

معادلات دیفرانسیل

(همراه با آزمایشگاههای کامپیوتر متمتیکا و میپل)

تألیف :

دکتر بیژن طائری

دانشیار دانشگاه صنعتی اصفهان



واحد صنعتی اصفهان

طائری، بیژن، ۱۳۴۰-

معادلات دیفرانسیل همراه با آزمایشگاههای کامپیوتر ممتیکا و میپل/

تألیف بیژن طائری. — [ویراست ۳]. — اصفهان: جهاددانشگاهی، واحد صنعتی اصفهان،

مرکز انتشارات، ۱۳۸۴.

۹، ۲۸۵ ص: نمودار.

ISBN : 964-6122-67-1

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیبا.

۱. معادله های دیفرانسیل. ۲. معادله های دیفرانسیل — مسائل، تمرینها و غیره.
۳. نرم افزار ممتیکا. ۲. میپل (فایل کامپیوتر). الف. جهاددانشگاهی واحد صنعتی اصفهان، مرکز انتشارات. ب. عنوان.

۵۱۵/۳۵

QA ۳۷۱ / ط ۲۶

۱۳۸۴

۸۴-۱۹۷۷۶

کتابخانه ملی ایران

نام کتاب : معادلات دیفرانسیل (همراه با آزمایشگاههای کامپیوتر ممتیکا و میپل)

تألیف : دکتر بیژن طائری

ناشر : جهاددانشگاهی واحد صنعتی اصفهان - مرکز انتشارات

مدیر تولید : منوچهر رفیعی

نوبت چاپ : اول (ویرایش سوم)

تاریخ نشر : تابستان ۱۳۸۴

تیراژ : ۳۰۰۰ جلد

تعداد صفحات : ۴۹۴ صفحه

لیتوگرافی : آسمان

چاپ : بهار

صحافی : آذین

قیمت : ۲۴۰۰۰ ریال

* صحت مطالب کتاب به عهده مؤلف بوده و ناشر مسئولیتی در این موضوع ندارد.

* حق چاپ برای ناشر محفوظ است.

* اصفهان - دانشگاه صنعتی - جهاددانشگاهی - مرکز انتشارات : ۳۹۱۲۷۱۱

فروشگاه : ۳۹۱۲۵۹۴

دورنگار : ۳۹۱۲۵۴۱

www.jd-iut.ir

www.press.jd-iut.ir

www.pressity.com

بسم الله الرحمن الرحيم

سخن ناشر

جای خرسندی و شکر بسیار است که در آستانه تابش پرتوهای حیات بخش اسلام بر پهنه زمین، خود را در زمانی می یابیم که اندیشه اصلاح نه تنها عبث نیست که پیمودن راههای کمال و رشد در هر بعدی از ابعاد انسانی هموارتر و شدنی تر می نماید. وظیفه آنان که در این دوره و در این سرزمین مقدس زندگی می کنند بس سنگین و دشوار است و بطور خاص مسئولیت دانشگاه و دانشگاهیان در کنار حوزه های مقدس علمیه جایگاهی حساس و تعیین کننده در روند حرکت اجتماع دارد. تلاش پیگیر و همه جانبه برای بریدن بندهای وابستگی، جهاد مقدسی است که باید از دانشگاه و حوزه شروع شود و انتشار کتب علمی از سوی ما کوششی است در راستای آنچه ذکر آن رفت. بدیهی است این کوشش زمانی به نتایج مفید می رسد که بطور مداوم از سوی استادان، دانشگاهیان و اندیشمندان متعهد مورد انتقاد و پیشنهادات سازنده قرار گیرد.

اینک که چاپ اول این کتاب تقدیم دانشگاهیان ارجمند و مشتاق علم می گردد جای دارد از تمامی عزیزانی که در آماده سازی و تدوین آن تلاش نموده و زحمات زیادی را متحمل شده اند تشکر و قدردانی بعمل آید.

مرکز انتشارات جهاد دانشگاهی

واحد صنعتی اصفهان

پیشگفتار

با توجه به استقبال از ویرایش اول کتاب و گذشت چند سال از انتشار آن و لزوم انجام برخی اصلاحات، تصمیم به انجام ویرایش جدیدی از کتاب گرفته شد. در ویرایش حاضر سعی بر رفع اشکالات ویرایش قبلی شده است. فونت‌های کتاب قدری تغییر داده شده و در انتهای هر فصل خلاصه‌ای از آن فصل آورده شده است. آزمایشگاه‌های نرم‌افزار مَتَتیکا بر اساس ویرایش جدید آن تنظیم، و به علاوه آزمایشگاه‌های نرم‌افزار مِپل نیز به کتاب اضافه شده است.

این کتاب بر اساس سال‌ها تجربه‌ی تدریس درس معادلات دیفرانسیل رشته‌های علوم پایه و فنی مهندسی در دانشگاه صنعتی اصفهان تدوین شده است و دارای ویژگی‌هایی به شرح زیر است:

- روش حل انواع معادلات دیفرانسیل به طور کامل آورده شده و در هر مورد سعی شده همه ادعاها همراه با اثبات باشد.

