

مدل‌های اکچوئری

(جلد دوم)

فرایندهای تصادفی و مدل‌های ورشکستگی

نویسنده:

ولادیمیر آی روتار

مترجمان:

دکتر میرمهدی سید اصفهانی

با همکاری سمیه نماینده



پرونده و بیمه
ادبیات و هنر و علوم انسانی

سرشناسه	روتار، ولادیمیر ایلیچ Rotar, V. I. (Vladimir Ilich)
عنوان و نام پدیدآور	مدلهای اکچوئری / نویسنده ولادیمیر آی روتار : مترجمان میرمهدی سیداصفهانى. با همکاری سیه نماینده.
مشخصات نشر	تهران: بیمه مرکزی ایران، پژوهشکده بیمه، ۱۳۹۱ -
مشخصات ظاهری	ج: نمودار.
فروست	سری کتابهای تحول در صنعت بیمه: ۲۶، ۲۷، ۲۸
شابک	دوره ۳-978-964-6506-92-0 : ج ۱ : 978-964-6506-93-0 : ج ۲ : 978-964-6506-94-7 : ج ۳ : 978-964-6506-95-4
وضعیت فهرست نویسی	فیبیا
یادداشت	عنوان اصلی: Actuarial models : the mathematics of insurance, 2006
یادداشت	ج ۲ و ۳ (چاپ اول: ۱۳۹۱) (فیبا).
مترجمان	ج ۱. تعاریف و مفاهیم پایه‌ای و توزیع مجدد. ج ۲. فرایندهای تصادفی و مدل‌های ورشکستگی. ج ۳. مدل‌های بیمه عمر و توزیع‌های بقا
موضوع	بیمه -- ریاضیات
شناسه افزوده	سید اصفهانى، مهدى، مترجم
شناسه افزوده	نماینده، سیه، مترجم
شناسه افزوده	بیمه مرکزی ایران، پژوهشکده بیمه
رده بندی کنگره	۱۳۹۱ م ۸۷۱۱ HG
رده بندی دیویی	۳۶۸.۰۱
شماره کتابشناسی ملی	۷۰۹۲۰۴



مدل‌های اکچوئری (جلد دوم) (فرایندهای تصادفی و مدل‌های ورشکستگی)

نویسنده: ولادیمیر آی روتار

مترجمان: دکتر میرمهدی سیداصفهانى با همکاری سیه نماینده

ناظر: دکتر مسعود درخشان

ویراستار: مؤسسه کلک زرین (مریم بخرانی)

چاپ اول: ۱۳۹۱

صفحه‌آرا: علی حسین صفری

طراح جلد: یوسف رجیبی

ناظر فنی چاپ: علی حاتم‌آبادی

چاپ: اسری

تعداد: ۱۰۰۰ نسخه

قیمت: ۸۲۰۰۰ ریال

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۶۵۰۶-۹۴-۷

ناشر: پژوهشکده بیمه (وابسته به بیمه مرکزی ج ۱۱)

نشانی: تهران: سعادت آباد - میدان کاج - خیابان سرو غربی - پلاک ۴۳

صندوق پستی: ۱۹۳۹۵-۲۴۹۹ تلفن: ۲۲۰۸۴۰۸۴ دورنگار: ۲۲۰۸۴۰۲۲

وبسایت: <http://www.IRC.ac.ir> پست الکترونیک: info@IRC.ac.ir

حق چاپ برای ناشر محفوظ است

پیشگفتار رئیس کل بیمه مرکزی ج.ا.ا

رهنمود مقام معظم رهبری مدظله العالی در نام‌گذاری دهه چهارم انقلاب اسلامی با عنوان دهه پیشرفت و عدالت، آغاز مرحله جدیدی در پویایی ایران اسلامی به سمت الگوی مطلوب اقتصادی است؛ الگویی که ثمره آن سعادت و رفاه دنیوی و اخروی انسان در ابعاد مادی و معنوی خواهد بود.

نهاد بیمه از جهت افزایش امنیت ذهنی و اطمینان خاطر و نیز توزیع عادلانه اثرات سوء مخاطرها، نقش مهمی در بهسازی بستر اقتصادی جامعه دارد. این نهاد با کاهش زیان‌های ناشی از اندام خطرات متداول در عرصه‌های مختلف زندگی و کاهش فقر جبری ناشی از خسارت‌های غیرقابل پیش‌بینی، نقش مهمی در تحقق عدالت اقتصادی ایفا می‌کند. همچنین جایگاه این نهاد در تأمین بخشی از منابع مالی مورد نیاز برای سرمایه‌گذاری، افزایش تولید و اشتغال پایدار، موجب اهمیت آن در تحقق پیشرفت اقتصادی می‌گردد. به همین جهت نهاد بیمه از اجزای بی‌بدیل در الگوی اسلامی-ایرانی پیشرفت محسوب می‌شود.

