



مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی

(رشته ریاضی)

www.ketab.ir

دکتر محمد حسن بیژن‌زاده دکتر شهریار فرهمندراد دکتر محمد جابجی
دکتر احمد خاکساری دکتر مهدی صحت‌خواه دکتر خدیجه احمدی‌آملی
محمدرضا فلکی دکتر فرزاد خسروپور

عنوان و پدید آور	مبانی ماتریس ها و جبر خطی / مولفان: محمد حسن بیژن زاده - و دیگران ؛ ویراستار علمی خدیجه احمدی املی .
مشخصات نشر	تهران: دانشگاه پیام نور، ۱۳۸۹.
مشخصات ظاهری	دوازده، ۵۱۲ ص .
فروست	دانشگاه پیام نور ؛ ۱۷۱۰ . گروه ریاضی ؛ ۱۷۱۸.
شابک	978-964-387-752-1
وضعیت فهرست نویسی	فیپا.
یادداشت	مولفان محمد حسن بیژن زاده، شهریار فرهمند راد، محمد چایچی، احمد خاکساری، مهدی صحت خواه...
یادداشت	کتابنامه.
یادداشت	واژه نامه.
موضوع	ماتریس ها - آموزش برنامه ای.
موضوع	جبر خطی - آموزش برنامه ای.
شناسه افزوده	بیژن زاده، محمد حسن، ۱۳۲۵ -
شناسه افزوده	احمدی املی، خدیجه، ویراستار
رده بندی کنگره	QA ۱۸۸/۲۳
رده بندی دیویی	۵۱۲/۹۴۳۴
شماره کتابشناسی ملی	۲۲۴۳۷۵۲



مبانی ماتریس ها و جبر خطی

مولفان: دکتر محمد حسن بیژن زاده، دکتر شهریار فرهمند راد، دکتر محمد چایچی

دکتر احمد خاکساری، دکتر مهدی صحت خواه، دکتر خدیجه احمدی املی

محمد رضا فلکی، دکتر فرزاد خسرو پور

ویراستار علمی: دکتر خدیجه احمدی املی

تهیه و تولید: مدیریت تولید محتوا و تجهیزات آموزشی

لیتوگرافی، چاپ و صحافی: مرکز چاپ و انتشارات دانشگاه پیام نور

شمارگان: ۸۰۰۰ نسخه

نوبت و تاریخ چاپ: چاپ اول تیر ۱۳۹۰

شابک: ۱ - ۷۵۲ - ۳۸۷ - ۹۶۴ - ۹۷۸

ISBN: 978 - 964 - 387 - 752 - 1

فروش این کتاب فقط از طریق نمایندگی های دانشگاه پیام نور مجاز می باشد و فروش

آن در سایر مراکز فروش کتاب موجب تعقیب قانونی فروشنده خواهد گردید

(کلیه حقوق نشر اعم از چاپی، الکترونیکی، تصویری، صوتی و اینترنتی برای دانشگاه پیام نور محفوظ است)

قیمت: ۶۳۰۰۰ ریال

بسم الله الرحمن الرحيم

پیشگفتار ناشر

کتاب‌های دانشگاه پیام نور حسب مورد و با توجه به شرایط مختلف یک درس در یک یا چند رشته دانشگاهی، به صورت کتاب درسی، متن آزمایشگاهی، فرادرسی، و کمک‌درسی چاپ می‌شوند.

کتاب درسی ثمرهٔ کوشش‌های علمی صاحب اثر است که براساس نیازهای درسی دانشجویان و سرفصل‌های مصوب تهیه و پس از داوری علمی، طراحی آموزشی، و ویرایش علمی در گروه‌های علمی و آموزشی، به چاپ می‌رسد. پس از چاپ ویرایش اول اثر، با نظرخواهی‌ها و داوری علمی مجدد و با دریافت نظرهای اصلاحی و متناسب با پیشرفت علوم و فناوری، صاحب اثر در کتاب تجدیدنظر می‌کند و ویرایش جدید کتاب با اعمال ویرایش زبانی و صوری جدید چاپ می‌شود.

