



مسائلی در آنالیز ریاضی

بیوستگی و مشتق

جلد دوم

ویسلاوا کاجور، ماریا بوواتک

ترجمه میثم سلیمانی ملکان

مرکز نشر دانشگاهی



مرکز نشر دانشگاهی

*Problems in Mathematical
Analysis II*

Continuity and Differentiation

W.J. Kaczor, M. T. Nowak

AMS (AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY) 2000

مسائلی در آنالیز ریاضی

پیوستگی و مشتق

جلد دوم

تألیف ویسلاوا کاجور و ماریا نوواک

ترجمه میثم سلیمانی ملک‌ان

ویراسته محمد جلودار
نسخه پرداز: لیلا محسنی، آرزو...
حروفچین: الهه عموحسن
طراح جلد: سمیه عابدینی
ناظر چاپ: حمیدرضا دمیرچی
مرکز نشر دانشگاهی
چاپ اول ۱۳۹۸
تعداد ۵۰
چاپ و صحافی: نوای رسا
۶۵۰۰۰ تومان

نشانی فروشگاه مرکزی: خیابان انقلاب، رویه‌روی سینما سپیده، ساژ خیبری، تلفن: ۶۶۴۱۰۶۸۶، ۶۶۴۰۸۸۹۱



171791642826050111111

فروش اینترنتی: www.iup.ac.ir

حق چاپ برای مرکز نشر دانشگاهی محفوظ است

سرشناسه: کاجور، ویسلاوا بوت، ۱۹۴۹-م. (Kaczor, Wieslawa J.)

عنوان و نام پدیدآور: مسائلی در آنالیز ریاضی / ویسلاوا کاجور، ماریا نوواک؛ ترجمه میثم سلیمانی ملک‌ان.

مشخصات نشر: تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۹۶.

مشخصات ظاهری: ج ۳، ج ۲، ۴۰۶ صفحه.

فروست: مرکز نشر دانشگاهی؛ ۱۵۱۴: ۱۵۵۹. ریاضی، آمار، و کامپیوتر؛ ۱۸۰: ۱۸۶.

شابک: ج ۱، 978-964-01-1514-5؛ ج ۲، 978-964-01-1559-6

وضعیت فهرست‌نویسی: فیا

یادداشت: کتاب حاضر ترجمه جلد اول با عنوان "Real numbers, sequences, and series" از کتاب سه‌جلدی

"Problems in mathematical analysis, 2002-2003" است.

یادداشت: عنوان اصلی: Zadania z analizy matematycznej.

یادداشت: ج ۲، (چاپ اول: ۱۳۹۸) (فیا).

یادداشت: کتابنامه.

مندرجات: ج ۱، اعداد حقیقی، دنباله‌ها، و سریها. - ج ۲، پیوستگی و مشتق

موضوع: آنالیز ریاضی

موضوع: Mathematical analysis

شناسه افزوده: نوواک، ماریا ت.، ۱۹۵۱-م.

شناسه افزوده: Nowak, M. T. (Maria T.)

شناسه افزوده: سلیمانی ملک‌ان، میثم، ۱۳۶۲-، مترجم

شناسه افزوده: مرکز نشر دانشگاهی

شناسه افزوده: Iran University Press

رده‌بندی کنگره: QA ۳۰۰/۱۳۹۶

رده‌بندی دیویی: ۵۱۵/۰۷۶

شماره کتابشناسی ملی: ۴۷۸۷۹۷۳

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	دبیاجه
۳	نمادها و اصطلاحات
مسائل	
۷	۱ حد و پیوستگی
۷	۱.۱ حد تابع
۱۳	۲.۱ ویژگیهای توابع پیوسته
۱۸	۳.۱ ویژگی مقداربینی
۲۲	۴.۱ توابع نیم پیوسته
۲۷	۵.۱ یکنواخت پیوستگی
۳۰	۶.۱ معادلات تابعی
۳۴	۷.۱ توابع پیوسته در فضاهای متریک
۳۹	۲ مشتق
۳۹	۱.۲ مشتق توابع حقیقی

۴۷	۲.۲	قضایای مقدار میانگین
۵۴	۳.۲	فرمول تیلور و قاعده هوبیتال
۶۲	۴.۲	توابع محدب -
۶۸	۵.۲	کاربردهای مشتق
۷۶	۶.۲	قوی مشتق پذیری و شوارتس مشتق پذیری

۸۰	۳	دنباله‌ها و سریهای تابعی
۸۰	۱.۲	دنباله توابع، یکنواخت همگرایی
۸۶	۱.۳	سریهای تابعی، یکنواخت همگرایی
۹۴	۲.۳	سریهای توانی
۹۹	۴.۳	سری نیلر

حل مسائل

۱۰۷	۱	حد و پیوستگی
۱۰۷	۱.۱	حد تابع
۱۲۵	۲.۱	ویژگیهای توابع پیوسته
۱۴۴	۳.۱	ویژگی مقدار بینی
۱۵۹	۴.۱	توابع نیم پیوسته
۱۷۰	۵.۱	یکنواخت پیوستگی
۱۸۰	۶.۱	معادلات تابعی
۱۹۸	۷.۱	توابع پیوسته در فضاهاى متریک

۲۱۲	۲	مشتق
۲۱۲	۱.۲	مشتق تابع حقیقی
۲۳۴	۲.۲	قضایای مقدار میانگین
۲۴۶	۳.۲	فرمول تیلور و قاعده هوبیتال
۲۶۸	۴.۲	توابع محدب

