

روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده

تألیف:

John P. Wolf

ترجمه و تدوین:

ساسان محاسب

سرشناسه	: ولف، جان پی.، ۱۹۳۸ - م Wolf, John P
عنوان و نام پدیدآورنده	: روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده / تألیف: [جان. پی. ولف]؛ ترجمه و تدوین: ساسان محاسب.
مشخصات نشر	: تهران: تمثیل، ۱۳۹۱.
مشخصات ظاهری	: ۴۹۲ ص.: تصویر، جدول؛ وزیری.
شابک	: ۲۰۰۰۰۰ ریال ۴ - ۲۲ - ۲۸۹۰ - ۹۶۴ - ۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا.
یادداشت	: عنوان اصلی: The scaled boundary finite element method.
موضوع	: روش المان های محدود
موضوع	: روش المان های مرزی
شناسه افزوده	: محاسب، ساسان، ۱۳۳۵ - ، مترجم.
رده بندی کنگره	: ۹ ۱۳۹۱ ر ۸ و ۳۴۷/ TA
رده بندی دیویی	: ۶۲۰/۰۰۱۵۱۵۳۵
شماره کتاب شناسی ملی	: ۲۹۳۴۲۰۶

ناشر: انتشارات تمثیل

روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده

John P. Wolf

ترجمه و تدوین: ساسان محاسب

ویراستار: آرش نیری

امور فنی و هنری: مهناز عزب دفتری

نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۱

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

شابک: ۴ - ۲۲ - ۲۸۹۰ - ۹۶۴ - ۹۷۸

قیمت: ۲۰۰۰۰ تومان

حق چاپ برای صاحب اثر محفوظ است.

آدرس انتشارات: تهران، میدان انقلاب، خیابان دانشگاه، خیابان وحید نظری، بین فخر رازی و دانشگاه، ساختمان ۶۱.

طبقه دوم، واحد ۸۲۴: — تلفن: ۶۶۹۶۱۵۹۶ - ۶۶۴۸۰۶۹۵

- **Disclaimer**

No responsibility is assumed by Publisher nor by the Proprietor for any injury and/or damage to persons or Property as a result of any actual or alleged libelous Statements, infringement of intellectual property or Privacy rights, or otherwise, or from any use or Operation of any ideas. Instructions, procedures, Products or methods contained in the material therein.

- **Copyright**

All Rights Reserved: No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, scanning or otherwise, except under the terms of the Copyright, Designs and Patents Act 1988 or under the terms of a licence issued by the copyright Licensing Agency Ltd, 90 Tottenham Court Road, London W1T 4LP, UK, without the permission in writing of the Publisher. Requests to the Publisher should be addressed to the Permissions Department, John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England, or emailed to permreq@wiley.co.uk, or faxed to (+44)1243 770620.

- **Agreement**

This edition of Scaled Boundary Finite Element Method by John P. Wolf is published by arrangement with John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England.

- **Translation**

This translation was undertaken by Dr. Sassan Mohasseb, SMTEAM GmbH, CH-8706 Meilen, Switzerland.

ISBN 0 471 48682 5

فهرست مطالب

مقدمه مترجم	ش
پیشگفتار	ض
مقدمه مؤلف	ظ
۱ مبانی تحلیل عددی	۱
۱ - ۱ مسئله فیزیکی، مدل ریاضی و حل عددی آن	۲
۲ - ۱ معادله لاپلاس برای جابه‌جایی‌های عمود بر مقطع صفحه برشی	۳
۳ - ۱ روش باقیمانده‌های وزنی	۸
۴ - ۱ روش اجزای محدود	۱۴
۵ - ۱ روش اجزای مرزی	۳۲
۶ - ۱ نگاهی اجمالی به روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده	۵۱
۲ روش محاسباتی خلاقانه	۶۵
بخش اول مسئله مدل: جزء خطی برای معادله موج اسکالر	
۳ مفاهیم انتقال مرز مقیاس‌شده هندسه و تشابه	۷۵
۴ گوه کامل و گوه ناقص نیمه‌نامحدود ورق برشی	۸۱
۵ استنتاج بر پایه انتقال مرز مقیاس‌شده	۸۵
۵ - ۱ انتقال مرز مقیاس‌شده هندسه	۸۵
۵ - ۲ معادلات حاکم در مختصات مرز مقیاس‌شده	۹۰
۵ - ۳ روش باقیمانده‌های وزنی	۹۱
۵ - ۴ ماتریس سختی دینامیکی	۹۷
۶ استنتاج بر پایه اصول مکانیک	۱۰۳
۶ - ۱ ماتریس سختی دینامیکی در مرزهای مشابه	۱۰۶
۶ - ۲ ماتریس ضرایب	۱۰۸
۶ - ۳ سرهم‌بندی سلول جزء محدود و حوزه	۱۱۶
۶ - ۴ حد تحلیلی عرض سلول جزء محدود	۱۱۸
۷ مدل‌سازی اجزای محدود تک‌خطی	۱۲۷
۸ استاتیک	۱۴۱
۸ - ۱ بار حجمی صفر	۱۴۱
۸ - ۲ بار حجمی غیر صفر	۱۴۳