متن آزمایشگاهی (م) راهنمایی است که دانشجویان با استفاده از آن و کمک استاد، کارهای عملی و آزمایشگاهی را انجام می‌دهند.

کتاب‌های فرادرسی (ف) و کمک‌درسی (ک) به منظور غنی‌تر کردن منابع درسی دانشگاهی تهیه و بر روی لوح فشرده تکثیر می‌شوند و یا در وبگاه دانشگاه قرار می‌گیرند.

مدیریت تولید محتوا و تجهیزات آموزشی

فهرست مطالب

۱	فصل اول	دستگاه‌های معادلات خطی
۱	هدف کلی	
۱	هدف‌های آموزشی	
۲	۱-۱	ماتریس‌ها و دستگاه‌های معادلات خطی
۱۳	۲-۱	دستگاه‌های بیشتر
۱۵	۳-۱	تمرین
۲۰	۴-۱	روش حذفی گاوس - جردن
۲۸	۵-۱	دستگاه‌های معادلات خطی همگن
۳۰	۶-۱	تمرین
۳۹	۷-۱	Curve Fitting*
۴۲	۸-۱	تحلیل شبکه الکتریکی
۴۵	۹-۱	جریان ترانژیک

۴۹	تمرین	۱۰-۱
۵۲	تمرین‌های دوره‌ای فصل اول	۱۱-۱
۵۷	فصل دوم ماتریس‌ها	
۵۷	هدف کلی	
۵۷	هدف‌های آموزشی	
۵۸	۱-۲ جمع، ضرب عددی و ضرب ماتریس‌ها	
۶۰	۲-۲ جمع ماتریس‌ها	
۶۱	۳-۲ ضرب اسکالر ماتریس‌ها	
۶۱	۴-۲ قرینه‌سازی و تفریق	
۶۲	۵-۲ ضرب ماتریس‌ها	
۶۵	۶-۲ اندازه‌ی یک ماتریس حاصل ضرب	
۶۷	۷-۲ نماد ماتریسی و دستگاه‌های معادلات	
۶۸	۸-۲ ضرب سریع ماتریسی	
۷۰	۹-۲ تمرین	
۷۵	۱۰-۲ ویژگی‌های اعمال ماتریس‌ها	
۸۱	۱۱-۲ توان‌های ماتریس‌ها	
۸۲	۱۲-۲ تمرین	
۸۸	۱۳-۲ ماتریس‌های متقارن و سلسله مراتب تاریخی در باستان‌شناسی	
۹۲	۱۴-۲ ماتریس‌ها با درایه‌های مختلط	
۹۵	۱۵-۲ سلسله مراتب تاریخی در باستان‌شناسی	
۹۹	۱۶-۲ تمرین	
۱۰۵	۱۷-۲ ماتریس معکوس	
۱۰۷	۱۸-۲ روش حذفی گاوس - جردن برای پیدا کردن معکوس ماتریس	
۱۱۳	۱۹-۲ رمز نویسی	
۱۱۵	۲۰-۲ تمرین	
۱۲۲	۲۱-۲ *مدل ورودی - خروجی لئونتیف در اقتصاد	

۱۲۸	تمرین	۲۲-۲
۱۳۰	*زنجیره‌های مارکوف، مهاجرت جمعیت و ژنتیک	۲۳-۲
۱۳۶	تمرین	۲۴-۲
۱۴۰	*یک مدل ارتباطی و ارتباطات گروهی در جامعه	۲۵-۲
۱۴۵	فاصله در یک گراف جهت‌دار	۲۶-۲
۱۴۶	ارتباطات گروهی در جامعه‌شناسی	۲۷-۲
۱۴۷	تمرین	۲۸-۲
۱۵۶	تمرین‌های دوره‌ای فصل دوم	۲۹-۲