۲۸۶

۵.۲ کاربردهای مشتق

۳۱۲

۶.۲ قوی مشتق پذیری و شوارتس مشتق پذیری

۳۱۹

۳ دنباله‌ها و سریهای تابعی

۳۱۹

۱.۳ دنباله توابع، یکنواخت همگرایی

۳۳۹

۲.۳ سریهای تابعی، یکنواخت همگرایی

۳۵۷

۳.۳ سریهای توانی

۳۷۴

۴.۳ سری تیلور

۳۹۴

کتابنامه-فهرست نتب

۳۹۷

نمایه

دیباچه

کتاب پیش رو جلد دوم از مجموعه هدفمند مسائلی در آنالیز ریاضی است. کتاب با توابع حقیقی تک متغیره سروکار دارد، بر هفتمین بخش از فصل نخست که توابع در فضاهای متریک بحث می‌شوند، همانند جلد نخست «ماتللی» در آنالیز ریاضی، جلد اول، دنباله‌ها و سریها» کتاب به دو بخش تقسیم شده است. بخش اول گردایه تمرینها و مسائل است و بخش دوم حل آنها را دربر دارد. با وجود آنکه در اغلب موارد حل‌های مختلفی برای یک مسأله ممکن است، ما تنها به ارایه یک حل پرداخته‌ایم. افزون بر این، مسائل معمولاً به‌شکل حلشان بخش‌بندی شده‌اند؛ به عنوان مثال، اگر مسأله‌ای را در بخش توابع محدب آورده‌ایم بدان معناست که در حلش از ویژگیهای توابع محدب بهره برده‌ایم. هر بخش با مسائلی به نسبت آسان شروع می‌شود، با این حال حاوی مسائل کاملاً چالش برانگیز نیز است که گاه قضیه‌اند. با وجودی که مخاطبان اصلی کتاب دانشجویان اند، موضوعهایی که بدان پرداخته‌ایم می‌تواند یاری‌دهنده استادان در آیه‌های کلاسی‌شان و یا سمینارها نیز باشد. برای مثال با دنبال کردن کارهای استیون رومن در ماهنامه «اسی» امریکا اثباتی برای فرمول مشهور فآدی برانو راجع به مشتق تمام ترکیب دو تابع ارائه کردید. کاربردهای این فرمول برای توابع تحلیلی که در فصل سوم بیان شده است را از کتاب *Primer on Real Analytic Functions* نوشته استیون جی. کرانتز و هارولد آر. پارکس عاریت گرفته‌ایم. در واقع، کتاب پیش گفته آن قدر مهیج است که توانستیم از رعایت تعدادی قضیه از آن خودداری کنیم. همچنین مایلیم در اینجا یادی کنیم از تعمیم قضیه تور که هاردی و لیتل‌وود انجام داده‌اند. اثباتی که برای این حکم دادیم مبتنی بر مقاله کاراماتا است.

بسیاری از مسائل را آزادانه از بخشهای مسأله در مجله‌های ریاضی *American Mathematical Monthly*، *Mathematical Monthly*، *Mathematics Today* (روسی) و *Delta* (لهستانی) و بسیاری از کتابهای درسی و مسأله به ودیعه گرفته‌ایم. فهرست کامل در کتابنامه آورده شده

است. همان‌طور که در جلد اول نیز بیان شد فرای طاق‌مؤلفان است که اصل منابع را بیابند و ممکن است برخی از آنها را از قلم انداخته باشند. اگر چنین اتفاقی رخ داده است صادقانه پژوهش می‌طلبیم.

از نمادها و تعریف‌های استاندارد در این نسخه بهره برده‌ایم. با وجود این برای محکم‌کاری و اجتناب از ابهام، فهرستی از نمادها و تعریف‌ها گنجانده شده است. در ارجاعات درون متن، برای نمونه می‌نویسیم ۳۳.۲.۱ یا ۳۳.۲.۱، جلد اول، تا به ترتیب شماره مسأله در این جلد و یا جلد نخست اشاره کنیم.

خبرش را مدیون بسیاری از دوستان و همکارانمان می‌دانیم که با ایشان بحث‌هایی سازنده داشته‌ایم. به‌ویژه یاد می‌کنیم از تادوش کوچوموف به خاطر پیشنهاد مسائل و حل‌های متعدد، از وی‌تولد ریموفسکی که نسخه دست‌نویس خویش را در اختیارمان گذارد، از آرمن گریگوریان، بلگوزتا، کوتر مورگوفسکا، استیو پالمر و تادویگا زیگمونت برای رسم اشکال و همکاری‌شان در آماده‌سازی متن صمیمانه قدردانی می‌کنیم. عیناً خویش را وامدار استاد ریچارد جی. لیبرا از دانشگاه دلوور می‌دانیم که بی‌وقفه در ترجمه کلیه کتاب‌های یاری‌مان کرد و به خاطر تمامی پیشنهادها و اصلاحات ایشان که هم ساختار و هم محتوا، در جلد را بسیار ارتقا بخشید کمال امتنان و تشکر را داریم. در پایان از دست‌اندرکاران جامعه ریاضی امریکا برای اختصاص کمک‌هایشان (از طریق مکاتبات الکترونیک) در به ثمر نشستن این اثر تشکر می‌کنیم.

وای. جی. کاجور و ام. تی. نوواک