۹	جرم گوه.....	۱۴۷
۱۰	بسط مجانب فرکانس بالا برای سختی دینامیکی گوه بریده شده نیمه بی نهایت.....	۱۴۹
۱۱	حل عددی سختی دینامیکی، پاسخ ضربه واحد و تغییر مکان گوه ...	۱۵۳
۱۱ - ۱	سختی دینامیکی.....	۱۵۴
۱۱ - ۲	پاسخ ضربه واحد.....	۱۵۵
۱۱ - ۲ - ۱	تبدیل معکوس سری فوریه.....	۱۵۶
۱۱ - ۲ - ۲	جداسازی زمانی.....	۱۵۹
۱۱ - ۳	جابه جایی.....	۱۶۱
۱۲	حل تحلیلی در حوزه فرکانس.....	۱۶۵
۱۲ - ۱	جابه جایی.....	۱۶۶
۱۲ - ۲	سختی دینامیکی گوه.....	۱۷۲
۱۲ - ۳	سختی دینامیکی گوه بریده شده نیمه بی نهایت.....	۱۷۲
۱۲ - ۴	جابه جایی نقاط دور.....	۱۷۵
۱۳	کاربرد.....	۱۷۷
۱۴	جمع بندی.....	۱۸۱
۱۴ - ۱	استنتاج.....	۱۸۱
۱۴ - ۲	رویه حل مسئله.....	۱۸۲
۱۴ - ۳	ویژگی و مزایا.....	۱۸۴
پیوست الف	مدل سازی جامدات.....	۱۸۷
پیوست ب	حرکت هارمونیک و انتقال فوریه.....	۱۹۳
پیوست پ	اندرکنش دینامیکی سازه - محیط بی کران.....	۲۰۳
پیوست ت	تاریخچه.....	۲۱۱

بخش دوم الاستودینامیک، استاتیک و انتشار دوبعدی و سه بعدی

۱۵	رابطه های بنیادی.....	۲۱۷
۱۵ - ۱	مفهوم برجسته.....	۲۱۷
۱۵ - ۲	رابطه های حاکم الاستودینامیک در مختصات مرزی مقیاس شده.....	۲۲۲
۱۵ - ۳	روش باقیمانده های وزنی.....	۲۳۰
۱۵ - ۴	ماتریس سختی دینامیکی.....	۲۳۷
۱۵ - ۵	معادلات الاستودینامیک دوبعدی.....	۲۴۱

۱۵ - ۶	معادلات انتشار.....	۲۴۷
۱۵ - ۷	استنتاج روابط بر پایه اصول کار مجازی.....	۲۵۵
۱۶	استاتیک.....	۲۶۱
۱۶ - ۱	بارهای حجمی صفر شونده.....	۲۶۴
۱۶ - ۲	محیط بی کران دوبعدی.....	۲۶۹
۱۶ - ۳	بار حجمی.....	۲۸۳
۱۶ - ۴	انواع بارهای حجمی.....	۲۸۷
۱۶ - ۱ - ۱	بار متمرکز.....	۲۸۷
۱۶ - ۲ - ۲	بار حجمی تابعی از مؤلفه شعاعی.....	۲۹۰
۱۶ - ۵	تنش اولیه.....	۲۹۴
۱۷	ماتریس جرم محیط کران دار.....	۲۹۷
۱۷ - ۱	الاستودینامیک.....	۲۹۷
۱۷ - ۲	انتشار.....	۳۰۳
۱۸	بسط مجانب فرکانس بالای سختی دینامیکی محیط بی کران.....	۳۰۷
۱۹	حل عددی سختی دینامیکی، پاسخ ضربه واحد و جابه جایی محیط بی کران.....	۳۱۷
۱۹ - ۱	سختی دینامیکی.....	۳۱۸
۱۹ - ۲	پاسخ ضربه واحد.....	۳۲۰
۱۹ - ۲ - ۱	تبدیل فوریه معکوس.....	۳۲۰
۱۹ - ۲ - ۲	جداسازی زمان.....	۳۲۳
۱۹ - ۳	جابه جایی.....	۳۲۶
۲۰	پاسخ تحلیل در حوزه فرکانس.....	۳۲۹
۲۰ - ۱	جابه جایی.....	۳۳۰
۲۰ - ۲	سختی دینامیکی محیط کران دار.....	۳۳۸
۲۰ - ۳	سختی دینامیکی محیط بی کران.....	۳۴۰
۲۰ - ۴	جابه جایی نقاط حوزه دور.....	۳۴۳
۲۱	مطالب تکمیلی.....	۳۴۵
۲۱ - ۱	تغییر مشخصات مصالح در مؤلفه شعاعی.....	۳۴۶
۲۱ - ۲	الاستودینامیک تراکم ناپذیر.....	۳۵۴
۲۱ - ۳	مجموعه کاهش یافته توابع پایه.....	۳۵۵
۲۱ - ۴	محیط بی کران دوبعدی لایه ای.....	۳۵۷
۲۱ - ۵	منشور سه بُعدی بی کران با مقطع غیرهمگن.....	۳۵۹

