

مبانی ترکیبیات

بردلی جکسون - دمیتری تورو

ترجمه مهرداد مسافر

www.ketab.ir



نشر علوم ریاضی به آورد
وابسته به مؤسسه فرهنگی فاطمی

مبانی ترکیبیات

مؤلفان: بردلی جکسون - دمتری تورو
ترجمه: مهرداد مسافر
ناشر: نشر علوم ریاضی ره آورد (وابسته به مؤسسه فرهنگی فاطمی)
چاپ اول، ۱۳۹۳
شابک ۴-۲-۹۳۷۶۱-۶۰۰-۹۷۸
ISBN 978-600-93761-2-4
شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه
قیمت: ۲۳۰۰۰ تومان

آماده‌سازی پیش از چاپ: واحد تولید مؤسسه فرهنگی فاطمی
مدیر تولید: فرید مصطفی مصلح آبادی
طراح جلد: علی ابوالحسنی
حروفچینی و صفحه‌بندی (TEX-پارس): زهره امینی
آماده‌سازی تصاویر: اعظم سیاهوشی
تقاروت بر چاپ: علی محمدپور
لبنوگرافی: نقش سبز
چاپ و صحافی: شایع

این حق ثبت ایل اثر برای نشر علوم ریاضی ره آورد محفوظ است.



نشر علوم ریاضی ره آورد

وابسته به مؤسسه فرهنگی فاطمی

نشر علوم ریاضی ره آورد: تهران، میدان دکتر فاطمی، پلاک ۱۴، باب ۱

خیابان میرهادی، شماره ۱۴

کد پستی (۱۴۱۵۸۸۴۷۴۱)، تلفن: ۸۸۹۴۵۵۴۵ (۲۰ خط)

www.rahavardmath.ir

info@rahavardmath.ir

Jackson, Bradley

جکسون، بردلی دبلیو.

مبانی ترکیبیات / مؤلفان: بردلی جکسون، دمتری تورو؛ مترجم: مهرداد مسافر. تهران: شرکت علوم ریاضی ره آورد، ۱۳۹۳.

ده، ۴۵۰ ص.؛ مضمون: جدول، نمودار.

ISBN 978-600-93761-2-4

Applied combinatorics with problem solving, 1990.

فنی.
عنوان اصلی:

کتابنامه

۱. آنالیز ترکیبی. الف. تورو، دمتری؛ Thoro, Dmitri. ب. مسافر، مهرداد، مترجم. ج. عنوان.

۵۱۱/۶

۸۴۲/ح ۱۶۴ QA

۱۳۹۳

کتابخانه ملی ایران

۳۴۳۹۳۷

فهرست

هفت

۱

پیشگفتار
فصل ۱ مسئله ترکیبیاتی

۱

۱.۱ استنتاج

۱۲

۲.۱ استقرا

۳۲

۳.۱ مجموعه‌ها و رابطه‌ها

۴۵

۴.۱ تابع‌ها

۵۵

مسئله‌های دوره‌ای

۵۹

فصل ۲ اصول اساسی شمارش

۵۹

۱.۲ شمارش دنباله‌ای

۶۹

۲.۲ شمارش حالت به حالت

۷۶

۳.۲ انتخاب‌ها

۸۹

۴.۲ انتخاب‌ها با تکرار نامحدود

۱۰۰

۵.۲ ضریب‌های دو جمله‌ای

۱۱۱

۶.۲ جایگشت‌های اشیای نامتمایز

۱۱۷

مسئله‌های دوره‌ای

۱۲۱

فصل ۳ اصل شمول و عدم شمول

۱۲۱

۱.۳ اجتماع مجموعه‌های متداخل

۱۳۲

۲.۳ شمارش آرایش‌های مقید

۱۴۱

۳.۳ توزیع‌ها

۱۵۱

مسئله‌های دوره‌ای

فصل ۴ الگوریتم‌های ترکیبیاتی

۱۵۳

۱.۴ الگوریتم‌ها

۱۵۳

۲.۴ تحلیل مجانبی الگوریتم‌ها

۱۶۴

۳.۴ شمردن جایگشت‌ها و ترکیب‌ها (اختیاری)