بیمه مرکزی ج.ا.ا - به عنوان متولی صنعت بیمه در کشور - مأموریت دارد زمینه مناسب توسعه و ارتقای کمی و کیفی عملکرد این صنعت را فراهم آورد. بدین لحاظ و از جهت راهبرد کلان کشور در پیشرفت دانش بنیان اقتصاد ملی، پژوهش‌شده بیمه (وابسته به بیمه مرکزی ج.ا.ا) با هدف تأمین نیازمندی‌های علمی و توسعه زیرساخت‌های نرم‌افزاری صنعت بیمه کشور فعالیت می‌کند. انتشار کتاب‌ها و نشریات علمی - پژوهشی، تخصصی و اطلاع‌رسانی و مدیریت مطالبات و پژوهش‌های تخصصی در حوزه بیمه، از مأموریت‌های اصلی این پژوهش‌شده در راستای هدف مذکور است. امید است این اقدامات، عامل مؤثری در بهبود وضعیت و جایگاه این نهاد در کشور شده و انشاءالله موجبات تحقق وضعیت مطلوب آن در چهارچوب الگوی اسلامی - بومی در کشورمان فراهم شود.

سید محمد کریمی

رئیس کل بیمه مرکزی ج.ا.ا

پیشگفتار سرپرست پژوهشکده بیمه

بیمه، صنعتی سودمند، ضروری، مؤثر در توسعه اقتصادی و تقویت کننده روحیه تعاون و همیاری است. این صنعت از جهت داشتن سه اثر مهم «افزایش امنیت در عرصه‌های مختلف زندگی و فعالیت‌های اقتصادی»، «افزایش سرمایه‌گذاری، اشتغال و رشد اقتصادی»، و «توزیع عادلانه ریسک‌ها و ارتقای عدالت اقتصادی و کاهش فقر ناشی از مخاطرات که دامنگیر بخشی از جامعه می‌شود»، حائز جایگاه مهمی در پیشرفت و تعالی یک کشور است.

باوجود نقش مهم بیمه در بسترسازی و تأمین شرایط مساعد اقتصادی، وضعیت کنونی این صنعت در اقتصاد ملی با وضعیت بایسته آن فاصله معناداری دارد. ناآشنایی عمومی و کم‌بودن تقاضا برای محصولات بیمه‌ای، دانش فنی پایین در عرضه خدمات بیمه‌ای، وجود نارسایی‌ها در مدیریت واحدهای عرصه بیمه از دلایل عدم توسعه مناسب این صنعت در کشور است. از آنجاکه بشر همه رستگاری‌ها و توفیقات خود را در طول تاریخ به کمک علم و تجربه کسب کرده است، کلید حل این مشکل نیز نگاه علمی‌تر به مشکلات این صنعت و یافتن راه‌حل در بستر علم است. این هدف جز با حرکت در دو مسیر به صورت توأمان میسر نمی‌گردد. مسیر اول، فرهنگ‌سازی عالمانه و بسط و گسترش علوم مرتبط با بیمه با انجام پژوهش‌ها و ممارست در انتقال علوم مرتبط با بیمه و بومی‌کردن آن و مسیر دوم، استفاده از نتایج این علوم و تبدیل نظریات به راهکارهای اجرایی است.

پژوهشکده بیمه (وابسته به بیمه مرکزی ج.ا.ا) به‌عنوان مهم‌ترین نهاد علمی و پژوهشی ملی در صنعت بیمه، وظیفه مدیریت و هدایت فعالیت‌های علمی و پژوهشی مختلف در این حوزه را با هدف برطرف کردن کاستی‌های مربوط به عرضه و تقاضا برای محصولات بیمه و نیز بهبود وضعیت این صنعت و ارتقای جایگاه آن در نظام مالی و اقتصادی کشور برعهده دارد. انتشار کتاب‌ها، نشریات و محصولات علمی مرتبط با این صنعت، به‌منظور گسترش این دانش و بهره‌گیری از آن در عمل، از جمله

مأموریت‌های مهم و کلیدی این پژوهشکده است.