۲۲	زیرساختار سازی.....	۳۶۳
۲۳	مثال‌هایی برای محیط کران‌دار.....	۳۶۹
۲۳- ۱	ورق ناهمسان‌گرد لبه ترک‌دار با محور مصالح چرخیده تحت برش.....	۳۷۰
۲۳- ۲	ورق دو جنسی لبه ترک‌دار تحت کشش.....	۳۷۲
۲۳- ۳	ورق دوجنسی ناهمسان‌گرد با ترک عمود بر و پایان‌یافته تا وجه مشترک.....	۳۷۴
۲۳- ۴	ورق دایره‌ای ناهمسان‌گرد با ترک مرکزی.....	۳۷۶
۲۳- ۵	ورق دوجنسی ناهمسان‌گرد با ترک مرکزی تحت کشش.....	۳۷۸
۲۳- ۶	ضریب شدت تنش دینامیکی.....	۳۷۹
۲۳- ۷	ورق دوجنسی با تکیه‌ی شار در انتشار.....	۳۸۲
۲۳- ۸	ی سطحی روی نیم‌صفحه با بارگذاری ناپیوسته.....	۳۸۶
۲۴	مثال‌هایی برای محیط بی‌کران.....	۳۹۱
۲۴- ۱	پی منشوری مدفون در نیم‌فضا.....	۳۹۲
۲۴- ۲	حفره کروی مدفون در فضای کامل.....	۳۹۹
۲۴- ۳	حرکت درون صفحه گوه نیمه بی‌نهایت.....	۴۰۴
۲۵	برآورد خطا و انطباق‌پذیری.....	۴۰۷
۲۵- ۱	برآورد خطا در تحلیل عددی.....	۴۱۰
۲۵- ۲	تنش بازیابی‌شده در روش اجزای محدود.....	۴۱۱
۲۵- ۳	بازیابی تنش در روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده.....	۴۱۵
۲۵- ۴	برآورد خطا در روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده.....	۴۱۹
۲۵- ۵	مثال برای بازیابی تنش و برآورد خطا.....	۴۲۳
۲۵- ۵- ۱	ورق نامحدود با سوراخ دایره‌ای تحت کشش محوری.....	۴۲۳
۲۵- ۵- ۲	مدل کران‌دار.....	۴۲۴
۲۵- ۵- ۳	مدل بی‌کران.....	۴۲۹
۲۵- ۶	تطابق‌پذیری سلسله‌مراتبی h.....	۴۳۲
۲۵- ۷	مثال‌هایی برای انطباق‌پذیری.....	۴۳۶
۲۵- ۷- ۱	ورق با دو سوراخ مربعی تحت کشش تک‌محوری.....	۴۳۶
۲۵- ۷- ۲	پی استوانه‌ای مدفون در نیم‌فضا.....	۴۳۹
۲۶	نتیجه‌گیری.....	۴۴۵
	مراجع.....	۴۵۷
	فهرست راهنما.....	۴۶۱
	پیوست فصل ۲۵. ورق‌ها.....	۴۶۵

مقدمه مترجم

برای مدل سازی اثر خاک و بررسی اندرکنش آن با محیط در سازه های مهم مثل سدها، سازه های بلند، تونل ها و نیروگاه ها بایستی از روش های تحلیلی دقیق همانند روش اجزای محدود یا اجزای مرزی استفاده نمود. شرایط مرزی خاک به عنوان یک ناحیه بی کران، با استفاده از مدل های اجزای محدود به درستی ارضا نمی شود و احتیاج به یک مدل بزرگ و حجم حافظه قابل توجه رایانه ای و زمان تحلیل زیاد دارد. برای مثال، به منظور مدل کردن محیط خاکی در پروژه های بهسازی لرزه ای هتل آزادی و هتل استقلال در تهران (به مدیریت مهندسی و اجرایی اینجانب) با روش اجزای محدود، نیاز به مدلی با حجم ۳ میلیون جزء بود که با توجه به ابزار در دسترس مقرون به صرفه نبوده است. از طرف دیگر، در مدل های اجزای مرزی نیز به یک حل بنیادی نیاز است که برای بیشتر مسائل، این حل وجود ندارد.

برای حل دقیق مسئله اندرکنش خاک و سازه، شیوه جایگزین جدیدی به نام اجزای محدود مرزی مقیاس شده (SBFEM) در دانشگاه صنعتی سونیس ETH زوریخ توسعه پیدا کرد. این روش که یک شیوه اجزای محدود بر پایه اجزای مرزی است، در پروژه های مذکور (دو هتل بزرگ تهران) مورد استفاده قرار گرفت. روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده با تلاش های محاسباتی خیلی کمتر نسبت به روش اجزای محدود و اجزای مرزی محیط نامحدود، خاک را به صورت دقیق مدل می کند، لذا صرفه جویی قابل توجهی در زمان و هزینه تحلیل مسائل اندرکنشی بزرگ در پی خواهد داشت. علاوه بر این، روش مذکور در تحلیل مسائل مکانیک شکست، تمرکز تنش در نوک ترک، مسئله انتشار و تحلیل دینامیکی اندرکنش خاک - سازه کاربرد دارد که در متن کتاب با مثال های مختلف به آنها اشاره شده است.

با توجه به منابع آموزشی و کاربردی بسیار محدود در زمینه آشنایی با روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده، کتاب حاضر که حاصل زحمات پروفسور جان. پ. ولف می باشد، از ساختار مناسبی برخوردار بوده و ضمن تشریح کامل مبانی روش و ارائه مثال های کاربردی در زمینه های مختلف،

می‌تواند به‌عنوان یک مرجع آموزشی مهم مورد استفاده قرار گیرد. در این راستا تصمیم بر این شد که کتاب مذکور ترجمه گردد تا از طریق تدریس و ارتباط دانشجویان و اساتید با این روش تحلیلی، تلاشی جهت اشاعه و توسعه آن در کنار روش‌های تحلیل عددی موجود بین قشر محقق صورت گرفته باشد. مطالعه و آشنایی با روش ارائه شده در این کتاب برای دانشجویان کارشناسی ارشد و دکترای عمران در گرایش‌های سازه و خاک و پی و به‌خصوص در مواردی که مسئله اندرکنش استاتیکی و دینامیکی خاک و محیط در سازه‌های بزرگ مطرح است یا مسائل مکانیک شکست و ترک‌خوردگی سازه‌ها توصیه می‌شود. اینجانب نیز دوره این روش را در چندین دانشگاه ایران براساس محتوی کتاب حاضر تدریس نموده‌ام که نتیجه آن نیز برای دانشجویان جهت کاربرد در پروژه‌های تحقیقاتی و تحلیلی‌های عددی رضایت‌بخش بوده است.

