

ریاضی عمومی

مؤلفین :

سمانه احمدی

(مدرس دانشگاه)

سیده آزاده شیرافکن

(مدرس دانشگاه)

زهرا آقا محمدی

(عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اسلامشهر)

سرشناسه : احمدی، سمانه، ۱۳۶۱
 عنوان و نام پدیدآور : ریاضی عمومی / مؤلفین سمانه احمدی، آزاده شیرافکن،
 زهرا آقامحمدی
 مشخصات ظاهری : ۲۰۸ ص: جدول، نمودار
 شابک : ۹۷۸-۹۶۴-۲۷۵۶-۴۷-۶
 وضعیت فهرست‌نویسی : فیپا
 موضوع : ریاضیات
 موضوع : ریاضیات - مسایل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
 شناسه افزوده : شیرافکن، سیده آزاده، ۱۳۶۱ -
 شناسه افزوده : آقامحمدی، زهرا، ۱۳۵۳ -
 رده‌بندی کنگره : ۵۱۰/۷۶
 شماره کتابشناسی ملی : ۲۴۷۰۸۶۰



سازمان اسناد و کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران

انتشارات حکایتی دیگر

عنوان کتاب: ریاضی عمومی

مؤلفین: سمانه احمدی، آزاده شیرافکن، زهرا آقامحمدی

چاپ و صحافی: علامه طباطبائی

صفحه پرداز: الهه سلیمانی

تیراژ: ۱۳۰۰ جلد

نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۰

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۲۷۵۶-۴۷-۶

«حق چاپ برای ناشر محفوظ»

دفتر مرکزی: تهران، خیابان انقلاب، مقابل سینما سپیده، پلاک ۱۱۶۶

تلفن: ۶۶۴۶۰۸۹۱ همراه: ۰۹۱۲۱۰۲۶۴۹۳

پیشگفتار

ریاضیات در زندگی همه ما نقش عمده‌ای دارد. ساهاست که همه ما به نوعی با آن سر و کار داریم و در جای جای زندگی به گره‌هایی برخوردیم که تنها با علم ریاضیات بار می‌شده. در واقع ریاضیات پایه و سپس کاربرد آن رنگ تازه‌ای بر بینش ما می‌بخشد. ما همیشه مشغول تحصیل در این زمینه بوده‌ایم و بی شک بزرگان حق مطلب را ادا کرده‌اند و تنها بیان ایده‌هایی نو برای ما باقی مانده است که در این کتاب سعی کرده‌ایم از خرد کوبی پرهیزیم و تأکیدمان را برای فهم مطالب از طریق مسائل متنوع و گوناگون زندگی پیروا کنیم.

امید است این کتاب آنگونه که شایسته است حق مطلب را ادا کند و از آنجا که هیچ اثری بی عیب نیست امیدواریم قبلا پژوهش ما را پذیرفته و ما را در بهینه سازی این اثر یاری کنید.

لازم می‌دانیم از همه کسانی که چه مادی و چه معنوی در به انجام رسیدن این اثر ما را یاری نموده‌اند کمال تشکر را داشته باشیم. هر چند نامشان را نمی‌نویسیم اما همیشه به یادشان خواهیم بود. این اثر را تقدیم می‌کنیم به همه آنان که هیچ گاه دست از آموختن و آموزش بر نمی‌دارند و برای عبور از دنیای تاریک جهل به دنیای روشن دانش و بینش از هیچ تلاشی دریغ نمی‌کنند.

فهرست مطالب

۳.....	پیشگفتار.....
۱۱.....	مقدمه.....
۱۳.....	فصل اول: تابع.....
۱۳.....	۱.۱ مفهوم زوج مرتب.....
۱۴.....	۲.۱ حاصل ضرب دکارتی دو مجموعه.....
۱۵.....	۳.۱ رابطه.....
۱۵.....	۱.۳.۱ دامنه رابطه.....
۱۶.....	۲.۳.۱ تصویر رابطه.....
۱۶.....	۴.۱ تابع.....
۱۷.....	۱.۴.۱ تابع از دیدگاه ضابطه.....
۱۸.....	۲.۴.۱ تشخیص تابع از روی ضابطه.....
۱۹.....	۳.۴.۱ تابع از دیدگاه منحنی نمایش آن.....
۲۰.....	۴.۴.۱ تشخیص تابع از روی نمودار.....
۲۱.....	۵.۱ تعیین دامنه برخی از توابع مهم.....
۲۱.....	۱.۵.۱ توابع کثیرالجمله‌ای درجه n : تابع با ضابطه.....
۲۲.....	۲.۵.۱ توابع کسری (گویا): تابع با ضابطه.....
۲۲.....	۳.۵.۱ توابع اصم (رادیکالی).....
۲۴.....	۶.۱ برد تابع.....