باتوجه به اینکه از سیاست‌های مهم برنامه تحول در صنعت بیمه کشور، توسعه توانمندی‌ها و ظرفیت‌های علمی این صنعت بوده و مهم‌ترین ابزار نیل به این هدف، انتشار کتاب‌های تخصصی در زمینه بیمه است، پژوهشکده بیمه، با انتشار کتاب‌های تخصصی بیمه به صورت تألیف یا ترجمه و بومی کردن آن، تلاش می‌کند تا در راه دستیابی به این هدف گام بردارد.

کتاب حاضر، یکی از این کتاب‌های تخصصی است که امید می‌رود برای کلیه خوانندگان سودمند واقع گردد. در پایان بر خود لازم می‌دانم از نویسندگان / مترجمان و تمامی همکاران پژوهشکده بیمه در بخش‌های مختلف به‌خاطر زحماتی که در امر تألیف، ترجمه و چاپ و انتشار این کتاب‌ها متحمل می‌شوند، تشکر و قدردانی کنم.

غدير مهدوی

سرپرست پژوهشکده بیمه

پیشگفتار مترجم

اثر پیش‌رو، به عنوان منبع درسی و آموزشی که در آن کاربرد ریاضی و روش‌های آماری در مدل «اکچوثری» به کار گرفته شده است، توسط آقای دکتر «ولادیمیر روتار»، یکی از برجسته‌ترین اساتید در به کارگیری ریاضیات کاربردی و تئوری احتمالات در حوزه «بیمه»، تألیف گردیده است. این کتاب که در سال ۲۰۰۶ به زیور طبع آراسته شد، ثمره سالیان سال تجربیات علمی و عملی نویسنده است سابقه بیش از ۴۰ سال تدریس در دانشگاه‌های روسیه و دانشگاه‌های ایالتی کالیفرنیا را در کارنامه خود دارد.

مطالب عرضه شده در این کتاب، به عنوان منبعی مفید برای دانشجویان خصوصاً دانشجویان «مقاطع» کارشناسی ارشد و دکترا، و هم برای یک ترم مقدماتی و به صورت جامع برای مراحل بالاتر طراحی شده است.

برای تسهیل در مطالعه از شبه‌علائم راهنمایی استفاده شده است که توسط طراح به عنوان نقشه راه ارائه گردیده است. راه ۱ به عنوان مقدمه، راه ۲، علاوه بر برگرفتن راه ۱، به ارائه کامل مطالب مورد نظر پرداخته و راه ۳ نیز شامل تمامی مطالب کتاب است. با این حال بخشی از راه ۳ که در راه ۱ و ۲ مطرح نشده است، اندکی با چالش همراه است.

از منظر کلی نسبت به ساختار کتاب، جدول مطالب به همراه علائم راهنما، توسط مولف به خوبی تدوین گردیده و روشی مناسب برای تنظیم مطالعه برخی راهبردهای گزینشی ارائه شده است.

بدیهی است طبقه‌بندی پذیرفته شده در کتاب، تنها طبقه‌بندی ممکن نیست؛ با این حال اولویت‌های مورد نظر مؤلف تا حد معینی منعکس شده است. با علاقه‌مندان برنامه مطالعه مورد علاقه خود را برگزینند. از همین رو، ساختار کتاب و علائم راهنمای مندرج در آن، خواننده را در انتخاب روش مطالعه یاری می‌کند. لذا مطالعه اثر حاضر، به دانشجویان، پژوهشگران و کارشناسان علم بیمه، توصیه می‌گردد.

به جاست از حمایت‌های عملی مدیریت و مسئولین محترم پژوهشکده بیمه، همچنین ناظر محترم، استاد بزرگوار، جناب آقای دکتر مسعود درخشان - از

صاحب‌نظران بنام و مطرح علم اقتصاد و بهینه‌سازی- و نیز از مرکز مطالعات و مدیریت ایران که بستر مناسبی در به ثمر رسیدن این ترجمه فراهم نموده است، سپاسگزاری کرده و همچنین از آقایان مهندس سید حسین سید اصفهانی، رامین خاتمی و خانم مهندس مهسا اروجی که بخشی از ویرایش آن را به عهده داشته‌اند، کمال سپاس و قدردانی می‌شود.

