



روشدهای احتمالاتی در المپیاد

مؤلف

محمّد کاملی



انستیتوت خورشید

www.ketab.ir

- سرشناسه : کاملی، حمید، ۱۳۶۶
 عنوان و نام پدیدآور : روش‌های احتمالاتی در المپیاد / مولف حمید کاملی.
 مشخصات نشر : تهران: خوشخوان، ۱۳۹۳.
 مشخصات ظاهری : ۱۳۲ ص.
 فروست : برگه از درخت المپیاد ریاضی و کامپیوتر
 شابک : 978-600-5695-59-5
 وضعیت فهرست نویسی : فیپا
 موضوع : احتمالات -- راهنمای آموزشی (متوسطه)
 موضوع : احتمالات -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (متوسطه)
 رده‌بندی کنگره : ۱۳۹۳ Q۸۲۷۳/۲۵/ک۱۸ر۹
 رده‌بندی دیویی : ۵۱۹/۲۰۷۶
 شماره کتابخانه ملی : ۳۴۶۲۳۱۷



انتشارات خوشخوان

- عنوان : روش‌های احتمالاتی در المپیاد
 ناشر : خوشخوان
 مدیر پروژه : پیمان اکبری
 مؤلف : کاملی، حمید
 جبر و جبری و صفحه آرایی (T_EX-پاک) : گروه ملی هیمنه (پاک‌نژاد ۶۶۵۶۶۵۴۰)
 طراحی جلد : سعیده تقی‌جاده
 نوع چاپ : اول - ۱۳۹۳
 تیراژ : ۲۵۰۰ نسخه
 چاپخانه : دانش‌پژوه
 قیمت : ۵۳۰۰ تومان
 شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۵۶۹۵-۵۹-۵

کلیه حقوق برای انتشارات خوشخوان محفوظ است.

تهران، خیابان انقلاب، خیابان فخر رازی، بین روانمهر و لبافی‌نژاد، کوچه انوری

پلاک ۱۹، انتشارات خوشخوان، تلفن: ۶۶۴۹۴۰۲۰

email : info@khoshkhan.ir | www.khoshkhan.ir

مسابقه‌ها، کنکورهای علمی همایش‌هایی هستند که کم و بیش در سرتاسر دنیای پهن‌آور به صورت داخلی و بین‌المللی برگزار می‌شود و سال به سال به تنوع، جذبه و عظمت آن‌ها افزوده می‌شود. یکی از این همایش‌های باشکوه که هر سال در چندین رشته در سطح دانش‌آموزان سنوات آخر دوره متوسطه برگزار می‌شود المپیادهای علمی می‌باشد که قدیمی‌ترین آن المپیاد ریاضی بوده و از سال ۱۹۵۹ آغاز و تا به حال ادامه داشته است.

حال حاضر نتیجه‌ی کسب شده در المپیادهای علمی برای هر کشوری یکی از شاخص‌های قدرت علمی آن کشور محسوب شده و نفرات ممتاز این المپیادها به راحتی جذب دانشگاه‌ها و آکادمی‌های جهان شده و پس از گذشت سنواتی چند به موفقیت‌های چشم‌گیری نایل می‌شوند. نتیجه‌ی بی‌شمار دانشمندان حال حاضر در رشته‌های مختلف از جمله شیمی، فیزیک، IT و ... در سال‌های چندین دور از مدال‌آوران این المپیادها بوده‌اند.

جمهوری اسلامی ایران ای اولین بار در سال ۱۳۶۶ در المپیاد ریاضی جهان که در کشور کوبا برگزار می‌شد شرکت کرده و با کسب یک مدال برنز به مقام ۲۶ جهان نائل آمد که تعجب همگان را برانگیخت چرا که در آن سال ایران درگیر جنگ تحمیلی بوده و جهانیان به غیر از جنگ‌های دیگری چیزی از ایران سراغ نداشتند و درخشش دانش‌آموزان ایران در آن سال و سنوات بعدی‌ها را به سمت ایران معطوف کرده و چشم‌خفته آن‌ها را تا حدود زیادی به لرزه درآورد. به‌تصور که از رسانه‌های گروهی مطلع شده‌اید در تمام المپیادهای علمی ایران اعزاز کشور عزیزمان در سنوات گذشته جزء کشورهای برتر بوده و ضمن کسب مدال‌های رنگارنگ رتبه‌های بسیار درخشانی از جمله رتبه اول را حائز شده‌اند.

