تستهای فصل اول ۱۲

آزمون فصل اول ۲۰

پاسخنامه آزمون فصل اول ۲۸

فصل ۲. نظریه گراف ۲۹

آشنایی با گرافها ۲۹

دنباله درجه‌های گراف ۳۰

گرافهای یکریخت ۳۲

چند رده خاص از گرافها ۳۳

مکمل گراف ۳۴

روابطی بین p ، q ، Δ و δ ۳۴

مسیر و دور در گراف ۳۵

گرافهای همبند ۳۸

فاصله در گراف ۳۹

درخت ۴۰

ماتریس مجاورت گراف ۴۱

۴۳	گرافهای بازهای
۴۳	گرافهای اولری
۴۴	گرافهای هامیلتونی
۴۶	حل تشریحی تستهای فصل دوم
۵۸	آزمون فصل دوم
۷۰	پاسخنامه آزمون فصل دوم
۷۱	فصل ۳. نظریه اعداد
۷۱	بخشپذیری
۷۲	قضیه تقسیم
۷۴	میناها
۷۵	اعداد اول و مرکب
۷۸	بزرگترین مقسوم علیه مشترک
۸۱	کوچکترین مضرب مشترک
۸۳	معادلات سیاله
۸۵	همنهشتی
۸۶	آزمونهای بخشپذیری
۸۸	معادلات همنهشتی
۸۹	قضیه های فرما و ویلسون
۹۱	حل تشریحی تستهای فصل سوم
۱۱۶	آزمون فصل سوم
۱۳۲	پاسخنامه آزمون فصل سوم
۱۳۳	فصل ۴. ترکیبیات
۱۳۳	مجموعه ها
۱۳۵	رابطه ها
۱۳۸	رابطه های هم ارزی
۱۴۱	رابطه، گراف و ماتریس

۱۴۲	شمارش رابطه‌ها
۱۴۳	اصل شمول و عدم شمول
۱۴۴	تابع فی اوپلر
۱۴۵	معادلات با ضرایب واحد
۱۴۸	حل تشریحی تستهای فصل چهارم
۱۶۲	آزمون فصل چهارم
۱۷۹	پاسخنامه آزمون فصل چهارم

۱۸۰	فصل ۵. احتمال
۱۸۰	فضاهای نمونه‌ای و پیشامدها
۱۸۱	فضاهای هم‌شانسی
۱۸۴	قوانین احتمال
۱۸۶	فضاهای غیر هم‌شانسی
۱۸۶	فضاهای پیوسته
۱۸۸	احتمال شرطی و قاعده ضرب احتمال
۱۹۰	پیشامدهای مستقل
۱۹۲	فرمول احتمال کل
۱۹۴	قاعده بیز
۱۹۵	متغیرهای تصادفی
۱۹۷	مسائل توزیع
۲۰۱	حل تشریحی تستهای فصل پنجم
۲۱۹	آزمون فصل پنجم
۲۳۵	پاسخنامه آزمون فصل پنجم

به نام حکیم جهان آفرین

ای برادر تو همه اندیشه‌ای مابقی خود استخوان و ریشه‌ای

آفرینش‌گران واقعی این را خوب می‌دانند که خود خالق نیستند، بلکه وسیله‌اند، رابط عالم غیب‌اند. چیزی در درونشان اتفاق افتاده است «درست یا غلط» اما آن‌ها عامل آن نیستند.

آموزش علمی نخبگان و ممتازان ایران زمین همواره از دغدغه‌های فکری مسئولین مجتمع فرهنگی آموزشی علامه طباطبایی است. در همین راستا بر آن شدیم تا با راه‌اندازی انتشارات مجتمع فرهنگی آموزشی علامه طباطبایی سعی در افزایش خلاقیت و بهره‌وری علمی ممتازان و نخبگان نموده و موازین اساسی کار آموزش را دست‌خوش تغییرات بنیادی بنماییم. نخبگان را جهت ابداع و خلاقیت نباید به الگوهای تکراری وادارنماییم؛ زیرا خلاق، کسی است که چیزی ناشناخته را با خود به دنیای شناخته‌شده به ارمغان بیاورد. «چیزی از خداوند به این دنیا». کسی که خداوند، پیامش را از طریق او به گوش دیگران می‌رساند، کسی است که به نی تو خالی مبدل می‌شود تا خداوند در درونش بدمد. اگر ذهن ما بیش از حد اشغال شود دیگر ما به نی تو خالی مبدل نمی‌گردیم. خلاقیت هدیه‌ای از سوی خالق است به ما. در محوشدن ما است که خلاقیت رخ می‌نماید و آن وقتی است که خالق، ما را مستخر خورش می‌گرداند.