شایسته است، از همکاری و مشارکت قابل توجه سرکار خانم مهندس سمیه نماینده، همکار و مربی ارزشمند مرکز مطالعات مدیریت ایران که همیاری قابل ملاحظه‌ای در ترجمه و ویراستاری بخش مهم از این اثر را مبذول داشته‌اند، تقدیر و تشکر ویژه گردد.

پیشاپیش از ارائه هرگونه نقد و راهنمایی از سوی جامعه دانشگاهی، صاحب‌نظران، همکاران گرامی و پژوهشگران بسمه که موجب اصلاح و تکامل ترجمه پیشه رو خواهد شد، سپاسگزاری و قدردانی می‌شود.

دکتر میر مهدی سید اصفهانی

عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی امیرکبیر

فهرست مطالب

فصل سوم: امید ریاضی شرطی	۳۴۳
۱- چگونه امید شرطی را محاسبه کنیم؟	۳۴۵
۱-۱- امید شرطی با فرض متغیر تصادفی	۳۴۵
۱-۱-۱- حالت گسسته	۳۴۵
۱-۱-۲- حالت توزیع‌های پیوسته	۳۴۹
۲-۱- خواص امیدهای شرطی	۳۵۴
۳-۱- شرطی کردن و چند فرمول مفید	۳۵۶
۱-۳-۱- فرمولی برای واریانس	۳۵۷
۲-۳-۱- جزئیات بیشتر از فرمول‌ها	۳۵۷
۴-۱- امید شرطی با فرض یک بردار تصادفی	۳۶۰
۱-۴-۱- تعاریف کلی	۳۶۱
۲-۴-۱- حالتی که X دارای ابعاد نامتناهی است	۳۶۲
۳-۴-۱- شرطی کردن در حالت چند بعدی	۳۶۳
۲- فرمولی برای امید ریاضی کلی و امید شرطی ریاضی با فرض افراز	۳۶۶
۱-۲- امید شرطی با فرض یک پیشامد	۳۶۶
۲-۲- فرمول امید ریاضی کل	۳۷۱
۳-۲- امید ریاضی به شرط افراز	۳۷۲
۳- امیدهای ریاضی شرطی با فرض متغیرهای تصادفی یا بردارهای تصادفی	۳۷۵
۱-۳- حالت گسسته	۳۷۵
۲-۳- حالت کلی	۳۷۸
۴- ویژگی مهم دیگر امیدهای ریاضی شرطی	۳۸۲
۱-۴- شرطی کردن روی افرازاها	۳۸۲
۲-۴- شرطی کردن روی متغیرها و بردارهای تصادفی	۳۸۴

- ۵- رویکردی کلی به امیدهای ریاضی شرطی ۳۸۵
- ۱-۵- امید شرطی مرتبط با جبر σ ۳۸۵
- ۲-۵- امید شرطی با فرض متغیر تصادفی یا بردار تصادفی ۳۹۰
- ۳-۵- ویژگی‌های امیدهای شرطی ۳۹۲
- ۶- چند اثبات ۳۹۴
- ۱-۶- اثبات‌های ویژگی‌های بیان شده در بخش‌های ۱ و ۲ ۳۹۴
- ۲-۶- اثبات گزاره ۲ ۳۹۷
- ۷- تمرین‌ها ۳۹۷
- فصل چهارم: مدل خطر جمعی برای یک دوره کوتاه ۴۰۱
- ۱- سه گزاره اساسی ۴۰۴
- ۲- توزیع‌های فراوانی یا شمارشی ۴۰۷
- ۱-۲- توزیع پواسون و گزاره پواسون ۴۰۷
- ۱-۱-۲- تقریب تجربی ۴۰۷
- ۲-۱-۲- دقت تقریب پواسون ۴۱۳
- ۲-۲- برخی توزیع‌های شمارشی ۴۱۶
- ۱-۲-۲- توزیع پواسون آمیخته ۴۱۶
- ۲-۲-۲- آمیختن مرکب ۴۲۴
- ۳-۲-۲- کلاس‌های $(a, b, 0)$ و $(a, b, 1)$ (یا کلاس کاترز پانجرز) ۴۲۶
- ۳- توزیع تجمیع ادعای خسارات ۴۳۰
- ۱-۳- حالت گروه همگن ۴۳۰
- ۱-۱-۳- روش تلفیق‌ها ۴۳۰
- ۲-۱-۳- حالتی که N دارای توزیع پواسون است ۴۳۵
- ۳-۱-۳- روش تابع مولد گشتاور ۴۳۹
- ۲-۳- حالت چند گروه همگن ۴۴۱
- ۱-۲-۳- یک الگوی کلی و کاهش به یک گروه ۴۴۱