نحوه‌گزینش نفرات اعزامی به المپیادهای جهانی تا حدود زیادی مشابه یکدیگر نبوده و به صورتی که در ابتدا در مسابقه‌ای سراسری تحت عنوان مرحله اول که معمولاً به صورت پرسش‌های چندگزینه‌ای مطرح می‌شود حدوداً هزار نفر پذیرفته شده و در رقابتی معمولاً تشریحی که مرحله‌ی دوم نامیده می‌شود شرکت می‌کنند. در این مرحله در هر رشته حدوداً چهل نفر پذیرفته شده و در دوره‌ی تابستانی در باشگاه دانش‌پژوهان جوان که متوالی برگزاری تمام المپیادهای علمی می‌باشد شرکت کرده و پس از گذراندن این دوره مرحله‌ی سوم آزمون برگزار شده و عده‌ای (در حدود ده نفر) مدال طلا، عده‌ای مدال نقره و عده‌ای دیگر مدال برنز

کسب می کنند (در این مرحله معمولاً همهی افراد شرکت کننده در دوره مدال کسب می کنند) دارندگان مدال طلا حدود یک سال در آن باشگاه آموزش دیده و پس از آن اعضاء تیم اعزامی شناسایی می شوند. دارندگان مدال طلا همگی بدون کنکور و در رشته و دانشگاه دلخواه خود پذیرفته شده و ادامه ی تحصیل می دهند اما دارندگان مدال های نقره و برنز همانند سایر داوطلبان در کنکور سراسری شرکت کرده و برای کسب رتبه دلخواه جهت پذیرفته شدن در رشته و دانشگاه مورد علاقه خود در قابت می کنند با این تفاوت که این افراد سهمیه ی ویژه ای در پذیرفته شدن در رشته و دانشگاه مورد علاقه ی خود دارند که جزئیات آن در سایت باشگاه دانش روهان جوان تشریح شده است.

متأسفانه در سال های اخیر در بعضی از مدارس افرادی مثلاً لباس کارشناسی به تن کرده و علیه فعالیت های ورزشی جناب آقایان می گیرند و ادعا می کنند فعالیت برای المپیادهای علمی مانع موفقیت در کنکور سراسری بوده و هرچند آموزش آموز به سمت المپیاد سوق پیدا کند از کنکور فاصله گرفته و در صورت عدم کسب مدال طلا (که بسیار محتمل است) آینده ی خود را تباه کرده است در حالی که با تحقیقی که در سال های گذشته انجام شده است فعالیت در زمینه المپیادهای علمی نه تنها مانع فعالیت برای کنکور نیست بلکه مساعی فعالیت برای کسب رتبه مناسب در کنکور را بسیار هموارتر می سازد به عنوان مثال تمام مدال آوران نقره و برنز ویا حتی آن هایی که در مرحله اول پذیرفته شده ولی به دوره تحصیلی راه پیدا نکرده اند را در یک رشته شناسایی کرده و موفقیت های تحصیلی آن ها را در دانشگاه ها جابجا شده اند که نگارنده ی این متن بارها این تحقیق را انجام داده و به مثبت بودن آن یقین پیدا کرده است.

به هر حال ادعا این است که فعالیت دانش آموز در یک رشته ورزشی در رشته های المپیاد فواید بسیاری دارد که به تعدادی از آن ها به صورت گذرا اشاره می شود.

۱. همان طور که خداوند به بشرتن سالم داده و انتظار می رود با ورزش مداوم و تفریباتی مناسب از این نعمت خدادادی محافظت شود به هردانش آموزی نیز استعدادی داده است که باید شکوفا و بهره ور شود. اغلب باشگاه های کشور اعم از خصوصی و دولتی داوطلب زیادی در رشته های متفاوت ورزشی دارند که مشغول فعالیت در یکی از رشته های ورزشی مانند کشتی، تکواندو، بدن سازی و ... می باشند که وقتی از آن افراد راجع به اهدافشان از این فعالیت سؤال می شود سالم نگه داشتن بدن را عنوان داشته و انتخاب شدن در تیم ملی را در نهایت عنوان می کنند. چه بسا افرادی که در این رشته ها فعالیت می کنند و هرگز به تیم ملی راه پیدا

نمی‌کنند که وقتی از این افراد راجع به موفقیت هایشان سؤال می‌شود هرگز خود را ناموفق معرفی نمی‌کنند و همین‌که توانسته‌اند از بدن سالم خود به روش مناسب محافظت کنند را پیروزی بزرگی می‌دانند بنابراین فعالیت در یکی از زمینه‌های المپیاد چه در نهایت به کسب مدال منجر شود و یا نشود همین‌که استعداد خدادادی پرورش می‌یابد موفقیتی است پس بزرگ.