- در طی هر بحث مثال‌های زیادی با جزئیات کامل برای فهم بیشتر آورده شده است. بلافاصله پس از ارائه هر نوع معادله دیفرانسیل و روش حل آن تمرین‌هایی (نسبتاً زیاد) آورده شده تا دانشجو با حل آن‌ها در آن روش مسلط شود. و تقریباً در انتهای هر فصل تمرین‌های مروری برای امتحان آموخته‌های دانشجو آورده شده است. در تمرین‌های مروری هم‌چنین بعضی از مباحث که در طول درس ارائه نشده‌اند گنجانده شده است.

- در فصل دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل، تابع نمایشی ماتریسی کاملاً مورد بررسی قرار گرفته و چندین روش برای محاسبه‌ی آن ارائه شده است.

- با توجه به گسترش روزافزون کامپیوتر و استفاده از آن برای انجام کارهای ریاضی، نرم‌افزارهای پرقدرت مَتَتیکا و مِپل مطرح و طریقه‌ی استفاده از آن‌ها برای حل انواع معادلات دیفرانسیل ارائه شده است. این کار در انتهای هر فصل با ارائه مثال‌های فراوان انجام پذیرفته است. چون در بخش‌های مربوط به نرم‌افزارهای مَتَتیکا و مِپل مثال‌های یکسانی بررسی می‌شوند می‌توان این نرم‌افزارها را از جهت‌های گوناگونی با یکدیگر مقایسه کرد.

در فصل اول این کتاب، معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی اول و روش حل تحلیلی آن‌ها، تعبیر

هندسی و برخی کاربردهای معادلات دیفرانسیل بررسی شده‌اند. در فصل دوم حل معادلات خطی مرتبه‌ی دوم به طور کامل بررسی و با استفاده از نتایج حاصل، معادلات خطی مراتب بالاتر بررسی شده‌اند. در فصل سوم پس از یادآوری خواص سری‌های توانی، روش سری‌های توانی و همچنین روش فروبینوس در حل معادلات دیفرانسیل مطرح شده‌اند. فصل چهارم به معرفی تبدیل لاپلاس و کاربرد آن در حل معادلات دیفرانسیل اختصاص داده شده است. در نهایت در فصل پنجم پس از یادآوری مفاهیم مربوط به ماتریس‌ها، حل دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل با ضرایب ثابت به تفصیل بررسی شده‌اند. انتهای اثبات قضیه‌ها و حل مثال‌ها با مربع □ مشخص شده‌اند. در انتهای کتاب پاسخ اکثر تمرین‌های کتاب آورده شده است.

با توجه به این که در بخش‌های مربوط به نرم‌افزارهای مَتَمَتیکا و مِپل مثال‌های بسیاری آورده شده و به عنوان خودآموز تلقی می‌شود، می‌توان بقیه مطالب کتاب را در یک ترم تدریس نمود. البته باید توجه داشت دانشجویان در دروس حسابان یا سری‌های توانی و جبر ماتریس‌ها (وارون ماتریس، دستگاه معادلات خطی جبری، مقادیر و بردارهای ویژه، ...) آشنا شده بنابر این مطالب مربوط به این مباحث برای یادآوری است. از طرفی می‌توان قسمت‌هایی از کتاب که در فهرست مطالب با علامت (*) مشخص شده‌اند را حذف کرد.

برای یادگیری هر چه بهتر درس، دانشجو باید قلم به دست گرفته و تمرین‌ها را حل کند. هر چند ممکن است حل مسأله در آغاز کار قدری مشکل به نظر بیاید، ولی یقیناً پیگیری، تمرین بیشتر و حل مسأله به صورت گروهی و با مباحثه، موجب فهم بهتر درس‌ها و انجام راحت‌تر تمرین‌ها خواهد شد. استفاده از حل‌المسائل با روح تعلیم و تعلم منافات دارد و مورد تأیید نیست. به دانشجویان توصیه می‌شود تمرین‌های مطرح شده در کتاب را نیز با استفاده از نرم‌افزارهای مَتَمَتیکا و مِپل حل کنند تا در استفاده از دستورات این نرم‌افزارها تسلط یابند و بتوانند از آن‌ها برای دروس دیگر خود بهره گیرند.

چون هیچ نوشته‌ای عاری از عیب و نقص نیست، از همه‌ی همکاران و دانشجویان عزیز خواستارم هر گونه اشکال و یا پیشنهاد را با اینجانب در میان بگذارند.

