

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



دانشگاه دامغان

مباحثی در نورالری و فضاهاى توابع

تالیف:

محمد ابرى

ویرایش:

مجید میرزا وزیری

سرشناسه: ابری، محمد، ۱۳۴۸ -

عنوان و نام پدیدآور: مباحثی در توپولوژی و فضاهاى توابع / تألیف محمد ابری؛ ویرایش مجید میرزاویری.

مشخصات نشر: دامغان: دانشگاه دامغان، ۱۳۹۲.

مشخصات ظاهری: ز، ۳۰۸ص: مصور-

شابک: 978-600-93026-6-6

وضعیت فهرست نویسی: فیبا

یادداشت: واژه نامه.

یادداشت: کتابنامه: ص. ۲۸۳.

یادداشت: نمایه.

موضوع: فضاهاى توپولوژی

موضوع: توابع

شناسه افزوده: میرزا ویری، مجید، ۱۳۵۰ - ویراستار

شناسه افزوده: دانشگاه دامغان

رده بندی کتب: ۵۱۵/۳۷۸۱

رده بندی دیویی: ۵۱۵/۳۷۸۱

شماره کتابشناسی ملی: ۱۳۷۸۱



انتشارات دانشگاه دامغان

عنوان کتاب: مباحثی در توپولوژی و فضاهاى توابع

مولف: محمد ابری / ویراستار: مجید میرزاویری

ناشر: انتشارات دانشگاه دامغان

نوبت چاپ: اول - ۱۳۹۲

چاپ، صحافی و طراحی جلد: گرگان، انتشارات نوروزی

شمارگان: ۳۰۰ جلد

قیمت: ۱۶۰۰۰۰ ریال

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۳۰۲۶-۶-۶

حق چاپ محفوظ و متعلق به انتشارات دانشگاه دامغان می باشد.

تلفن: ۰۳۳۲-۵۲۴۷۱۴۵

فهرست مطالب

۴	فهرست مطالب
۱	۱ توپولوژی پایه
۱	۱-۱ نمادها، تعاریف و اصطلاحات پایه
۸	۲-۱ اعداد اصلی و ترتیبی
۱۴	۳-۱ هم ارزهایی برای اصل انتخاب
۱۷	۴-۱ اصول جدا سازی
۲۸	۵-۱ توپولوژی ترتیبی
۳۳	۶-۱ صافی‌ها و تورها
۴۲	۷-۱ توابع عدد اصلی
۵۹	۸-۱ نشانیدن در حاصلضرب‌های دکارتی و قضیه قطر
۶۵	۹-۱ فضاها و نگاشت‌های خارج قسمتی
۷۲	۱۰-۱ مسائل
۸۱	۲ فشردگی
۸۲	۱-۲ فضاها ی فشرده، موضعاً فشرده و k -فضاها
۹۵	۲-۲ فشرده سازی

۱۰۵	۳-۲ فضاهای H - بسته و H - کمین
۱۰۹	۴-۲ فضاهای کامل چنج
۱۱۳	۵-۲ نگاشت‌های تام
۱۱۷	۶-۲ اقسامی از فشردگی
۱۲۵	۷-۲ مسائل
۱۲۹	۳ دنباله‌های وارون، پیوستارها و هموتوبی
۱۲۹	۳ دنباله‌ها و حدود وارون
۱۳۲	۲-۳ ناهمبندی و فضاها صفر بعدی
۱۴۴	۳-۳ پیوستار
۱۵۲	۴-۳ هموتوبی
۱۶۱	۵-۳ مسائل
۱۶۵	۴ فضاهای متریک‌پذیر
۱۶۵	۱-۴ فضاهای متریک و متریک‌پذیر
۱۷۳	۲-۴ مجموعه کانتور
۱۷۶	۳-۴ فضاهای به طور کامل متریک‌پذیر
۱۸۴	۴-۴ قضایای متریک‌پذیری
۱۹۴	۵-۴ پارافشردگی
۲۰۰	۶-۴ قضیه گسترش داگونجی و فضاهای $A(N)R$
۲۰۹	۷-۴ مسائل
۲۱۷	۵ فضاهای توابع
۲۱۸	۱-۵ توپولوژی فشرده - باز
۲۲۷	۲-۵ زیر مجموعه‌های فشرده Y^X و قضیه اسکولی
۲۲۹	۳-۵ Y^X وقتی Y فضایی متریک است
۲۳۰	۴-۵ $\mathbb{R}^X$ به عنوان یک جبر و قضیه استون