۲. * کتب درسی به اذعان اکثر کارشناس‌ها و اساتید سال به سال ساده‌تر شده و برای عموم دانش‌آموزان دلچسب هستند ولی برای دانش‌آموزان ممتاز و تیزهوش به هیچ عنوان اغناکننده نمی‌باشند لذا لازم است این سری از دانش‌آموزان فعالیت ویژه‌ای را در رشته‌ی مورد علاقه‌ی خود داشته باشند تا احساس کنند این فعالیت‌ها برای آن‌ها اغناکننده است.

۳. * فعالیت‌های مبتدی که در نهایت به حل سوالات پیچیده و عمیق در رشته‌ی مربوطه می‌شود باعث می‌شود دانش‌آموز به تمام مسائل جامعه و پیش‌آمده در زندگی به دید یک مسأله‌ی المپیاد نگاه کرده و در حل آن نسبت به سایر رقبا موفق‌تر باشند. تحقیقات نشان می‌دهد افرادی که با علاقه و اشتیاق در حل یکی از رشته‌های المپیاد را دنبال می‌کنند (نه به نیت کسب مدال بلکه به نیت پرورش ذهن) نسبت به سایر افراد در زندگی موفق‌ترند.

۴. * زیربنای اکثر دروس پیش‌دانشگاهی و دروس المپیاد بنا نهاده می‌شود بنابراین افرادی که به سبک المپیادی دروس خود را مطالعه می‌کنند در دوره دبیرستان دانشگاهی با پایه‌ی بسیار قوی‌تری با دروس مواجه می‌شوند و نسبت به رقبای خود در آن سال‌ها برمی‌آیند.

۵. * با توجه به مصوبه‌های موجود، کسب مدال در یکی از المپیادهای علمی (حتی مدال برتر) باعث اعطای امتیازهای ویژه‌ای برای داوطلبان کنکور در ورود به دانشگاه می‌گردد و راسری می‌شود که جزئیات آن در سایت‌های معتبر مخصوصاً سایت باشگاه دانش‌پروهان عنوان شده است.

۶. * همچنین با توجه به مصوبه‌های موجود اکثر داوطلبان المپیادها به عضویت نهادهای مختلف از جمله بنیاد ملی نخبگان در می‌آیند که با رجوع به سایت‌های مرتبط با این نهادها و بنیادها امتیازات تعلق یافته به اعضا را مشاهده خواهید کرد.

انتشارات خوشخوان مفتخر است از بدو تأسیس به فکر تدوین و تألیف منابعی مناسب برای دانش آموزان ممتاز و داوطلبان المپیاد بوده است که خوشبختانه با یاری خداوند متعال و با بهره گیری از اساتید مجربی که خود در سنواتی نه چندان دور مدال آوری از المپیادهای علمی بوده اند، کتب متعددی به بازار عرضه شده است که مورد توجه داوطلبان قرار گرفته است. بعد از کسب تجربیات لازم به این نتیجه رسیده ایم که لازم است کتبی به صورت کار تألیف شود که در آن هر کتاب مخصوص یک ترم تحصیلی باشد. این پروژه به نام درخت المپیاد نام گرفته است و هر کتاب از این پروژه که در اختیار دارید برگی از آن درخت خواهد بود.

بدیهه است انجام چنین پروژه ی عظیمی نظر و همت دسته جمعی می طلبد لذا لازم است از تمام دوستان و همکارانی که ما را در انجام این پروژه یاری نموده اند، تشکر و قدردانی می نمائیم و در این راستا نیز از عوامل زحمت کش انتشارات اعم از مشاورین، حروف چین ها، طبعات، گرافیک و کارگران عزیز کمال امتنان را دارم.

با تشکر

حسن حاجی زاده مدیر انتشارات خوشخوان

در طی سال‌های اخیر روش‌های احتمالاتی به عنوانی روشی مؤثر و آسان در حل مسائل شناخته شده است به طوری که در حال حاضر در دوره‌های المپیاد کشورهایی مانند آمریکا و کانادا و همچنین دوره‌های آمادگی مسابقات دانشجویی به صورت جدی تدریس می‌شود.