در اینجا لازم می‌دانم از خانم الهه جعفری که در ترجمه فارسی کتاب زحمات زیادی را کشیده و همکاری بسزایی داشته‌اند قدردانی نمایم از آقای دکتر آرش نیری که ویرایش کتاب را با دقت بسیار بر عهده گرفتند سپاس‌گذاری می‌نمایم.

همچنین قدردان جناب آقای مهندس حبیب مکارم، پسرعمه گرمی‌ام در شیراز، به‌خاطر پیشنهادات ارزشمندشان برای تصحیح و ویراستاری کتاب هستم. از پروفسور جان. پ. ولف استاد راهنمای پایان‌نامه دکترای اینجانب در دانشگاه ETH برای حمایت‌های مداوم در طول ۲۵ سال کمال تشکر را دارم.

در پایان از خانم مهناز عزب‌دفتری و همکارانش که امورات فنی و هنری کتاب و چاپ آن را با دقت و کیفیت بالا صمیمانه به‌انجام رسانیدند، تشکر می‌نمایم. در صورت وجود هرگونه ابهام یا سؤال در رابطه با محتوی و مطالب کتاب یا وجود ایرادات احتمالی می‌توانید با آدرس ایمیل اینجانب مکاتبه نمایید.

ساسان محاسب

دکترای مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی ETH زوریخ

کارشناسی ارشد - دانشگاه استنفورد

smteam@gmx.ch

آبان ۱۳۹۱، تهران

پیش‌گفتار

در ابتدای قرن ۲۱ انواع مختلف مسائل مکانیک جامدات و به‌طور کلی مسائل مکانیک پیوسته که به‌صورت ریاضی فرمول‌بندی شده‌اند، بسیار بزرگ و پیچیده است. مدل‌هایی وجود دارد که رفتار مکانیکی هر نوع مصالحی را تحت شرایط متنوع بارگذاری ارائه می‌کنند. رفتارهای الاستیک، پلاستیک، ویسکوالاستیک و دیگر رفتارهای مصالح همسان یا ناهمسان تحت بارهای استاتیکی یا دینامیکی، توسط سیستم معادلات دیفرانسیل جزیی یا انتگرالی ارائه می‌شوند. فرمول‌بندی‌های مسائل مربوط به مصالح جدید، گسیختگی، برخورد، خستگی و سایر رفتارهای سازه‌ای، شناخته‌شده هستند. با این حال، حل دقیق این فرمول‌بندی‌های ریاضی در اکثر حالات مجهول بوده و تنها چند حالت بنیادی با هندسه و شرایط مرزی ساده می‌توانند به‌صورت تحلیلی حل شوند.

تنها روش واقع‌بینانه در حل مسائل مکانیک جامدات، جداسازی است. در ابتدا، این عمل با ارائه جواب برحسب تعداد متناهی از پارامترهایی که ضرایبی از بسط سری مجانب بوده و در روش کلاسیک تحلیل خمش صفحه مستطیلی رخ می‌دهد، انجام می‌شده است. در ادامه، با استفاده از یک سری توابع شکل انتخاب شده که در طول دامنه امتداد دارند انجام می‌گردید. در این روش، مانند روش Trefftz، دامنه این توابع به عنوان مجهول مسئله در نظر گرفته می‌شود. ایده جدیدی با روش تفاضل محدود به‌وجود آمد که عنوان می‌کرد متغیر میدان برحسب مقادیرش در تعدادی نقاطی که در دامنه به‌طور مساوی تقسیم شده‌اند، بیان گردد. معادله حاکم و مشتق‌های تخمینی آنها، در هر نقطه داخلی اعمال می‌شود. روش اجزای محدود یک گام جلوتر به سمت جداسازی بیش می‌برد. نه تنها متغیر میدان برحسب مقادیرش در یک سری نقاط بیان می‌شود، که دامنه نیز به اجزاهایی تقسیم شده و توابع بنیادی محلی برای درون‌یابی استفاده می‌شوند.

روش اجزای محدود در طی چهل سال بهبود پیدا کرد تا تبدیل به روشی برای حل تقریباً هر مسئله مکانیک محیط پیوسته که برای آن فرمول‌بندی وجود دارد، شود. در این راستا، ایده‌های نوینی نظیر فرمول‌بندی بدون شبکه‌بندی، پیشرفت‌های جدیدی از اصل جداسازی دامنه هستند. با وجود این حقیقت که روش اجزای محدود روشی توانا، کلی و با قابلیت به‌کارگیری برای هر نوع مسئله مکانیک جامدات است، مشکلاتی در مسائل خاص نظیر تحلیل دینامیکی محیط‌های بزرگ و بی‌کران، انتشار ترک، برخورد و دیگر مسائل تمرکز تنش به همراه دارد. این مشکلات به‌همراه فرآیند کسل‌کننده جداسازی اجزای محدود، باعث ابداع روش اجزای مرزی می‌گردد که در این شرایط،

معادلات حاکم بر مسئله مقدار مرزی، به شکل معادلات انتگرال مرزی بیان می‌شوند. در نتیجه، جداسازی متغیر میدان به مرز دامنه محدود خواهد شد. اجزاها، گره‌ها، توابع شکل و عوامل بنیادی دیگر روش اجزای محدود، جزیی از روش اجزای مرزی هستند، اما به مرز مقید می‌باشند. مزیت بزرگ این روش یعنی کاهش بعد مسئله به یک، برای دامنه‌های نامحدود و بزرگ کاملاً آشکار است. مسائل مرتبط به انتشار ترک یا مکانیک برخورد نیز از مزایای مشهود محدود کردن جداسازی به مرز دامنه می‌باشند.