۱۶۰	فصل سوم دترمینان‌ها	
۱۶۰	هدف کلی	
۱۶۰	هدف‌های آموزشی	
۱۶۱	۱-۳ مقدمه‌ای بر دترمینان‌ها	
۱۶۵	۲-۳ محاسبه دترمینان‌های ماتریس‌های 2×2 و 3×3	
۱۶۶	۳-۳ تعریف دیگری از دترمینان	
۱۶۸	۴-۳ تمرین	
۱۷۱	۵-۳ خواص دترمینان‌ها	
۱۷۷	۶-۳ تمرین	
۱۸۰	۷-۳ محاسبه عددی یک دترمینان	
۱۸۵	۸-۳ تمرین	
۱۸۶	۹-۳ دترمینان‌ها، معکوس‌های ماتریس و دستگاه‌های معادلات خطی	
۱۹۵	۱۰-۳ تمرین	
۱۹۸	۱۱-۳ تمرین‌های دوره‌ای فصل سوم	

۲۰۱	فضای برداری $\mathbb{R}^n$	فصل چهارم
۲۰۲	مقدمه بر بردارها	۱-۴
۲۱۱	تمرین	۲-۴
۲۱۳	حاصل ضرب نقطه‌ای	۳-۴

۲۱۵	نرم یک بردار در $\mathbb{R}^n$	۴-۴
۲۱۷	زاویه بین بردارها	۵-۴
۲۲۲	فاصله‌ی بین نقاط	۶-۴
۲۲۴	تمرین	۷-۴
۲۲۷	مقدمه‌ای بر تبدیلات خطی	۸-۴
۲۳۲	ترکیب تبدیلات ماتریسی	۹-۴
۲۳۳	تمرین	۱۰-۴
۲۳۵	دوران حول مبدأ	۱۱-۴
۲۳۸	نمایش ماتریسی	۱۲-۴
۲۳۹	انقباض و انقباض	۱۳-۴
۲۴۰	انعکاس	۱۴-۴
۲۴۴	انتقال و تبدیلات آفین	۱۵-۴
۲۴۶	تبدیلات در گرافیک‌های رایانه‌ی	۱۶-۴
۲۴۹	*تصاویر فراکتال طبیعت	۱۷-۴
۲۵۲	تمرین	۱۸-۴
۲۵۷	تمرین‌های دوره‌ای فصل چهارم	۱۹-۴

۲۵۹	فضاهای برداری عمومی	فصل پنجم
۲۶۰	فضاهای برداری	۱-۵
۲۶۱	فضاهای برداری ماتریس‌ها	۲-۵
۲۶۳	فضاهای برداری توابع	۳-۵
۲۶۴	فضای برداری مختلط $\mathbb{C}^n$	۴-۵
۲۶۶	تمرین	۵-۵
۲۶۷	زیرفضاها	۶-۵
۲۷۲	تمرین	۷-۵
۲۷۶	ترکیبات خطی بردارها	۸-۵
۲۸۷	تمرین	۹-۵

۲۸۹	استقلال و وابستگی خطی	۱۰-۵
۲۹۵	تمرین	۱۱-۵
۲۹۸	پایه و بعد	۱۲-۵
۳۰۶	بعد برخی فضاها	۱۳-۵
۳۰۸	تمرین	۱۴-۵
۳۱۰	رتبه یک ماتریس	۱۵-۵
۳۱۸	تمرین	۱۶-۵
۳۱۹	بردارهای متعامد و تصاویر در $\mathbb{R}^n$	۱۷-۵
۳۲۳	تصویر یک بردار روی بردار دیگر	۱۸-۵
۳۲۷	تصویر یک بردار روی یک زیرفضا	۱۹-۵
۳۳۰	فاصله یک نقطه از یک زیرفضا	۲۰-۵
۳۳۲	ماتریس‌های متعامد	۲۱-۵
۳۳۴	تمرین	۲۲-۵
۳۳۸	تمرین‌های دوره‌ای فصل پنجم	۲۳-۵

۳۴۴	مقادیر ویژه و بردارهای ویژه	فصل ششم
۳۴۵	مقادیر ویژه	۱-۶
۳۴۶	محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه	۲-۶
۳۵۴	تمرین	۳-۶
۳۵۶	*جمعیت شناسی	۴-۶
۳۶۰	قطری کردن ماتریس‌ها	۵-۶
۳۶۴	قطری‌سازی ماتریس‌های متقارن	۶-۶
۳۶۶	قطری‌سازی متعامد	۷-۶
۳۶۷	تمرین	۸-۶
۳۷۰	دوران محورهای مختصات	۹-۶
۳۷۱	*فرم‌های درجه دوم	۱۰-۶
۳۷۴	معادلات تفاضلی	۱۱-۶