۴۴۶	۳-۲-۲- اهمیت وزن‌های ۱۷
۴۴۹	۴- تقریب نرمال توزیع ادعای خسارت کل
۴۴۹	۴-۱- گزاره حدی
۴۵۷	۴-۲- برآورد حق بیمه‌ها
۴۵۹	۴-۳- دقت تقریب نرمال
۴۶۲	۴-۴- اثبات گزاره ۱۰
۴۶۶	۵- تمرین‌ها
۴۷۷	فصل پنجم: فرایندهای تصادفی (قسمت اول)
۴۷۹	۱- چارچوب کلی و شرایط خاص
۴۷۹	۱-۱- مقدمات
۴۸۲	۱-۲- فرایندها با نمونه‌های مستقل
۴۸۳	۱-۲-۱- ساده‌ترین فرایند شمارشی
۴۸۴	۱-۲-۲- حرکت براونی
۴۸۸	۱-۳- فرایندهای مارکوف
۴۹۲	۲- فرایند پواسون و دیگر فرایندهای شمارشی
۴۹۲	۱-۲- فرایند پواسون همگن
۴۹۹	۲-۲- فرایند پواسون ناهمگن
۴۹۹	۱-۲-۲- ارایه یک مدل و چند مثال
۵۰۶	۲-۳- فرایند کاکس
۵۰۹	۳- فرایندهای مرکب
۵۱۱	۴- زنجیره‌های مارکوف جریان‌های وجوه نقدی در محیط مارکوف
۵۱۱	۴-۱- مقدمات
۵۲۱	۴-۲- متغیرهای تعریف شده در زنجیره مارکوف. جریان‌های وجوه نقدی
۵۲۲	۴-۲-۱- متغیرهای تعریف شده در وضعیت‌ها
۵۲۵	۴-۲-۲- میانگین پرداخت‌های تنزیل شده

- ۵۲۷ ۴-۲-۳- حالت وضعیت‌های جاذب
- ۵۳۲ ۴-۲-۴- متغیرهای تعریف شده روی انتقال‌ها
- ۵۳۴ ۴-۲-۵- اگر زنجیره ناهمگن باشد، چگونه عمل کنیم؟
- ۵۳۵ ۴-۳-۲- تجزیه و تحلیل گام اول. افق زمانی نامتناهی
- ۵۳۶ ۴-۳-۱- میانگین پرداخت‌های تنزیل شده در حالت افق زمانی نامتناهی
- ۵۳۹ ۴-۳-۲- رویکرد گام اول برای مسائل گام تصادفی
- ۵۳۹ ۴-۳-۱- احتمال بازگشت به صفر
- ۵۴۱ ۴-۳-۲- مساله ورشکستگی
- ۵۴۶ ۴-۳-۲-۳- نمونه‌های بسیل کوچک
- ۵۴۸ ۴-۴- احتمالات حدی و توزیع‌های ایستا
- ۵۵۵ ۴-۵- ویژگی ارگودیسیتی و طبقه‌بندی وضعیت‌ها
- ۵۵۵ ۴-۵-۱- کلاس وضعیت‌ها
- ۵۵۶ ۴-۵-۲- خاصیت بازگشتی
- ۵۶۲ ۴-۵-۳- زمان‌های بازگشت و جابه‌جایی
- ۵۶۵ ۴-۵-۴- بازگشت و ارگودیسیتی
- ۵۶۷ ۵- تمرین‌ها
- ۵۸۱ فصل ششم: فرایندهای تصادفی (قسمت دوم)
- ۵۸۳ ۱- حرکت براونی و تعمیم‌های آن
- ۵۸۳ ۱-۱- خواص دیگر حرکت براونی استاندارد
- ۵۸۳ ۱-۱-۱- مسیرهای غیرقابل دیفرانسیل‌گیری
- ۵۸۵ ۱-۱-۲- حرکت براونی به عنوان یک تقریب. اصل عدم‌تغییر
- ۵۸۷ ۱-۱-۳- توزیع W_t ، زمان‌های ضربه، مقدار حداکثری حرکت براونی
- ۵۹۰ ۱-۲- حرکت انحرافی براونی
- ۵۹۱ ۱-۲-۱- مدل‌سازی فرایند مازاد، حرکت براونی در این حالت
- ۵۹۴ ۱-۲-۲- کاهش به حرکت براونی استاندارد