در بیشتر مسأله‌هایی که با استفاده از روش‌های احتمالاتی حل می‌شوند به دنبال اثبات وجود یک شی با خاصیت مطلوب هستیم. همیشه برای حل این گونه مسائل لازم نیست یک ساختار با الگوریتم برای پیدا کردن شی مورد نظر ارائه شود. گاهی فقط نیاز است که وجود یک شی با خاصیت مطلوب را ثابت کنیم و حتی نیاز به ارائه‌ی یک مثال هم نیست. برای این کار می‌توانیم یک مجموعه از اشیاء در نظر بگیریم و احتمال وجود یک شی با خاصیت مورد نظر در این مجموعه را حساب کنیم.

اگر این احتمال بزرگ‌تر از صفر باشد، نتیجه می‌گیریم که در این مجموعه حداقل یک شی با خاصیت مطلوب وجود دارد.

بدیهی است اگر احتمال صفر باشد، مطمئن هستیم که در این مجموعه هیچ شی‌ای خاصیت مطلوب را ندارد. این نکته یک مسأله، به عنوان «روش‌های احتمالاتی» شناخته می‌شود. به طور خلاصه در این روش ثابت می‌کنیم احتمال اینکه یک شی مطلوب وجود داشته باشد بزرگ‌تر از صفر است.

مطالعه‌ی این کتاب می‌تواند برای دانشجویان ریاضی و دانش‌آموزانی که خود را برای مرحله‌ی دوم و مراحل بعدی المپیادهای ریاضی و کامپیوتر آماده می‌کنند، مفید باشد. به دانش‌آموزانی که قصد مطالعه‌ی این کتاب را دارند توصیه می‌شود ابتدا با مبانی ترکیبیات و همچنین تکنیک‌های مختلف حل مسأله تا حدی آشنایی داشته باشند سپس به فراگیری روش‌های احتمالاتی بپردازند.

این کتاب در ۴ فصل نوشته شده است. در فصل اول مفاهیم نظریه احتمال به همراه مثال‌هایی برای آشنایی بیشتر ارائه شده است. همچنین قضیه‌هایی از نظریه احتمال آورده شده است که تا به حال در حل مسائل المپیادهای ریاضی و کامپیوتر استفاده شده است.

در فصل دوم مسائلی که در المپیادهای مختلف ارائه شده و همچنین تعدادی مسائل معروف که حل آنها بسیار آموزنده است ارائه شده است. در فصل سوم برای هر مسأله راه‌نمایی و فصل چهارم پاسخ کامل ارائه شده است که توصیه می‌شود حتماً قبل از مطالعه‌ی پاسخ سؤال‌ها راه‌نمایی‌های آنها استفاده شود.

تعدادی از مسائل این کتاب از منابع مختلف جمع‌آوری شده‌اند، اما روش‌های ارائه شده برای حل آنها، احتمالاتی و متفاوت با راه‌حل اصلی آنها است. در اکثر اوقات راه‌حل احتمالاتی ارائه شده ساده‌تر از راه‌حل اصلی آن است، اما مسائلی نیز وجود دارند که با استفاده از روش‌های معمول، ساده‌تر حل می‌شوند و هدف از ارائه‌ی راه‌حل احتمالاتی برای آنها، کسب مهارت بیشتر خواننده در این زمینه است. از این رو توصیه

می‌کنیم پس از مطالعه‌ی این کتاب، سعی کنید مسائل را علاوه بر راه‌حل‌های معمول، با استفاده از روش‌های احتمالاتی هم حل کنید. پیشاپیش از این‌که مسائل جدید را با من هم در میان می‌گذارید سپاس‌گزارم. با وجود چندین دوره بازخوانی کتاب، احتمال اشتباه در این کتاب بیشتر از صفر است، از این رو نظرات و پیشنهادات شما با احتمال بسیار زیاد استفاده خواهد شد.

در پایان بر خود لازم می‌دانم صمیمانه‌ترین سپاس‌گزاری را از استادم، دکتر حسین حاجی‌ابولحسن داشته باشم که هر چه در روش‌های احتمالاتی فراگرفته‌ام را از ایشان می‌دانم. همچنین از راهنمایی‌های دکتر محمدرضا موسی و David Arthur کمال تشکر و قدردانی را دارم. لازم می‌دانم از زحمات آقای سعید شاملی که من را در ویرایش و نمونه‌خوانی این اثر همراهی کردند، سپاس‌گزاری نمایم.

www.ketab.ir

فهرست مطالب

مقدمه ۱

سؤالات ۲۷

راهنمایی ۴۳

پاسخ‌های تشریحی ۵۵

فصل ۱

فصل ۲

فصل ۳

فصل ۴

www.ketab.ir