ریاضیات گسسته که شامل مباحث نظریه‌ی گراف، تبدیل، ترکیب، نظریه‌ی اعداد و ... شاخه‌ای از ریاضیات می‌باشد، که به نوعی خلاقیت در آن حرف اول را می‌زند و تقریباً سؤالات زیادی در المپیادهای مرحله‌ی اول و دوم مرتبط با این درس است. این کتاب که مشتمل بر سؤالات چهارگزینه‌های درس جبر و احتمال دبیرستان و ریاضیات گسسته‌ی پیش‌دانشگاهی است برای دانش‌آموزان مستعد جهت شرکت در مراحل مختلف المپیادهای کشوری و داوطلبان کنکور سراسری و آزاد و داوطلبان شرکت در مسابقات علمی قابل استفاده است.

کتابی که اکنون در دستان شماست دربردارنده‌ی همه‌ی مطالب جبر و احتمال و ریاضیات گسسته‌ی دبیرستان و پیش‌دانشگاهی است. این کتاب با توجه به نظر شورای آموزشی انتشارات مجتمع فرهنگی آموزشی علامه طباطبایی و نظر مؤلف محترم به ترتیب ذیل شکل گرفته است:

- ۱- تقدم و تأخر فصل‌ها بر اساس محتوای آموزشی و رعایت پیش‌نیازهای علمی است.
 - ۲- سؤالات از ساده به مشکل و بر اساس شیوه‌ی آموزشی تحت عنوان کارگاه حل مسأله مرتب‌گردیده است.
 - ۳- در راه حل سؤالات، کلیه‌ی مباحث پیش‌نیازی آن سؤال در صورت نیاز ارایه گردیده است.
 - ۴- سؤالات در چهارچوب کتاب‌های درسی با محور کنکور سراسری تألیف گردیده است.
 - ۵- ویراستاری علمی و ادبی این کتاب توسط مؤلف محترم جناب آقای «دکتر علی پور» انجام شده است.
- باشد که کتاب حاضر هم فروغی برای چشمان تیزبین دانش‌آموزان مشتاق ریاضی باشد و هم سنگ‌نشانی برای مستعدان و ادامه‌دهندگان این مسیر.

ای تقاضاگر درون هم‌چون جنین چون تقاضا می‌کنی اتمام این
سهل‌گردان، ره‌نما، توفیق‌ده یا تقاضا را بهل بر ما مَنه

مجتمع فرهنگی آموزشی علامه طباطبایی

مقدمه

کنکورهای سراسری و آزاد آمیزه‌ای از انواع مختلف سوالات است. برخی از آنها فقط با دانستن یک نکته خاص حل می‌شوند، برخی بدون محاسبه قابل حل نیستند، برخی مفهومی و برخی تلفیقی از چند نکته هستند. تصمیم گرفتم مجموعه‌ای فراهم کنم که حاوی این گونه سوالات باشد. مجموعه حاضر که در ۵ فصل تنظیم شده است شامل حدود ۱۸۰۰ تست می‌باشد. فصل اول کتاب حاوی تستهایی از مباحث آنالیز ترکیبی و همچنین اصل لانه کبوتر است که پیش‌نیاز بسیاری از مطالب درس ریاضیات گسسته هستند. فصلهای دوم، سوم، چهارم و پنجم نیز مربوط به مباحث درسی کتاب ریاضیات گسسته دوره پیش‌دانشگاهی یعنی نظریه گراف، نظریه اعداد، ترکیبیات و احتمال می‌باشد. در ابتدای هر فصل ابتدا تعدادی تست به صورت موضوعی آورده شده است، پس از آن حل تشریحی این تستها آمده و در آخر هر فصل نیز تعدادی تست تحت عنوان آزمون به همراه کلید آنها آمده است. توجه کنید که قبل از اقدام به حل تستهای هر فصل باید مطالب درسی مربوط به آن فصل را آموخته باشید.

در پایان لازم می‌دانم از همه عزیزانی که مرا در تهیه این کتاب یاری کردند، بالاخص آقای دکتر نصیر کریمی تشکر و قدردانی کنم.