۱۷۰

مسئله‌های دوره‌ای

۱۸۰

فصل ۵ گراف‌ها

۱۸۴

۱.۵ مدل‌های گراف

۱۸۴

۲.۵ مسیرها و همبندی

۱۹۹

۳.۵ مدارها و گراف‌ها

۲۰۵

۴.۵ گراف‌های هاس

۲۱۶

۵.۵ رنگ‌آمیزی گراف‌ها

۲۲۲

مسئله‌های دوره‌ای

۲۳۱

فصل ۶ الگوریتم‌های گراف و شبکه

۲۳۴

۱.۶ نخستین جستجوی عرضی

۲۳۴

۲.۶ درخت‌ها

۲۴۴

۳.۶ الگوریتم‌های درخت

۲۵۴

مسئله‌های دوره‌ای

۲۶۷

فصل ۷ تابع‌های مولد

۲۷۰

۱.۷ مدل‌های تابع مولد

۲۷۰

۲.۷ محاسبه ضرایب

۲۷۹

۳.۷ افزایش

۲۸۸

۴.۷ تابع‌های مولد نمایی

۲۹۶

مسئله‌های دوره‌ای

۳۰۳

فصل ۸ رابطه‌های بازگشتی

۳۰۶

۱.۸ مدل‌های رابطه بازگشتی

۳۰۶

۲.۸ رابطه‌های بازگشتی خطی همگن

۳۱۸

۳.۸ رابطه‌های بازگشتی خطی ناهمگن

۳۳۰

۳۴۱	مسئله‌های دوره‌ای
۳۴۴	فصل ۹ نظریه شمارش پولیا
۳۴۴	۱.۹ گروه‌های تقارن‌ها و قضیه برنساید
۳۵۲	۲.۹ شاخص دوری
۳۶۵	مسئله‌های دوره‌ای
۳۶۷	فصل ۱۰ گراف و الگوریتم‌های شبکه
۳۶۷	۱.۰ گراف‌های جهت‌دار
۳۷۶	۲.۱۰ شبکه‌ها
۳۸۸	۳.۱۰ شمارش‌ها شبکه
۴۰۴	راهنمایی و پاسخ مسئله‌های شماره فرد
۴۳۹	نمایه

پیشگمار

این متن درسی برای دانشجویان ریاضی و علوم رایانه مهم است. مطالب این کتاب برای درسی در ترکیبیات در دانشگاه دولتی سن خوزه آمده و قرار شد برای درسی یک ترمی در سطح دانشجویان سال سوم یا سال آخر از آن استفاده شود. این متن کلاً خودآموز است اما فایده داشته کمی معلومات حسابان در بخش‌هایی از فصل‌های ۲، ۴ و ۷ معلوم می‌شود و نیز آشنایی با جبر خطی هم در دو بخش آخر فصل ۸ به درد می‌خورد. پیش‌نیاز اصلی برای دانشجوی، پختگی ریاضی است شامل معادسی کامل از اکثر مفهومی‌های ریاضی اساسی است، همین‌طور خلافت در حل کردن و تحلیل مسائل.

در این متن قصد نداریم همه ایده‌های مهم و کاربردهای ترکیبیات و نظریه گراف را بیاوریم. به‌طور کلی سعی کرده‌ایم که ایده‌ای را بیاوریم مگر آنکه بتوان به سبب هدفمند آن را به‌کار گرفت. سعی کرده‌ایم تا آنجا که ممکن است در ارائه مفاهیم ریاضی، بی‌آنکه به ارائه بحث رسمی شود، دقیق باشیم.

انتظار داریم دانشجویان نه فقط ابزارها و کاربردهای ریاضی مربوط به این مباحث را فرا بگیرند بلکه توانایی‌شان در حل کردن مسئله‌ها را هم ارتقا دهند. هر دانشجو در این درس باید به مهارت زیر را فرا بگیرد:

۱. مسئله حل کردن ترکیبیاتی: مسئله حل کردن در همه شاخه‌های ریاضیات مهم است اما در ترکیبیات از اهمیتی ویژه برخوردار است. شیوه‌های به‌غایت مفید، روش‌هایی مانند استقرا، تکرار و بازگشت‌اند که در آنها از راه‌حل‌های مسئله‌های کوچک‌تر برای به‌دست آوردن راه‌حلی برای مسئله بزرگ‌تری مربوط به آنها استفاده می‌شود. این روش‌ها اساس بسیاری از الگوریتم‌ها در علوم رایانه‌اند و دانشجو باید در به‌کارگیری‌شان ماهر شود. در این درس انتظار داریم که هر

دانشجو مسئله‌های ترکیبیاتی زیادی حل کند. از این گذشته اینکه بتواند راه‌حل‌های این مسئله‌ها را هم ارائه و تحلیل کند اهمیت ویژه‌ای دارد. تعداد زیادی تمرین در پایان هر بخش داده شده‌اند که دشواریشان از آسان و سراسر تا نسبتاً دشوار و چالشی متغیر است. علاوه بر این سعی کرده‌ایم که پروژه‌های رایانه‌ای تکمیلی را در بسیاری از بخش‌ها بیاوریم.