بیژن طائری

دانشکده‌ی علوم ریاضی

دانشگاه صنعتی اصفهان

فهرست مطالب

پیشگفتار

۱

۱ معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی اول

۷

۷ ۱-۱ مقدمه

۱۳ ۲-۱ معادله‌ی خطی مرتبه‌ی اول

۲۰ ۳-۱ معادله‌ی برنولی

۲۳ ۴-۱ معادله‌ی جداشدنی

۲۷ ۵-۱ معادله‌ی کامل

۳۱ ۶-۱ عامل انتگرال‌ساز

۳۷ ۷-۱ معادله‌ی همگن

۴۲ ۸-۱ معادله‌ی ریکاتی

۴۳ ۹-۱ روشهای دیگری برای حل معادله‌ی مرتبه‌ی اول

۵۱ ۱۰-۱ منحنی‌های انتگرال و راستاهای میدان

۵۶ ۱۱-۱ تعبیر هندسی معادله‌ی مرتبه‌ی اول، حل هندسی

۵۸ ۱۲-۱ مسیرهای متعامد

۶۲ ۱۳-۱ قضیه‌ی وجود و یگانگی؛ تکرار پیکارد

۶۸ خلاصه‌ی فصل اول (معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی اول)

۷۰ ۱۴-۱ معادلات دیفرانسیل مرتبه اول و قیَمَتیکا

۷۸ ۱۵-۱ معادلات دیفرانسیل مرتبه اول و میل

۲ معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی دوم

۸۷

۸۷ ۱-۲ حل معادلات مرتبه‌ی دوم در حالت‌های خاص

۸۹ ۲-۲ معادلات خطی مرتبه‌ی دوم

۹۶ ۳-۲ کاهش مرتبه

۹۹	معادلات خطی مرتبه‌ی دوم همگن با ضرایب ثابت	۴-۲
۱۰۹	معادله‌ی خطی مرتبه‌ی دوم غیرهمگن	۵-۲
۱۱۱	روش تغییر پارامتر	۶-۲
۱۱۵	روش ضرایب نامعین	۷-۲
۱۳۱	معادله‌ی اوایلر	۸-۲
۱۳۶	معادلات خطی مراتب بالاتر	۹-۲
۱۳۹	روش ضرایب نامعین	۱-۹-۲
۱۴۱	روش تغییر پارامتر	۲-۹-۲
۱۴۳	معادله‌ی کشی-اوایلر	۳-۹-۲
۱۵۲	خلاصه‌ی فصل دوم (معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی دوم)	
۱۵۶	معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی دوم و مَتَمَتیکا	۱۰-۲
۱۶۴	معادلات دیفرانسیل مرتبه‌ی دوم و میل	۱۱-۲

۳ روش سری‌های توانی

۱۷۵	سری‌های توانی	۱-۳
۱۸۵	نقاط عادی، جواب‌های به صورت سری توانی	۲-۳
۱۹۴	محاسبه‌ی مستقیم سری تیلور جواب	۳-۳
۱۹۶	معادله‌ی لژاندر	۴-۳
۲۰۲	نقاط غیرعادی منظم	۵-۳
۲۲۴	تابع گاما	۶-۳
۲۲۷	معادله‌ی بسل	۷-۳
۲۳۳	خلاصه‌ی فصل سوم (روش سری‌های توانی)	
۲۳۷	سری‌های توانی و مَتَمَتیکا	۸-۳
۲۴۷	سری‌های توانی و میل	۹-۳

۴ تبدیل لاپلاس

۲۵۹	روش تبدیل لاپلاس	۱-۴
۲۷۲	خواص تبدیل لاپلاس	۲-۴
۲۷۹	معادلات دیفرانسیل با طرف راست ناپیوسته	۳-۴
۲۸۹	تبدیل لاپلاس توابع متناوب	۴-۴
۲۹۲	انتگرال کانولوسیون	۵-۴
۲۹۶	معادلات انتگرال	۶-۴
۲۹۸	تابع دلتای دیراک	۷-۴

۳۰۹	خلاصه‌ی فصل چهارم (تبدیل لاپلاس)
۳۱۰	۸-۴ تبدیل لاپلاس و مَتَمَتِیکا
۳۱۵	۹-۴ تبدیل لاپلاس و میپل

۵ دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل

۳۲۱	۱-۵ روش حذفی
۳۲۴	۲-۵ دستگاه معادله دیفرانسیل خطی
۳۲۷	۳-۵ دستگاه معادله‌ی خطی جبری؛ وارون ماتریس
۳۲۳	۴-۵ استقلال و وابستگی خطی
۳۳۸	۵-۵ مقادیر و بردارهای ویژه
۳۴۷	۶-۵ روش مقدار ویژه - بردار ویژه
۳۵۵	۷-۵ مقادیر ویژه‌ی مختلط
۳۵۹	۸-۵ مقادیر ویژه‌ی تکراری
۳۷۳	۹-۵ ماتریس اساسی جواب‌ها؛ e^{At}
۳۷۸	۱۰-۵ دستگاه معادله‌ی غیر همگن
۳۸۶	۱۱-۵ محاسبه‌ی e^{At} با استفاده از قضیه‌ی کیلی همیلتون
۳۹۱	۱۲-۵ حل دستگاه معادله دیفرانسیل با استفاده از تبدیل لاپلاس
۳۹۶	خلاصه‌ی فصل پنجم (دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل)
۴۰۲	۱۳-۵ دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل و مَتَمَتِیکا
۴۲۲	۱۴-۵ دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل و میپل

۴۴۴ پاسخ تمرین‌ها

۴۸۱ واژه نامه‌ی فارسی-انگلیسی

۴۸۶ واژه نامه‌ی انگلیسی-فارسی

۴۹۱ فهرست راهنما