

بسم الله الرحمن الرحيم

گام‌هایی در نظریه گالوا

www.ketab.ir

دکتر محمد رضا احمدی زند

(عضو هیأت علمی دانشکده ریاضی دانشگاه یزد)

سرشناسه	: احمدی زند، محمدرضا. ۱۳۲۵ -
عنوان و نام پدیدآور	: گام‌هایی در نظریه گالوا / محمدرضا احمدی زند.
مشخصات نشر	: یزد: دانشگاه یزد، ۱۳۹۰.
مشخصات ظاهری	: ۳۱۶ ص.
فروست	: سلسله انتشارات دانشگاه یزد.
شابک	: 978-964-5808-95-0
وضعیت فهرست نویسی	: قیفا
یادداشت	: واژه نامه
یادداشت	: کتابخانه.
موضوع	: نظریه گالوا
شناسیه افزوده	: دانشگاه یزد.
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۰ ۵۲ الف/۲۴۷ QA
رده بندی دیویی	: ۵۱۲/۳
شماره کتابشناسی علی	: ۳۳۲۸۱۶۰

مرکز انتشارات دانشگاه یزد
یزد، صفائیه، بلوار دانشگاه، صندوق پستی ۷۴۱-۸۹۱۹۵، تلفن: ۸۱۲۲۸۴۸ - ۰۳۵۱
دورنگار ۱۲۶-۸۲۰۰ - ۰۳۵۱

عنوان کتاب: گام‌هایی در نظریه گالوا
گردآورنده: دکتر محمدرضا احمدی زند
ویراستار: دکتر محمدکاظم کهدویی
ناشر: انتشارات دانشگاه یزد
لیتوگرافی، چاپ و صحافی: موسسه چاپ و نشر کنکاش، ۶۲۵۸۰۴۹ - ۰۳۱۱
نوبت چاپ: اول
سال چاپ: ۱۳۹۰
شمارگان: ۱۰۰۰
قیمت پشت جلد: ۵۱۰۰۰ ریال
شابک: 978-964-5808-95-0

مرکز بخش: موسسه کتابپروان
تهران، میدان انقلاب، کارگر شمالی، خیابان نصرت، خیابان دکتر قریب، نورسیده به فرصت، پلاک ۷.
تلفن: ۱۵ - ۶۶۵۶۵۱۰ - ۰۲۱

فهرست

پیشگفتار	پ
فصل اول: تعاریف و مفاهیم مقدماتی	
۱.۱ فرمول‌های متعارف محاسبه ریشه‌های یک چندجمله‌ای	۱
۲.۱ حلقه و میدان	۶
۳.۱ فضای برداری و حلقه چندجمله‌ای‌ها	۱۲
فصل دوم: توسیع میدان	
۱.۲ درجه یک میدان	۳۱
۲.۲ توسیع جبری	۳۷
فصل سوم: توسیع‌های نرمال	
۱.۳ توسیع‌های نرمال متناهی	۵۹
۲.۳ میدان‌های متناهی	۶۸
فصل چهارم: توسیع گالوا	
۱.۴ بستار نرمال	۸۲
۲.۴ توسیع‌های جداپذیر	۸۴
۳.۴ نظریه گالوا	۸۷
۴.۴ تناظر گالوا	۹۱
۵.۴ گروه‌های حل شدنی	۱۰۵
۶.۴ حل پذیری توسط رادیکال‌ها	۱۱۰
فصل پنجم: برخی کاربردهای نظریه گالوا	
۱.۵ پیشرفت‌های شهودگرایی در نظریه گالوا	۱۳۳

۲.۵ گروه‌های پروفینیت ۱۴۲

۳.۵ نظریهٔ گالوای دیفرانسیل ۱۶۰

۴.۵ نظریهٔ گالوای اعداد گویا ۱۶۳

پیوست‌ها

پروژه ۱۶۵

کتاب نامه ۱۶۹

واژه‌نامه فارسی به انگلیسی ۱۸۳

فهرست راهنما ۱۹۷

www.ketab.ir

پیشگفتار

این کتاب به دو قسمت تقسیم شده است؛ چهار فصل نخست که با اطلاعات مقدماتی از نظریهٔ گروه، حلقه، و جبر خطی شروع می‌شود و با بررسی نظریهٔ میدان‌های منتهای و نظریهٔ گالوای منتهای خاتمه می‌پذیرد و در آن امکان یافتن فرمولی برای محاسبهٔ ریشه‌های یک چندجمله‌ای بیان می‌شود. بخش دوم به منظور آشنایی و ایجاد انگیزه‌های پژوهشی خواننده با کاربردهای جدید نظریهٔ گالوا آمده است.

در سراسر کتاب از اثبات‌های کوتاه و قابل فهم استفاده شده تا از لحاظ آموزشی، موجبات تسهیل فراگیری نظریهٔ گالوا و کاربردهای آن فراهم گردد.

فصل نخست شامل مطالب بنیادی و اساسی است که با بحثی تاریخی در خصوص یافتن ریشه‌های یک چندجمله‌ای از درجهٔ کمتر از ۵ آغاز می‌شود. بخش دوم به زمینهٔ پیدایش نظریهٔ گروه‌ها و بیان برخی قضایای اساسی و مقدماتی آن می‌پردازد. مفاهیم و احکام اولیه و لازم از حلقه و میدان در بخش سوم آمده است. فضاهای برداری و حلقه چندجمله‌ای‌ها در بخش چهارم مطرح شده‌اند.