این واقعیت که روش المان محدود برای مسائل خاص مکانیک محیط پیوسته با مشکلاتی همراه بوده و کمبودهایی دارد، نه تنها باعث گستردگی استفاده از روش اجزای مرزی در آن زمینه‌ها می‌شود، بلکه زمینه را برای ظهور سایر روش‌های عددی فراهم می‌کند. روش نوین ارائه‌شده توسط جان. پ. ولف در این کتاب، گام دیگری در جهت‌دهی به روش‌های عددی برای غلبه بر مشکلات روش اجزای محدود است. روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده، جهت حل انواع خاص مسائل مکانیک محیط پیوسته مناسب بوده و ضمن برخورداری از مزایای هر دو روش اجزای محدود و اجزای مرزی، موانع آنها را برطرف می‌کند. مسلماً این روش محدودیت‌های خاص خود را دارد که باعث می‌شود تنها بر تعدادی مسائل مکانیک محیط پیوسته مشخص اما مهم تمرکز داشته باشد. محققین و مهندسان علاقه‌مند به تحلیل مسائل اندرکنش خاک - سازه، انتشار، مکانیک شکست و زمینه‌های دیگر می‌بایست علاوه بر آشنایی با این روش، از مزیت‌های آن استفاده نموده و برای بهره‌برداری در سایر زمینه‌ها تلاش نمایند. این روش قابل اعمال به هر مسئله مکانیک محیط پیوسته است که معادلات دیفرانسیل جزیی بر تحلیل آن حاکم باشند. در این روش نیمه‌تحلیلی، یک روند مقیاس‌بندی در جهت شعاعی اعمال شده تا جداسازی را به راستای محیطی محدود نماید.

کتاب‌های زیادی در ارائه این روش برای حل مسائل مهندسی وجود ندارد. این کتاب نیز نتیجه تلاش‌های متمادی و خلاقیت بی‌نظیر نویسنده به سرانجام رسیده است. در تلاش برای به‌دست آوردن روشی برای حل مسائل دینامیکی اندرکنش خاک - سازه، (همان‌طور که در کتاب مدل‌سازی اجزای محدود محیط بی‌کران، Wiley، ۱۹۹۶) نویسنده روشی را ابداع نمود که در طیف وسیعی از مسائل با محیط‌های محدود و نامحدود از مسائل مهندسی بسط می‌یابد. انتظار می‌رود که در آینده پیشرفت‌های بیشتری در توسعه و تکمیل این روش نوین محاسباتی رخ دهد.

Jose Dominguez

دانشگاه سویل، اسپانیا

مقدمه مؤلف

پُرکاربردترین روش محاسباتی در مکانیک جامدات و بسیاری دیگر از زمینه‌های مهندسی و فیزیک، روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی هستند. برای مثال در استاتیک، حل پیوسته مجهول با معادلات جبری بر حسب پارامترهای معرف حل تخمینی، جایگزین می‌شود. هر دو روش، ویژگی‌ها، معایب و مزایای خاص خود را دارند. از آنجایی که این کتاب برای تحلیل‌گران عددی باتجربه در زمینه‌های خاص جذاب است، ارائه توصیف فنی مبسوط‌تر از روش نوین به همراه انگیزه برای ارتقای آن در مقدمه مناسب است. کسانی که با تحلیل عددی آشنایی دارند می‌توانند از شش پاراگراف اول بگذرند. لازم است اشاره شود که روش نوین اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده، مزایای هر دو روش اجزای محدود و اجزای مرزی را ترکیب نموده و همچنین ویژگی‌های منحصر به فرد خود را نیز دارا می‌باشد که در ادامه تشریح می‌گردد.

در روش اجزای محدود، دامنه به اجزایی که هم‌پوشانی نداشته باشند جداسازی می‌شود. به عنوان مثال در هر کدام از این اجزاء، توابع شکل به فرم چندجمله‌ای، جابه‌جایی‌ها را درون‌یابی می‌کنند. انتگرال عددی استاندارد از این توابع منظم، به تخمین ساده‌ای از رفتار هر جزء منجر می‌گردد که شامل ماتریس‌های جرم و سختی دینامیکی (مقتارن) است. سپس پاسخ‌های محلی، با اعمال معادلات سازگاری و تعادل، سرهم‌شده و مدل کلی را تشکیل می‌دهند. انعطاف‌پذیری زیادی در بیان هندسه و مشخصات مصالح در این روش وجود دارد. برای یک محیط بی‌کران، روش اجزای محدود قادر به ارضای دقیق شرایط مرزی در بی‌نهایت نیست. روش جداسازی فضایی بر یک مرز مصنوعی، جایی که دامنه بریده‌شده بیرون از مرز تا بی‌نهایت تنها می‌تواند به صورت تخمینی بیان شود، خاتمه می‌یابد.