۲۳۴	۵-۵ توپولوژی یکنواخت
۲۳۶	۶-۵ گروه‌های همسانریختی
۲۵۰	۷-۵ $C(X)$ و زیر فضاهایی از آن
۲۶۷	۸-۵ فضای تابعک‌های خطی
۲۶۹	۹-۵ $C(X)$ به عنوان یک حلقه و قضیه گلفاند-کولموگروف
۲۷۴	۱۰ فضای $C_p(X)$
۲۷۹	۱-۱ مسائل
۲۸۳	مراجع
۲۸۷	فهرست نشانه‌ها و اختصارات
۲۸۹	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۲۹۵	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی
۳۰۱	نمایه

پیشگفتار

بدون شک توپولوژی را شاخه‌ای پس از نظریه مجموعه‌ها اساس و بنیاد آنالیز و هندسه را تشکیل می‌دهد. یک ساختار توپولوژیکی کالبرس معنی دار به مجموعه زمینه‌اش می‌دهد که به سبب آن هر نقطه جایگاه متمایزی کسب می‌کند و می‌توان نزدیکی با دوری زیر مجموعه‌ها نسبت به هم صحبت نمود بی آنکه معیار و فاصله عددی مشخصی را در نظر بگیرد. از این موضوع که بگذریم باید گفت توپولوژی هم اکنون آنقدر گسترده شده که آنالیز و هندسه نمره این بحث تنومند هستند. کتاب حاضر ماحصل چندین دوره تدریس مرتبط با توپولوژی توسط مؤلف در مقطع ارشد ریاضی، کارشناسی ارشد و دکتری در دانشگاه می‌باشد که با توجه به معلومات دانش‌آموختگان رشته ریاضی در دانشگاه‌های مختلف و نظر به نقاط ضعفی که در این زمینه وجود دارد، به رشته تحریر درآمده است. این کتاب را واقفانند که عموماً دانشجویان ریاضی، نیازهای خود در توپولوژی را جسته و گریخته از ضمیمه یا فصل مقدماتی کتب آنالیز یا هندسه فراهم می‌کنند و متأسفانه به همین دلیل معلومات آنها از انسجام و عمق مناسب برخوردار نیست. امید است این کتاب بتواند کمکی در این خصوص انجام دهد. دلیل دیگر بر تحریر این کتاب ایجاد آشنایی دانشجویان با توپولوژی به عنوان یک شاخه مستقل و تخصصی برای انجام تحقیقات و یا نوشتن رساله است. سبک نگارش کتاب طبیعتاً با نوع متداول در دوره‌های پایین‌تر متفاوت است. در واقع سعی مؤلف بر آن بوده تا شیوه نگارش مقالات علمی معاصر مورد توجه قرار گیرد تا ضمن ایجاد آشنایی بیشتر با این گونه متون، وجود چون و چراهای فراوان در لابلای متن، فرصت مباحثه و کنکاش بیشتر را به خواننده دهد تا از مهارت‌های خود نیز به طور دایم استفاده کند. علاوه بر این، در این سبک

صرفه جویی زیادی در وقت و همچنین میزان حجم مطالب به عمل می‌آید که با توجه به سرعت روز افزون گسترش علوم، مقتضی دوره‌های تحصیلات تکمیلی است. برای روشن شدن ماهیت این شیوه کافیت مثلاً نحوه تمرینات منظم، تدریجی و گام به گام در یک مدرسه فوتبال را با روش تدریس در یک دوره مقدماتی مربیگری فوتبال، مقایسه کنید. که متعلمین آن نه وقت و حوصله و نه نیاز به فراگیری گام به گام همه جزئیات را دارند. آنها بایستی یاد بگیرند که همه جزئیاتی که احتمالاً سالها دیده و شنیده‌اند را در فرصت کوتاهی به طوری فراگیر به گونه‌ای در ذهن خود درک و سامان دهی کنند تا زمینه یافتن نقاط ضعیف و سپس اتخاذ روشی مناسب و شاید بدیع در رفع یا بهبود آنها را دریابند.

با توجه به گرایش‌های بحث و البته تخصص و علاقه مؤلف به موضوعات توپولوژی هندسی^۱ و همچنین نظریه هادامارد^۲ تبعاً موضوعات با نگاهی هدف دار گزینش شده‌اند، هرچند تا جای ممکن سعی بر پوشش حداکثری این دو شاخه از علم و فراگیر در موضوع بوده است.