۲۴.....	۱.۶.۱ تابع کثیرالجمله‌ای با درجه فرد:
۲۴.....	۲.۶.۱ تابع کثیرالجمله با درجه زوج:
۲۹.....	۸.۱ اعمال جبری روی توابع
۳۴.....	۹.۱ ترکیب توابع
۳۸.....	۱۰.۱ انواع تابع
۳۸.....	۱.۱۰.۱ تابع ثابت
۴۰.....	۲.۱۰.۱ تابع
۴۲.....	۳.۱۰.۱ تابع چند ضابطه‌ای
۴۳.....	۴.۱۰.۱ تابع واحد
۴۴.....	۵.۱۰.۱ تابع علامت
۴۴.....	۶.۱۰.۱ تابع همانی
۴۵.....	۷.۱۰.۱ تابع خطی
۴۷.....	۸.۱۰.۱ تابع قدر مطلق x
۵۰.....	۹.۱۰.۱ تابع جزء صحیح x
۵۳.....	۱۰.۱۰.۱ تابع نمایی عام
۵۶.....	۱۲.۱۰.۱ لگاریتم طبیعی
۵۶.....	۱۳.۱۰.۱ توابع مثلثاتی
۵۸.....	۱۱.۱ خواص تابع
۵۸.....	۱.۱۱.۱ دامنه متقارن
۵۹.....	۲.۱۱.۱ تابع زوج
۵۹.....	۳.۱۱.۱ تابع فرد
۶۲.....	۴.۱۱.۱ تابع پوشا
۶۴.....	۵.۱۱.۱ تابع یک به یک
۶۶.....	۶.۱۱.۱ توابع صعودی، نزولی و یکتا
۶۷.....	۷.۱۱.۱ تابع کراندار :
۶۸.....	۸.۱۱.۱ تابع متناوب
۶۹.....	۹.۱۱.۱ تابع معکوس
۷۲.....	۱۰.۱۱.۱ معکوس توابع مثلثاتی
۷۵.....	۱۱.۱۱.۱ معکوس تابع نمایی

۷۶.....	۱۲.۱ مجموعه تمرینات فصل ۱
۷۷.....	فصل دوم: حد و پیوستگی
۷۷.....	مقدمه
۷۷.....	۱.۲ حد تابع:
۷۸.....	۱.۱.۲ محاسبه حد:
۸۱.....	۲.۲ صورتهای ابهام:
۸۱.....	۱.۲.۲ حالت ابهام $\frac{0}{0}$
۸۵.....	۲.۲.۲ ابهام $\frac{\infty}{\infty}$
۸۶.....	۳.۲.۲ ابهام $\infty - \infty$
۸۷.....	۴.۲.۲ ابهام $\infty \times 0$
۸۸.....	۳.۲ پیوستگی:
۸۸.....	۱.۳.۲ اقصیه:
۹۱.....	۴.۲ تمرین
۹۳.....	فصل سوم: مشتق
۹۳.....	۱.۳ نمو تابع:
۹۶.....	۲.۲.۳ مشتق راست تابع:
۹۶.....	۳.۲.۳ مشتق چپ تابع:
۹۷.....	۳.۳ رابطه بین پیوستگی و مشتق پذیری تابع:
۹۹.....	۴.۳ قوانین مشتق:
۹۹.....	۱.۴.۳ مشتق تابع ثابت:
۹۹.....	۲.۴.۳ مشتق تابع $f(x) = x^n$:
۱۰۴.....	۵.۳ مشتق توابع مثلثاتی:
۱۰۵.....	۶.۳ مشتق توابع معکوس مثلثاتی:
۱۰۶.....	۷.۳ مشتق توابع نمایی و لگاریتمی:
۱۰۷.....	۸.۳ مشتق تابع نمایی مرکب:
۱۰۸.....	۹.۳ مشتق توابع هیپربولیک:

۱۰۹	۱۰.۳ مشتق توابع معکوس هپربولیک:
۱۱۰	۱۱.۳ توابع پارامتری:
۱۱۰	۱.۱۱.۳ مشتق تابع پارامتری:
۱۱۱	۱۲.۳ قاعده زنجیره‌ای:
۱۱۲	۱۳.۳ مشتق تابع ضمنی:
۱۱۴	۱۴.۳ مجموعه تمرینات فصل ۳:

فصل چهارم: کاربرد مشتق ۱۱۵

۱۱۵	مقدمه:
۱۱۵	۱.۴ تابع صعودی و نزولی:
۱۱۶	۱.۲.۴ ماکزیمم و مینیمم نسبی (یا موضعی، محلی) تابع:
۱۱۷	۲.۲.۴ تشخیص ماکزیمم نسبی از مینیمم نسبی تابع:
۱۱۸	۳.۲.۴ جدول تغییرات تابع:
۱۱۹	۳.۴ خط مماس بر منحنی تابع:
۱۲۰	۴.۴ معادله خط قائم بر منحنی تابع:
۱۲۱	۵.۴ نقاط بحرانی:
۱۲۲	۶.۴ تقریب تابع:
۱۲۳	۲.۶.۴ نقطه عطف:
۱۲۴	۳.۶.۴ قضیه رول:
۱۲۵	۴.۶.۴ قضیه مقدار میانگین (لاگرانژ):
۱۲۶	۷.۴ بسط تیلور (تعمیم قضیه لاگرانژ):
۱۲۸	۸.۴ قاعده هوییتال:
۱۲۹	۱.۹.۴ دیفرانسیل تابع:
۱۳۰	۲.۹.۴ فرمول‌های دیفرانسیل توابع:
۱۳۲	۱۰.۴ مجموعه تمرینات فصل ۴:

فصل پنجم: انتگرال نامعین: ۱۳۳

۱۳۳	 مقدمه:
۱۳۳	 ۱.۵ انتگرال نامعین:
۱۳۴	 ۲.۵ خواص مهم انتگرال
۱۳۵	 ۳.۵ قوانین انتگرالگیری:
۱۴۲	 ۵.۵ انتگرال توابع نمایی و لگاریتمی
۱۴۳	 ۶.۵ محاسبه انتگرال به روش تغییر متغیر:
۱۵۱	 ۷.۵ محاسبه انتگرال توانهای فرد $\sin x$ و $\cos x$:
۱۵۲	 ۸.۵ محاسبه انتگرال توانهای زوج $\sin x$ و $\cos x$:
۱۵۴	 ۹.۵ محاسبه $\int \cos ax \sin bx \, dx$:
۱۵۵	 ۱۰.۵ محاسبه انتگرال $\tan x$ و $\cot x$:
۱۵۷	 ۱۱.۵ محاسبه انتگرال به روش جزء به جزء:
۱۶۲	 ۱۲.۵ انتگرال توابع کسری
۱۶۶	 ۱۳.۵ روش انتگرالگیری از توابع اصم:
۱۶۷	 ۱۴.۵ روش انتگرالگیری از توابع گویا:
۱۷۵	 ۱۵.۵ انتگرال معین:
۱۷۵	 ۱.۱۵.۵ قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال:
۱۷۷	 ۱۶.۵ مجموعه تمرینات فصل ۵
۱۷۸	 فصل ششم: کاربرد انتگرال معین:
۱۷۸	 ۱.۶ مساحت:
۱۸۳	 ۲.۶ حجم:
۱۸۷	 ۳.۶ تمرین
۱۸۸	 فصل هفتم: ماتریس
۱۸۸	 مقدمه:
۱۸۸	 ۱.۷ مفهوم ماتریس:
۱۹۰	 ۲.۷ ماتریس های مهم:

۱۹۲	 ۳.۷ تساوی دو ماتریس:
۱۹۲	 ۲.۷ اعمال جبری ماتریس ها:
۱۹۲	 ۱.۴.۷ جمع و تفاضل دو ماتریس:
۱۹۳	 ۲.۴.۷ ضرب عدد در ماتریس:
۱۹۴	 ۳.۴.۷ قرینه یک ماتریس:
۱۹۵	 ۵.۷ برخی از خواص جمع ماتریس ها:
۱۹۶	 ۱.۶.۷ ضرب یک ماتریس سطری در یک ماتریس ستونی:
۱۹۷	 ۲.۶.۷ ضرب دو ماتریس:
۱۹۸	 ۷.۷ برخی از خواص ضرب ماتریس ها:
۱۹۹	 ۸.۷ ترانزپوز یک ماتریس:
۲۰۰	 ۹.۷ ماتریس متقارن:
۲۰۰	 ۱۰.۷ دترمینان ماتریس:
۲۰۱	 ۱۱.۷ مینور یا کهاد ماتریس:
۲۰۲	 ۱۲.۷ همسازه ماتریس:
۲۰۳	 ۱۳.۷ برخی خواص دترمینان:
۲۰۴	 ۱۴.۷ ماتریس الحاقی:
۲۰۴	 ۱۵.۷ معکوس ماتریس:
۲۰۷	 ۱۶.۷ برخی از خواص معکوس ماتریس:
۲۰۸	 منابع

مقدمه

همانطور که همیشه شنیده‌ایم، ریاضیات پایه همه علوم است و در بیشتر ابعاد زندگی ما نقش عمده‌ای ایفا می‌کند، لذا لازم دانستیم قبل از ورود به مباحث اصلی کتاب، صحبتی با دانشجویان گرامی داشته باشیم.

کتابی که در دست دارید کتابی است که از مباحث اولیه که دانستن آن برای هر آموزنده‌ای لازم است آغاز شده و رفته رفته به مباحث تخصصی‌تر پرداخته است. از آنجایی که ریاضیدانان بزرگ آنچه لازم بوده بیان کرده‌اند، لازم دانستیم برای دانشجویان مبتدی کتاب را با تأکید بر حل مسئله طراحی کنیم تا دانشجویانی که آشنایی کمتری با اصول اصلی ریاضی دارند نیز بی بهره نمانند و بتوانند با توجه به مسائل فراوانی که در کتاب با حل و بدون حل بیان شده است، به نتیجه مطلوب برسند.

از آنجایی که آموختن هر مطلب با زبان خودش ساده تر است، ما نیز از توضیحات غیر ضروری کاسته و سعی کرده‌ایم که ریاضیات را با زبان خودش منتقل کنیم. توصیه می‌کنیم پس از توضیحات مختصری که در هر مطلب داده شده، گام به گام با کتاب پیش رفته و پس از مطالعه‌ی مثال‌های حل شده و تسلط به اصول اولیه، به حل تمرینات آخر هر قسمت بپردازید، امید است مفید واقع گردد، چرا که هیچ لذتی برتر از آموختن و آموزاندن نیست و برای هیچ آموزگاری لذتی بالاتر از روشن کردن گوشه‌ای تاریک از ذهن یک موجود وجود ندارد.

از آنجایی که اکثر مطالب ریاضیات پی در پی و زنجیروار به هم مربوط می‌شوند، پیشنهاد می‌کنیم برای مطالعه حداکثر سعی خود را در حفظ ترتیب مطالب گفته شده مبذول فرمائید، ما نیز سعی کرده‌ایم مطالب از ابهام کمتری برخوردار باشند، اما در صورتیکه مطلبی ابهام داشت، قصور ما را به حساب فرصت کم گذاشته و پوزش ما را بپذیرید.

ضمناً از آنجائیکه هیچ مطلق وجود ندارد و هیچ اثری بی اشکال نیست، خوشحال می‌شویم انتقادات و پیشنهادات خود را به آدرس azadeh.shirafkan@yahoo.com فرستاده و ما را در بهبود بخشیدن این اثر یاری بخشید. قبلاً از کسانی که در این کار شریک می‌شوند سپاسگزاریم.

در آخر از همکاری همه کسانی که از نقطه آغاز تا به پایان رساندن این اثر از هیچ کوششی دریغ نکرده و ما را یاری نموده‌اند تشکر کرده و از خداوند متعال توفیق روز افزون برایشان خواستاریم.