

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

روش گروه‌های لی در معادلات دیفرانسیل عادی

تألیف

دکتر کاظم قنبری

سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی

۱۳۹۳

سرشناسی	قنبری، کاظم، ۱۳۴۷ -
عنوان و نام پدیدآور	روش گروه‌های لی در معادلات دیفرانسی عادی / تألیف کاظم قنبری
مشخصات نشر	تهران: سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی، ۱۳۹۳.
مشخصات ظاهری	۲۱۴ ص.
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۱۰۲-۵۷۹-۲
وضعیت فهرست نویسی	فبا
موضوع	گروه‌های لی
موضوع	معادله‌های دیفرانسیل
شماره افزودن	سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی
رده‌بندی کنگره	۱۳۹۳/۹۹۱۳۸۷: Q۳۸۷
رده‌بندی دیویی	۵۱۲/۵۵
شماره کتابشناسی ملی	۴۶۶۶۰۴

روش گروه‌های لی در معادلات دیفرانسیل عادی

تألیف: دکتر کاظم قنبری

ناشر: سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی

چاپ: اول - ۱۳۹۳

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

قیمت: ۱۲۰۰۰ تومان

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۱۰۲-۵۷۹-۲

این اثر، مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است. هر کسی تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مؤلف (ناشر) نشر یا پخش یا عرضه نماید مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.



سازمان انتشارات

نشانی سازمان انتشارات: تهران - خیابان انقلاب اسلامی - خیابان فخررازی - خیابان شهدای ژاندارمری - پلاک ۷۴، تلفن: ۶۶۹۵۲۹۲۸

مرکز پخش:

خیابان انقلاب - بین فلسطین و چهارراه ولیعصر - جنب مؤسسه نمایشگاه‌های فرهنگی ایران - تلفن: ۶۶۴۸۷۶۲۵ - ۶

پایگاه اطلاع‌رسانی: www.isba.ir پست الکترونیکی: info@isba.ir فروشگاه اینترنتی: www.idbook.ir

فهرست مطالب

ج	پیش گفتار
۱	۱ گروه‌های لی تبدیلات
۱	۱.۱ مقدمه
۲	۲.۱ گروه‌های تبدیلات و گروه‌های لی تبدیلات
۳	۱.۲.۱ گروه تبدیلات
۴	۳.۱ تعریف گروه لی یک پارامتری از تبدیلات
۴	۱.۳.۱ برخی از گروه‌های یک پارامتری شناخته شده
۵	۴.۱ تبدیلات بی نهایت کوچک
۸	۱.۴.۱ مثال هایی برای اولین قضیه اساسی لی
۹	۲.۴.۱ مولدهای بی نهایت کوچک
۱۳	۵.۱ معادلات دیفرانسیل با مشتقات نسبی مرتبه اول
۱۹	۱.۵.۱ معادله مشخصه برای $Pu_x + Qu_y + Ru_z = 0$
۲۴	۲.۵.۱ معادله مشخصه برای $Pz_x + Qz_y = R$
۲۶	۶.۱ معادله ریکاتی
۳۳	۲ توابع پایا تحت گروه‌های لی یک پارامتری و چند پارامتری
۳۳	۱.۲ توابع پایا
۳۴	۱.۱.۲ مختصات کانونیک
۳۹	۲.۲ نگاشتن منحنی ها و سطوح توسط گروه‌های لی تبدیلات
۴۲	۳.۲ خانواده سطوح پایا و خانواده منحنی های پایا
۴۵	۴.۲ تبدیلات نقطه ای و تبدیلات تعمیم یافته
۴۹	۱.۴.۲ مولد بی نهایت کوچک تعمیم یافته