۵۹۶	۳-۱- حرکت براونی هندسی
۵۹۸	۲- مارتینگل ها
۵۹۸	۱-۲- خواص کلی و مثال ها
۶۰۹	۲-۲- تبدیل مارتینگل
۶۱۱	۳-۲- زمان توقف اختیاری و برخی کاربردها
۶۱۱	۲-۳-۱- تعاریف و مثال ها
۶۱۷	۲-۳-۲- اتحاد والد
۶۲۰	۲-۳-۳- احتمال ورشکستگی برای قدم زدن تصادفی ساده
۶۲۲	۲-۳-۴- احتمال ورشکستگی برای حرکت انحرافی براونی
۶۲۴	۲-۳-۵- توزیع زمان ورشکستگی در حالت حرکت براونی
۶۲۸	۲-۳-۶- زمان ضربه زدن برای حرکت انحرافی براونی
۶۲۹	۲-۴- تعمیم ها
۶۲۹	۲-۴-۱- خاصیت مارتینگل در حالت زمان توقف تصادفی
۶۳۱	۲-۴-۲- کاهش به حرکت براونی استاندارد در حالت زمان تصادفی
۶۳۲	۲-۴-۳- توزیع زمان ورشکستگی در حالت حرکت براونی: رویکردی دیگر
۶۳۴	۲-۴-۴- اثبات گزاره ۱۱
۶۳۶	۲-۴-۵- بررسی درستی شرط ۳ گزاره ۵
۶۳۸	۳- تمرین ها
۶۴۵	فصل هفتم: ویژگی های کلی فرآیند مازاد، مدل های ورشکستگی
۶۴۷	۱- مقدمه
۶۵۲	۲- مدل های ورشکستگی
۶۵۳	۲-۱- ضرایب تعدیل و احتمالات ورشکستگی
۶۵۳	۲-۱-۱- شرط مقدماتی: برای افق های زمانی بزرگ
۶۵۵	۲-۱-۲- گزاره اصلی
۶۵۸	۲-۱-۳- اثبات نامساوی لاندبرگ

- ۶۵۹ ۲-۲- محاسبه ضرایب تعدیل
- ۶۵۹ ۱-۲-۲- گزاره‌ای عمومی
- ۶۶۶ ۲-۲-۲- حالت زمان گسسته
- ۶۶۶ ۱-۲-۲-۲- مثال‌ها
- ۶۶۹ ۲-۲-۲-۲- مزیت تعدیل برای گروهی از واحدهای بیمه‌شده
- ۶۷۱ ۳-۲-۲- حالت فرایند پواسون مرکب متجانس
- ۶۷۵ ۴-۲-۲- بازیابی دوباره حالت زمان گسسته
- ۶۷۷ ۵-۲-۲- حالت فرایند پواسونی مرکب ناهمگن
- ۶۷۸ ۳-۲- تعادل بین حق بیمه و مازاد اولیه
- ۶۸۵ ۴-۲- سه حالتی که احتمال روشکستگی می‌تواند به دقت محاسبه شود
- ۶۸۵ ۱-۴-۲- حالتی که در آن اندازه هر ادهای خسارات دارای توزیع نمایی است
- ۶۸۷ ۲-۴-۲- حالت قدم‌زدن تصادفی ساده
- ۶۸۹ ۳-۴-۲- حالت حرکت براونی
- ۶۹۰ ۵-۲- رویکرد مارتینگل تعمیم گزاره ۱
- ۶۹۴ ۶-۲- رویکرد تجدید
- ۶۹۴ ۱-۶-۲- اولین مازاد زیر سطح اولیه
- ۶۹۶ ۲-۶-۲- تقریب تجدید
- ۷۰۱ ۳-۶-۲- تخمین کرامر - لاند برگ
- ۷۰۲ ۴-۶-۲- اثبات گزاره ۵ از بخش ۱-۶-۲
- ۷۰۹ ۷-۲- روابط بازگشتی و جنبه‌های محاسباتی
- ۷۱۴ ۳- معیار مرتبط با پرداخت سود سهام قابل توزیع
- ۷۱۶ ۱-۳- یک مدل کلی
- ۷۱۹ ۲-۳- حالت قدم‌زدن تصادفی ساده
- ۷۲۴ ۳-۳- یافتن یک راهبرد بهینه
- ۷۲۷ ۴- تمرین‌ها