در روش اجزای مرزی، تنها مرز محیط به صورت فضایی به اجزا جداسازی می‌شود که منجر به کاهش بعد فضایی به یک می‌گردد که عمل تلاش محاسباتی و تعداد مجهول‌ها را کاهش می‌دهد. اگرچه لازم است یک حل بنیادی که باید معادله دیفرانسیل حاکم در دامنه را ارضا نماید، وجود داشته باشد. این حل تحلیلی که تکیه به وجود می‌آورد، گاهی می‌تواند بسیار پیچیده باشد. در هر جزء مرزی، توابع شکل در فرم چندجمله‌ای‌ها، جابه‌جایی‌ها و تنش‌های سطحی را درون‌یابی می‌کنند. انتگرال‌های عددی فضایی از این چندجمله‌ای‌ها با حل بنیادی شامل تکیه‌ها، منجر به ماتریس نامقتارن ضرایب می‌گردد. از آنجایی که حل بنیادی شرایط مرزی در بی‌نهایت را به طور دقیق ارضا

می‌کند، روی اجزای مرزی، برای مدل کردن محیط بی‌کران بسیار مناسب است.

به‌طور کلی، روش اجزای محدود و اجزای مرزی، با کاهش اندازه اجزا به حل دقیق همگرا می‌شوند و در همگرایی آرام بوده و نزدیک به نقطه تکینی تنش که اطراف نوک ترک در مکانیک شکست رخ می‌دهد، قرار دارد، زیرا هر دو روش برای درون‌یابی جابه‌جایی‌ها از توابع چندجمله‌ای استفاده می‌کنند. جهت دستیابی به دقت قابل قبول، به روش‌های خاص و تعداد بیشتر جزء محدود یا جزء مرزی نیاز است.

در اکثر موارد کاربردی، شکل مرز، تغییرات خصوصیات مصالح، تغییرات بارهای درون دامنه و شرایط مرزی محیط، مانع از امکان حل تحلیلی معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم می‌گردد. با این حال، اگر معادلات دیفرانسیل معمولی بر مسئله فیزیکی حاکم باشند، در موارد مهم، روش‌های کلاسیک ریاضی می‌تواند منجر به حل تحلیلی دقیق برای متغیر مستقل شود. به‌عنوان مثال، در مسائل متقارن یک‌بعدی، معادلات دیفرانسیل معمولی حاکم در جهت شعاعی می‌تواند به‌طور دقیق حل شود، در حالی که در مسئله سه‌بعدی امکان حل تحلیلی وجود ندارد. جهت به‌کارگیری این مزیت، حتی در مسائل نامتقارن، یک سیستم مختصات شامل یک امتداد شعاعی و دو راستای محلی محیطی (موازی با مرز) معرفی می‌شود. معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم به‌این سیستم مختصات انتقال می‌یابند. مرز در راستای شعاعی با اجزای محدود سطحی جداسازی شده و معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم را به معادلات دیفرانسیل معمولی در جهت شعاعی کاهش می‌دهد. ضرایب معادلات دیفرانسیل معمولی توسط تخمین اجزای محدود در امتداد محیطی تعیین می‌شوند، سپس معادلات دیفرانسیل معمولی در امتداد شعاعی به‌صورت تحلیلی حل می‌شوند. بنابراین یک روش نوین به‌نام روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده که دارای ترکیبی از مزایای هر دو روش می‌باشد، ارائه شده است. این روش یک روند نیمه‌تحلیلی برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی (خطی) می‌باشد. در راستاهای محیطی (موازی با مرز)، جایی که رفتار در آن نرم است، تخمین وزن‌های باقیمانده از اجزای محدود اعمال می‌شود که منجر به همگرایی در تحلیل پاسخ‌ها می‌گردد و در راستای شعاعی نیز حل دقیق است. برای یک محیط کران‌دار، مختصات شعاعی از مرز به سمت داخل قرار می‌گیرد، به‌گونه‌ای که در حضور تکینی‌ها، حل تحلیلی اجازه می‌دهد عامل شدت تنش به‌طور مستقیم محاسبه شود. برای محیط بی‌کران، مختصات شعاعی از مرز به سمت بی‌نهایت قرار می‌گیرند، به‌گونه‌ای که شرایط مرزی در بی‌نهایت (شرایط تابش) می‌تواند به‌طور دقیق در حل تحلیلی به‌کار گرفته شود.

ویژگی‌های مختصری که در مورد روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی بیان شد، نشان می‌دهد که هر دو روش مزایایی دارند. ترکیب کردن این مزایا منجر به ارائه روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده می‌گردد، به‌بیان دیگر، روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده، محاسن هر دو روش مذکور را دارا می‌باشد، در حالی که اکثر ویژگی‌های جذاب هر دو روش حفظ شده‌اند. از مزایای

این روش آن است که به حل بنیادی نیاز نمی‌باشد، (بنابراین کاربرد روش برای مصالح غیرهمسان بدون افزایش دشواری تحلیل گسترش یافته است) از ایجاد انتگرال‌های تکین پرهیز می‌شود، از آنجا که تنها مرز با اجزای سطحی جداسازی می‌شود، بعد فضایی مسئله به یک کاهش یافته و متناسب با آن آماده‌سازی داده‌ها و تلاش محاسباتی نیز کاهش می‌یابد، شرایط مرزی در بی‌نهایت به‌طور دقیق ارضا می‌شود و همچنین علاوه بر تخمین اجزای سطحی روی مرز، هیچ تخمین دیگری معرفی نمی‌گردد. علاوه بر این، روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده ویژگی‌های جذاب خود را داراست؛ از جمله اینکه یک حل تحلیلی درون دامنه به دست می‌آید که اجازه می‌دهد عامل‌های دقیق شدت تنش به‌طور مستقیم تعیین شوند و همان‌طور که تشریح خواهد شد، هیچ‌گونه جداسازی فضایی از مرزهای آزاد و گیردار بین مصالح مختلف لازم نیست.