۵۲	گروههای لی چند پارامتری	۵.۲
۵۴	گروههای لی I پارامتری	۱.۵.۲
۵۵	جبر لی	۲.۵.۲
۵۷	رابطه بین گروههای لی یک پارامتری و چند پارامتری	۳.۵.۲
۵۹	جدول جابجاگرها	۴.۵.۲
۶۱	جبر لی حل پذیر	۵.۵.۲
۶۳	پایایی معادله دیفرانسیل توسط گروه لی	۳
۶۳	مقدمه	۱.۳
۶۴	پایایی یک ODE توسط یک گروه لی	۱.۱.۳
۶۶	مثال های مقدماتی	۲.۱.۳
۶۸	نگاشتن جواب های یک ODE به جواب های دیگر	۳.۱.۳
۶۹	ODE مرتبه اول	۲.۳
۷۰	مختصات کانونیک	۱.۲.۳
۷۳	فاکتورهای انتگرال گیری	۲.۲.۳
۷۶	معادله تعیین کننده مولد یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول	۳.۲.۳
۷۸	تعیین معادلات دیفرانسیل پایا توسط یک گروه لی مفروض	۴.۲.۳
۸۸	پایایی معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم و بالاتر تحت یک گروه لی	۳.۳
۸۹	کاهش مرتبه از طریق مختصات کانونیک	۱.۳.۳
۹۳	کاهش مرتبه از طریق پایاهای دیفرانسیل	۲.۳.۳
۱۰۰	معادلات تعیین کننده برای یک ODE مرتبه n ام	۳.۳.۳
۱۰۴	پایایی ODE ها توسط گروه های لی چند پارامتری	۴.۳
۱۰۴	پایایی یک ODE مرتبه دوم تحت یک گروه لی دو پارامتری	۱.۴.۳
۱۱۰	پایایی یک ODE مرتبه n ام تحت یک گروه لی دو پارامتری	۲.۴.۳
۱۱۴	انتگرال های اول و کاهش مرتبه از طریق فاکتورهای انتگرال گیری	۵.۳
۱۱۴	مقدمه	۱.۵.۳
۱۱۷	معادلات دیفرانسیل مرتبه اول	۲.۵.۳
۱۲۴	معادله تعیین کننده فاکتور های انتگرال برای ODE های مرتبه دوم	۳.۵.۳
۱۳۰	تعیین انتگرال های اول معادلات مرتبه دوم	۴.۵.۳
۱۳۵	کاربردهای نوین گروههای لی تبدیلات در تعیین سیستم های هم طیف	۴
۱۳۵	مقدمه	۱.۴
۱۳۶	تعاریف و مفاهیم مقدماتی	۲.۴

۱۳۸	تعیین تیرهای مرتعش هم طیف	۳.۴
۱۴۱	تعیین سیستم اساسی برای تیرهای هم طیف	۴.۴
۱۴۲	تیرهای هم طیف خاص	۵.۴
۱۴۴	تعیین تیرهای هم طیف با استفاده از گروههای لی	۶.۴
۱۴۸	تعیین جوابهای معادله اساسی و تیرهای هم طیف	۱.۶.۴
۱۵۱	تیرهای هم طیف با تیر یکنواخت	۲.۶.۴
۱۵۴	تعیین میله های مرتعش هم طیف	۷.۴
۱۵۶	تعیین تارهای مرتعش هم طیف	۸.۴
۱۵۹	تعیین مسائل اشتورم-لیویل هم طیف	۹.۴
۱۶۲	تعیین مسائل اشتورم-لیویل مرتبه ۶ هم طیف	۱۰.۴
۱۶۲	مقدمه	۱.۱۰.۴
۱۶۳	تجزیه عملگر اشتورم-لیویل مرتبه ۶	۲.۱۰.۴
۱۶۴	حل سیستم اساسی به روش گروههای لی	۱۱.۴
۱۶۸	عملگرهای هم طیف L	۱۲.۴
۱۷۶	تعیین مسائل اشتورم-لیویل مرتبه ۸ هم طیف	۱۳.۴
۱۷۷	تجزیه عملگر اشتورم-لیویل مرتبه ۸	۱.۱۳.۴
۱۷۹	حل سیستم اساسی (PS) با روش گروههای لی	۱۴.۴
۱۸۴	عملگر هم طیف L	۱۵.۴
۱۸۷	پیوست	
۱۹۹	مراجع	
۲۰۱	واژه نامه انگلیسی به فارسی	
۲۰۵	نمایه	

پیش‌گفتار

آخرین مطلبی که پس از اتمام یک کتاب نوشته می‌شود ولی در اول کتاب می‌آید همان پیش‌گفتار است.

(جمله‌ای از پاسکال)

روش گروه‌های لی در حل معادلات دیفرانسیل تنها روشی است که به نوع و ماهیت معادله دیفرانسیل بستگی ندارد و روش واحدی را در برخورد با معادلات دیفرانسیل بکار می‌گیرد. روش‌های استاندارد برای حل معادلات دیفرانسیل با توجه به نوع معادله دیفرانسیل متفاوت است. بعنوان مثال روش بکار رفته برای معادلات دیفرانسیل مرتبه اول کامل با روش بکار رفته برای معادلات دیفرانسیل مرتبه اول همگن متفاوت است. اکنون این سوال مطرح می‌شود که چگونه می‌توان یک معادله دیفرانسیل از نوع نامشخص را حل کرد؟

روش گروه‌های لی بدون توجه به نوع معادله دیفرانسیل، گروه لی پذیرفته شده توسط یک معادله دیفرانسیل داده شده را ارائه می‌کند و سپس با الگوریتم کاهش مرتبه معادله دیفرانسیل مفروض، اقدام به کشف جواب این معادله می‌کند.