در فصل دوم، مفاهیم مقدماتی و اساسی توسیع یا گسترش یک میدان معرفی می‌شوند. در بخش اول این فصل میدان ضرایب یک چندجمله‌ای گسترش می‌یابد تا در آن میدان این چندجمله‌ای دارای ریشه باشد. در بخش دوم این فصل ثابت می‌کنیم اعداد جبری یک زیرمیدان از میدان اعداد حقیقی است و با الهام از خواص اعداد جبری یک توسیع جبری میدان دلخواه را تعریف و ویژگی‌های اساسی آن را بیان خواهیم کرد.

فصل سوم به توسیع‌های نرمال اختصاص یافته است. در بخش اول قضایا و خواص لازم توسیع‌های نرمال آورده شده است. میدان‌های منتهای که علاوه بر کاربرد در نظریهٔ گالوا دارای کاربردهای وسیع در علوم دیگر هستند، در بخش دوم مورد مطالعه واقع شده‌اند.

فصل چهارم به بررسی توسیع گالوا می‌پردازد و در آن ضمن بیان قضیهٔ اساسی نظریهٔ گالوا، تناظر گالوا با ابزار گروه‌های حل شدنی که حالت قویتر گروه‌های حل

پذیر هستند، برقرار می‌شود که این، از ویژگی‌های منحصر بفرد این کتاب است زیرا تا آنجا که نگارنده اطلاع دارد، در تمام کتب متداول، تناظر گالوا براساس گروه‌های حل پذیر برقرار می‌شود. در این فصل، از خواننده خواسته شده است که به تحقیق برخی موضوعات تکمیلی در پیوست پروژه بپردازد. در این فصل به هر چند جمله‌ای با ضرایب در یک میدان یک گروه نسبت داده می‌شود و ثابت می‌شود که وجود یک فرمول برای محاسبه ریشه‌های این چندجمله‌ای به حل شدنی بودن این گروه بستگی دارد.

آخرین گام‌های نظریه گالوا با معرفی برخی شاخه‌های پژوهشی فعال این نظریه، در فصل پنجم برداشته می‌شود و برای نیل به این هدف؛ برخی مباحث جبر پیشرفته، توپولوژی عمومی و گروه‌های توپولوژی را دانسته شده، فرض کرده‌ایم.

می‌دانیم که توجیه منطقی استفاده از برهان خلف در این است که هر گزاره یا نقیض آن را درست بدانیم و براین اساس در بخش نخست فصل آخر، مبانی شهودگرایی ریاضی در نظریه گالوا را با ذکر منابع و مقالات پژوهشی شرح داده‌ایم. این بخش با بررسی و نحوه بدایش جبر ساختنی شروع می‌شود و سرانجام با بیان مقالات تحقیقاتی جبر کامپیوتری نظریه گالوا خاتمه می‌پذیرد.

بخش دوم را به بیان و شرح گروه‌های پروفینیت همرا با شرح برخی مسائل حل نشده و جالب آن اختصاص داده‌ایم و بیشتر قضایای این بخش، با اثبات آمده است.

بخش سوم به بیان اجمالی نظریه گالوای دیفرانسیل و بیان قسمت‌هایی از کارهای جدید در این زمینه می‌پردازد. در بخش چهارم نظریه گالوای اعداد گویا و چند شاخه فعال آن بیان می‌شود.

در این کتاب، تلاش ما بر این بوده است که مطالب ضروری برای علاقه‌مندان فراگیری نظریه گالوا و کاربردهای آن فراهم آید. در عین حال به این امر واقفیم که هر چند آنچه در این جا آورده شده؛ برای برداشتن گام‌هایی در نظریه گالوا و کاربردهای آن لازم است، اما به هیچ وجه کافی نیست و برآنیم که از اظهارنظرها و انتقادهای خوانندگان و صاحب‌نظران گرامی در خصوص بهبود و رفع نقص این

کتاب بهره‌مند شویم.

در پایان لازم است از شورای محترم انتشارات دانشگاه یزد، در سازماندهی پیشنهادها؛ و انتقادات سازنده داوران محترم این اثر، سپاسگزاری کنم. بهبود کیفیت و کمیت نسخه اولیه این کتاب به خصوص پیشنهاد افزوده شدن فصل آخر، مرهون دیدگاه‌های داوران این کتاب بوده است؛ پس برخورد واجب می‌دانم از آنها نیز تقدیر و تشکر کنم. نگارنده که در سال ۱۳۸۴ ش. تدریس درس جبر ۲ دوره کارشناسی را عهده‌دار شد به تهیه یادداشت‌هایی پرداخت و هر سال با مطالعه کتب و مقالات و با استفاده از پیشنهادها و دیدگاه‌های همکاران محترم در دانشگاه یزد، در آن تجدید نظر به عمل آورد تا حاصل آن در قالب این اثر تقدیم خوانندگان محترم گردد؛ بنابراین در پایان لازم می‌دانم از همکاران محترم، به سبب پیشنهادها و نظریه‌های ارزشمندشان، و دانشجویان دانشگاه یزد نیز که تدریس نسخه اولیه برخی از بخش‌های این کتاب به آنها انگیزه نوشتن این اثر را افزایش داد، صمیمانه و قلباً تشکر کنم.

محمدرضا احمدی زند

تابستان ۱۳۹۰