به‌طور خلاصه، روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده، یک روش اجزای مرزی بدون جواب و نیمه‌تحلیلی بر پایه روش اجزای محدود است. با توجه به ترجمه عنوان مقاله مشهور پروفیسور Zienkiewicz، سعادت هر دو عالم به روش قابل دستیابی است؛ با استفاده از روش‌های عددی و تحلیلی و با استفاده از روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی در روندهای حل عددی.

روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده طی سال‌های اخیر برای محیط‌های کران‌دار و بی‌کران توسعه داده شد تا بتواند الاستودینامیک و مسئله انتشار را به‌عنوان مثال‌هایی از حل معادلات دیفرانسیلی حاکم خطی توصیف نماید. همچنین علاوه بر شرایط استاتیکی، هر دو روش تحلیل در حوزه‌های زمان و فرکانس، مورد بررسی قرار گرفته‌اند و روش استنتاج ارائه شده است. روش استنتاج بر مبنای اصول مکانیک که در ابتدا توسعه یافته و سرهم‌بندی اجزای محدود و تشابه را بر اساس اصول مکانیک می‌کند، و به‌روش جدید به نام «روش سائل جزء محدود بسیار کوچک سازگار» منجر می‌گردد. روش استنتاج دیگری که اخیراً بر مبنای تبدیل مرز مقیاس‌شده توسعه یافته تا روند حل مسئله را ساده و مؤثرتر نماید، از معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم آغاز می‌کند. سپس روش وزن‌های باقیمانده اعمال می‌شود که از نظر ریاضی جذاب‌تر بوده و با تکنولوژی اجزای محدود امروزی سازگارتر است. با توسعه این روش عملکرد آن در مجله‌های تخصصی منتشر شده که نتایج بخشی از این مطالعات جدید نیز در بخشی از کتاب ارائه شده است.

کتاب پیش رو در ارتباط با روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده دو هدف را دنبال می‌کند که می‌توانند به‌طول مستقل مورد توجه باشند. در بخش دوم، روش‌های استنتاج و حل معادلات بنیادی (که شامل کاربردها در زمینه‌های ذکر شده در بالا برای حالت کلی و با جزئیات کامل می‌باشد) به‌عنوان هدف اول آورده شده است. از آنجا که برای یک دانشجوی یا مهندس با تخصص واحد لازم نیست با چنین شرح گسترده و کاملی مواجه شود، مطالب ابتدایی، به‌عنوان هدف دوم، در بخش اول این کتاب آمده است. این بخش یک متن پایه و بدون نیاز به پیش‌زمینه است که در عین حال تمامی وجوه مطلب را پوشش می‌دهد، گرچه ارتباطات با روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی نیز

می‌بایست آشکار شود. توانایی روش محدود نباید در کاربردی خاص و کوچک قرار گیرد و در عین حال می‌بایست امکان یک تفسیر فیزیکی کلی را فراهم آورد. بخش ابتدایی جهت ایجاد جذابیت برای دانشجو، خودمحتوی می‌باشد. لازم است بخش ابتدایی شامل معرفی مختصری از تحلیل عددی باشد و همچنین برای خواننده با تجربه در روش اجزای محدود یا اجزای مرزی، این امکان را فراهم کند که با کمترین مشکل به ویژگی‌های منحصر به فرد روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده پی ببرد. پس از کنکاش در مراجع تخصصی مشخص شد که خواننده می‌تواند در زمینه حرفه‌ای خود به این روش تسلط یابد. در متن این کتاب ارائه دفترچه راهنمایی شامل مجموعه قوانین حل عددی تقریبی مورد انتظار نیست. در این راستا قانون مشهور پل لایت (جایی برای پرسش نیست، می‌بایست انجام داد یا مرز بعد از لرد تنیسون؛ سال ۱۸۹۲ - ۱۸۰۹) نباید پیروی شود. مهم آن است که توصیفی از اصول پایه وجود داشته باشد تا روش عددی بر پایه آن به‌دست آید. این کار سبب می‌شود خواننده درک بهتری داشته که منجر به بسط و اعمال روش به مسائل مشکل به شکل مناسب و صحیح می‌گردد.