فصل اول کتاب به تکمیل مطالبی مصروف شده که تقریباً هر جای توپولوژی ورود پیدا می‌کنند. از خواص جداسازی فضاها گرفته تا این ادوات ضرب و یا خارج قسمت آنها. بخش مربوط به توابع عدد اصلی بهانه‌ای است برای طرح مثالهایی از فضاها و ویژگیهای خاص و نشان دادن اینکه تحمیل هر یک از خواص شناخته شده توپولوژیک چقدر می‌تواند بر خواص دیگر مؤثر باشد.

فصل دوم را به امکاناتی که فرض فشردگی فراهم می‌آورد اختصاص داده‌ایم. در این باب موضعاً فشردگی و موضوعات مرتبط با آن نظیر h -فضاها مورد توجه قرار می‌گیرد. بخشی را به موضوع مهم فشرده سازی اختصاص داده‌ایم که عموماً در هر جایی از این حوزه خودنمایی می‌کند. فضاها را کامل چرخ به عنوان مشابهی توپولوژیکی از فضاها را متریک کامل، دیدگاه خوبی فراهم می‌آورد.

فصل سوم چند موضوع مهم و کاربردی در توپولوژی را در قالب بخشهایی مجزا معرفی می‌کند. استفاده از حدود و ارون فضاها به عنوان ابزاری توانا در ساخت فضاهایی با اهداف و ویژگیهای مشخص امروزه بسیار مورد توجه می‌باشد. این بخش زمینه ورود به موضوع دینامیک توپولوژیکی را نیز فراهم می‌کند. همونوی و نقش آن به عنوان ابزاری در توپولوژی هندسی و به خصوص ساخت همسانریختی‌ها در بخش دیگری گنجانده شده و بالاخره پیوستارها به عنوان موجودات خاص و پر رمز و رازی در حیطه

^۱ Geometric Toplogy

^۲ Dimension Theory

فضاها به منظور آشنایی خواننده با این شاخه از توپولوژی که امروزه وسعت فراوانی نیز یافته‌اند، معرفی شده‌اند.

در فصل چهارم هدف ما بیشتر از هر چیز بررسی شرایطی است که تحت آن توپولوژی فضا می‌تواند از یک متریک برخیزد. این موضوعات تحت عنوان متریک‌پذیری فضاها مشهورند؛ علاوه بر این در این فصل جایگاه فضا‌های متریک‌پذیر در میان دیگر رده‌ها مورد نظر است. مفهوم پارافشردگی به عنوان تعمیم از متریک‌پذیری و بررسی تعمیمی از قضیه مشهور تیتزه در حیطه فضا‌های متریک‌پذیر پایان فصل این فصل می‌باشند.

فصل پنجم به طور خاص به فضا‌های توابع و مقایسه اقسام توپولوژی‌های ممکن بر آنها می‌پردازیم. از آنجا که توپولوژی همگرایی یکنواخت در این خصوص آشناتر می‌باشد، بررسی جایگاه و نقش این توپولوژی در بین نمونه‌ها دیگر می‌تواند دیدگاه بهتری برای درک دانسته‌های قبلی فراهم آورد. در این فصل توپولوژی فشرده‌ها با خاصیت نقش محوری دارد. مقایسه توپولوژیک فضا‌های نرم دار و باناخ شناخته شده و زیر فضا‌های خاصی از آنها بخشی از کار ما را تشکیل می‌دهد. در آخر نیز به توپولوژی همگرایی نقطه وار و ارتباط آن با فضا‌های نرمینه، بگرنی خواهیم داشت.

از آنجا که کتاب حاضر یک متن درسی است و نه یک رساله تحقیقاتی، لذا مراجع مذکور در متن جنبه اطلاع رسانی و یا تکمیل و یادآوری دارد و به همین سبب تقریباً تمامی قضایا و گزاره‌های موجود بدون ذکر مرجع اصلی آورده شده است. به هر طریق صاحبان اصلی موضوعات و برهان‌ها تاکید می‌شود که هیچیک از موضوعات کتاب از جمله قضایا و ریشه‌های اثبات در متن، مگر اندکی در ذکر مثال‌ها و نکات، اصالتاً متعلق به نویسنده نمی‌باشد.

در پایان از خوانندگان عزیزی که خود را متحمل زحمت کرده و هرگز از یاد کتاب را جهت اصلاحات بعدی متذکر می‌گردند، کمال سپاس را دارم.

محمد ابری^۲

شهریور ۱۳۹۲