بر خلاف روش‌های استاندارد که با افزایش مرتبه معادله دیفرانسیل بکار بردن روش‌های استاندارد دشوارتر می‌شود، ولی در روش گروه‌های لی با افزایش مرتبه معادله دیفرانسیل کارایی این روش بیشتر می‌شود.

سوفوس لی ریاضی‌دان نروژی اولین فردی بود که در یک قرن پیش به ماهیت عمیق گروه‌های لی در وجه اشتراک روش‌های استاندارد حل معادلات دیفرانسیل پی برد. بدین معنی که روش‌های کلاسیک حل یک معادله دیفرانسیل از نوع خاص در عمل منجر به یافتن گروه‌های لی پذیرفته شده توسط آن معادله می‌شود.

با توجه به ماهیت محاسباتی روش گروه‌های لی در حل معادلات دیفرانسیل، برای حل یک معادله دیفرانسیل ناشناخته می‌توان از نرم افزارهای محاسباتی که جعبه ابزار گروه‌های لی را

دارند بهره‌جست. یکی از این نرم افزارهای مهم، نرم افزار Maple می باشد که راهنمای استفاده از جعبه ابزار گروههای لی این نرم افزار در ضمیمه کتاب آورده می شود و با مثال های متنوع توضیح داده می شود.

با توجه به این موضوع، مخاطبان این کتاب را می توان تمامی جامعه کاربران معادلات دیفرانسیل در نظر گرفت. به ویژه دانشجویان یا محققانی که با معادلات دیفرانسیل خاصی روبرو هستند که این نوع معادلات حاصل مدل سازی مسائل علمی و مهندسی است و این معادلات دیفرانسیل به روش های کلاسیک قابل حل نیستند. مولف تلاش کرده است توانایی این روش را در یافتن سیستم های هم طیف در فصل چهار بیان نماید. بسیاری از این سیستم ها به روش های کلاسیک غیر قابل حصول هستند.

تمامی خوانندگانی که آشنایی با معادلات دیفرانسیل عادی مقدماتی و معادلات دیفرانسیل جزئی مقدماتی دارند می توانند از روش های ارائه شده در این کتاب بهره مند شوند. دانشجویان ترم های بالا در دوره های کارشناسی رشته های علوم و فنی و مهندسی و همچنین محققین و مدرسین و دانشجویان تحصیلات تکمیلی در این رشته ها می توانند مخاطبان این کتاب باشند. با توجه به محتوای مطالب این کتاب به چهار فصل و یک ضمیمه تقسیم شده است. فصل اول خواننده را با گروههای تبدیلات و گروههای لی آشنا می سازد. در فصل دوم مفاهیم پایایی خمها و رویه ها توسط گروههای لی بیان شده و معیارهای لازم برای این کار از طریق معرفی عملگرها و مولدهای بینهایت کوچک ارائه می شوند. فصل سوم چگونگی حل معادلات دیفرانسیل عادی با استفاده از مفاهیم و معیارهای ارائه شده در فصول اول و دوم را بیان می کند. از جمله این روش ها، استفاده از گروههای لی یک یا چند پارامتری و محاسبه مولدهای تعمیم یافته متناظر آنها می باشد. سعی شده است با ارائه مثال های متنوع، تمامی روش های مورد نظر بکار گرفته شود. کاربردهای نوین گروههای لی در تعیین سیستم های هم طیف برای مسائل اشتورم-لیوویل مراتب بالا در فصل چهارم آورده شده است. معادلات دیفرانسیل یا سیستم های اساسی اینگونه مسائل نوشته شده و سپس با استفاده از روش گروههای لی معادلات دیفرانسیل مجهول هم طیف با معادلات دیفرانسیل معلوم ارائه شده است. در بخش ضمیمه راهنمای مختصر چگونگی استفاده از نرم افزار Maple در حل معادلات دیفرانسیل عادی با استفاده از گروههای لی گنجانده شده است.

بطور قطع هیچ کتابی عاری از اشتباه نیست لذا از خوانندگان محترم تقاضا می کنیم با ارسال نظرات و پیشنهادات خود ما را در بهبود بخشیدن محتوای چاپ های بعدی این کتاب یاری نمایند.