همان‌طور که اشاره شد، برای دستیابی به این دو هدف، یک بخش مقدماتی نوشته شده که دو مقاله کنفرانس را بسط می‌دهد. یک مسئله مدل که درک آن ساده بوده و ساده‌ترین مسئله انتشار موج نیز مورد بررسی قرار گرفته که تمامی ویژگی‌های مورد نیاز را دارا می‌باشد. به عنوان مثال معادله موج اسکالر در دو بعد از این ویژگی‌هاست که نقش اساسی را در بسیاری از مسائل مهندسی و فیزیکی ایفا می‌کند. برای به‌دست آوردن معادلات حاکم و روند گام به گام حل مسئله با جزییات مفصل، از یک گوه به عنوان محیط کران‌دار و از یک گوه نیمه‌بی‌نهایت بریده‌شده به عنوان محیط بی کران استفاده شده است. خواننده می‌تواند تمامی وجوه توسعه و کاربرد مسئله مدل را بدون نیاز به محاسبات و یادداشت خاصی دنبال کند. این موارد در فصل‌های ۳ تا ۱۴ از بخش اول که در واقع هسته بخش پایه را تشکیل می‌دهند، آورده شده است. جهت تکمیل محتوی کتاب، در فصل ۱ اصول استاندارد تحلیل عددی بحث و ویژگی‌های منحصر به فرد روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده در فصل ۲ آورده شده است. در انتهای بخش دوم، سه پیوست کوچک وجود دارد که درک عمیق‌تری از وجوه خاص مسئله مدل را به‌دست می‌دهند و ارتباطی را با مسائل دو و سه بعدی عمومی استاتیکی، الاستودینامیک و انتشار از بخش دوم برقرار می‌سازند. در فصل‌های ۱۵ تا ۲۲ از بخش دوم، معادلات بنیادی و روش‌های حل برای حالت کلی، با جزییات کامل تشریح شده است. جهت توضیح بیشتر، فصل‌های ۲۳ و ۲۴ به توصیف مثال‌هایی از محیط‌های کران‌دار و بی کران می‌پردازند تا قابلیت انطباق‌پذیری و مزایای این روش را نشان دهند. ارزیابی خطا و انطباق‌پذیری براساس تکنیک بازیابی تنش، در فصل ۲۵ مورد بحث قرار گرفته است. فصل ۲۶ به نتیجه‌گیری و محدودیت‌های این روش جدید (جایی که روشنایی هست، تاریکی نیز هست) و ارائه پیشنهاداتی برای تحقیقات آینده می‌پردازد، بنابراین، بخش دوم تمامی وجود ممکن روش جدید را بیان می‌کند.

انتظار می‌رود اکثر خوانندگان پس از بررسی عمیق استنتاج‌ها و روش‌های حل برای مسئله مدل در بخش اول و با به‌دست آوردن شمای کلی، مطالب مرتبط با تخصص خود را در بخش دوم جستجو کنند. سایر افراد نیز تنها بخش اول را مطالعه نموده و با کسب آشنایی نسبی از این روش خشنود خواهند بود. یک تحلیل‌گر عددی با تجربه می‌تواند مستقیم به مطالعه بخش دوم بپردازد و تنها زمانی مدل مسئله را مطالعه کند که به یک موضوع خاص از کلیات روش نیاز داشته باشد. جهت ساده‌سازی رفت و برگشت بین بخش‌های اول و دوم، تا حد امکان از عنوان‌های مشابهی در فصل‌ها استفاده شده است.

این کتاب براساس تحقیقات و پیشرفت‌های به‌دست آمده حد فاصل سال‌های ۱۹۹۸ - ۱۹۹۴ توسط دکتر چانگمین سانگ می‌باشد. خدمات خلاقانه و قابل توجه او در ویژگی‌های کلیدی و همچنین راهنمایی‌های او قابل تقدیر است. او نویسنده دوم و در بسیاری موارد نویسنده اول مقاله‌های نوشته‌شده در این موضوع در طی این سال‌ها همچنین نویسنده دوم کتاب (مدل‌سازی اجزای محدود محیط بی‌کرنی، انتشارات وایلی؛ ۱۹۹۶) بوده است. این کتاب اصول و نتایج روش سلول جزء محدود بسیار کوچک را بیان می‌کند که نام این کتاب در ابتدا روش جزء محدود مرزی مقیاس‌شده بود. دکتر سانگ، نویسنده دوم، برای انتشار موفق‌تر و با کیفیت بهتر این کتاب کاملاً مناسب بودند، متأسفانه ایشان به دلیل قطع کمک‌هزینه‌های تحقیقات، به یک شرکت مهندسی مشاور سازه‌ای جهت طراحی سقف‌های با پیچیدگی زیاد ملحق شدند.

مشارکت با دکتر اندرو. ج. دیکر از دانشگاه وسترن استرالیا در سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۲، منجر به پیدایش روش ارزیابی خطا و روش‌های انطباق‌پذیر گشت که امکان اثبات کارایی محاسباتی روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده را فراهم نمود، همچنین خدمات شایان ذکر ایشان در بسیاری از زمینه‌ها قابل تقدیر است.

همان‌طور که اشاره شد، بخش اول با فصل‌های ۱ و ۲، برای دانشجویان پیشرفته دوره کارشناسی پیش و سال اول دوره کارشناسی ارشد، می‌تواند به عنوان کتاب درسی در تحلیل عددی به کار رود و به هیچ پیش‌نیازی از دروس ارائه شده در دانشگاه نیاز نیست. علاوه بر این، کتاب حاضر برای یک تحلیل‌گر باتجربه در بسیاری از زمینه‌های مهندسی نظیر مکانیک مهندسی، آکوستیک، مهندسی زلزله، الکترومغناطیس و ریاضیات محاسباتی، می‌تواند این امکان را فراهم آورد که خواننده به روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده در زمینه خاص و کاربرد مناسب آن تسلط یابد و از دانش قبلی خود به نحوه مناسب بهره‌برد. در نهایت، این روش نوین می‌تواند زمینه گسترده‌ای برای تحقیق در زمینه‌های مختلف نظیر مدل‌سازی مسائل با وجود تکیه‌ی تنش و تحلیل اندرکنش دینامیکی سازه - محیط بی‌کرن باشد.

John P. Wolf

جان.پ.ولف

مؤسسه تکنولوژی فدرال سوییس