۲. شمارش و برآورد کردن: یکی از سه مسئله اصلی ترکیبیات، مسئله شمارش است. شمارش مهارت مفیدی هم در بسیاری از شاخه‌های ریاضیات و هم در علوم رایانه است. علاوه بر این، مهم است که بتوانیم تعداد مراحل لازم برای الگوریتمی ویژه را به منظور مشخص کردن امکان حل کردن مسئله‌ای با رایانه، یا تعیین اینکه کدام یک از چند راه‌حل مختلف از بقیه‌شان بهتر است، برآورد کنیم.

۳. مدل‌سازی ریاضی: بسیاری از مسئله‌ها در ترکیبیات به زبان روزمره بیان می‌شوند و بنابرین لازم است که این مسئله‌ها را بر حسب مدل ریاضی مناسبی صورتبندی کنیم تا بتوانیم روش‌هایی مناسب را که می‌گیریم در مورد آنها به کار ببریم. بعضی وقت‌ها بیش از یک راه برای صورتبندی مسئله وجود دارد و مهم است به خاطر داشته باشید که ممکن است یک صورتبندی نسبت به دیگری برای حل بهتری منجر شود.

این متن از دیدگاهی ریاضی نوشته شده است اما دانشجویان علوم رایانه را هم در نظر داشته‌ایم. سعی کرده‌ایم که به بسیاری از این مباحث دیدگاهی الگوریتمی بپردازیم اگرچه معمولاً برنامه‌های رایانه‌ای واقعی را نیآورده‌ایم (بجز در پروژه‌های رایانه‌ای تکمیلی). تصورمان بر این است، همین که دانشجویان مفاهیم اساسی را درک کنند می‌توانند به سادگی آنها را در درس‌های دیگر به اصطلاحات علوم رایانه یا زبان رایانه‌ای ویژه‌ای برگردانند.

کاربردهای متنوعی از ریاضیات ترکیبیاتی در چندین شاخه از ریاضیات و علوم رایانه ارائه شده‌اند. برخی کاربردها شامل بازی‌ها و معماها به این معروف‌اند که سرگرمی‌بخش هستند. همیشه هدفمان این است که به دانشجویانمان ریاضیاتی به درد بخور را به شیوه‌ای جذاب بیاموزیم. امیدواریم دانشجویانی که از این متن استفاده می‌کنند مانند ما به این نتیجه برسند که ترکیبیات هم چالشی است و هم سرگرمی.

سخنی با استادان

در شکلی مقدماتی از این درس، استاد می‌تواند با روش‌های اساسی شمارش که در فصل‌های ۱ تا ۳ آمده‌اند درس را آغاز کند. در فصل ۱ بیشتر ایده‌های اساسی و روش‌های مسئله حل کردن که در

سرتاسر این درس لازم‌اند، مرور می‌شود. درسی پیشرفته‌تر را می‌توان از فصل ۲ آغاز کرد. انتخاب‌های متنوعی از مباحث مختلف را می‌توان برای درسی یک ترمی در نظر گرفت زیرا فصل‌های ۴، ۵، ۶ و ۱۰، که بسیاری از مباحث اساسی گراف‌ها و الگوریتم‌ها را دربر دارند، در بیشتر بخش‌ها از فصل‌های باقی‌مانده کتاب مستقل‌اند. کلاً حدود دو بخش را می‌توان هر هفته و حدود هفت یا هشت فصل را می‌توان در یک ترم درس داد.

سخن‌ها با دانشجویان

از چشم‌انداز دانشجو مهم‌ترین هدف در این درس باید این باشد که تا آنجا که ممکن است مسئله‌های بیشتری را بررسی کند. بر این مبنای این مسئله‌ها به دو بخش تقسیم شده‌اند. مسئله‌های بخش نخست معمولاً سراسر است. مسئله‌های بخش دوم (مسئله‌های پیشرفته) دشوارترند و برای حل کردن آنها تجزیه و تحلیل لازم است و در میان این مسئله‌ها، مسئله‌های ستاره‌دار معمولاً از همه دشوارترند. راهنمایی و پاسخ مسئله‌های با شماره‌های ۱ تا ۱۰ در کتاب آورده شده است (در بسیاری موارد راه‌حل‌ها کامل نیستند).

مطلوب این است که دانشجو در سرفصل‌های اصلی هم به جبر کاربردی، نظریه الگوریتم‌ها و نظریه گراف بگذراند تا بعضی از مباحثی که در این کتاب به چشم برایش روشن‌تر شود.