نکاتی در مورد مقادیر ویژه و بردارهای ویژه	۳۷۸	۱۲-۶
تمرین	۳۹۰	۱۳-۶
تمرین‌های دوره‌ای فصل ششم	۳۹۱	۱۴-۶

تبدیلات خطی	۳۹۳	فصل هفتم
تبدیلات خطی، هسته و برد	۳۹۴	۱-۷
تمرین	۴۰۶	۲-۷
*تبدیلات و دستگاه‌های معادلات خطی	۴۱۲	۳-۷
معادلات همگن	۴۱۳	۴-۷
معادلات ناهمگن	۴۱۴	۵-۷
دستگاه‌های بیشتر	۴۱۷	۶-۷
تمرین	۴۲۰	۷-۷
بردارهای مختصاتی	۴۲۳	۸-۷
تغییر پایه	۴۲۷	۹-۷
یک‌ریختی‌ها	۴۳۰	۱۰-۷
تمرین	۴۳۲	۱۱-۷
نمایش‌های ماتریسی تبدیلات خطی	۴۳۵	۱۲-۷
اهمیت نمایش ماتریسی	۴۴۰	۱۳-۷
ارتباط‌های بین نمایش‌های ماتریسی	۴۴۳	۱۴-۷
نمایش ماتریسی قطری یک عملگر خطی	۴۴۴	۱۵-۷
تمرین‌های دوره‌ای فصل هفتم	۴۵۲	۱۶-۷

فضاهای ضرب داخلی	۴۵۴	فصل هشتم
فضاهای ضرب داخلی	۴۵۵	۱-۸
نرم یک بردار	۴۵۸	۲-۸
زوایه	۴۵۹	۳-۸
بردارهای متعامد	۴۶۰	۴-۸
فاصله	۴۶۱	۵-۸

۴۶۲	تمرین	۶-۸
۴۶۷	اتحادهای قطبی	۷-۸
۴۶۸	*هندسه ناقلیدسی و نسبیت خاص	۸-۸
۴۷۱	نسبیت خاص	۹-۸
۴۷۵	تمرین	۱۰-۸
۴۷۷	*تقریب توابع و تئوری کدنگاری	۱۱-۸
۴۸۰	*تقریب‌های فوریه	۱۲-۸
۴۸۲	*نظریه کدنگاری	۱۳-۸
۴۸۵	تمرین	۱۴-۸
۴۸۶	*منحنی کمترین مربعات	۱۵-۸
۴۸۹	*منحنی‌های کمترین مربعات	۱۶-۸
۴۹۹	تمرین	۱۷-۸
۵۰۵	مرجع‌ها	

پیشگفتار

ویژگی‌های کتاب. در این کتاب ریاضیات، محاسبات و کاربردها به طریقی انعطاف‌پذیر با هم درآمیخته است. هم چنان که قبلاً گفته شد، در عین حال که جبرخطی درسی مجرد بوده و مفاهیم آن در نهایت به گونه‌ای محض ارائه می‌گردد، هیچ مبحثی بدون کاربرد رها نشده است. اصولاً، هیچ بخشی از ریاضیات امروزه به لحاظ فلسفه آموزشی نباید بدون کاربرد در دانشگاه‌ها، و مدارس ارائه گردد. دانشجویان این درس کاربردهای آن را در محیطی طبیعی ملاحظه خواهند کرد. راهبرد کار از این قرار است که ابتدا ریاضیات مربوطه را توسعه داده و سپس کاربردهای آن ارائه می‌گردد. با این حال مدرسین این درس می‌توانند به منظور انگیزه بخشی به دانشجویان ابتدا اشاره‌ای به کاربردهای هر مبحث کرده و سپس شروع به مفهوم سازی و توسعه درس نمایند. از نظر آموزشی و تاریخی، ریاضیات از طریق تعامل و کار روی کاربردها توسعه یافته است.

موضوعات کتاب شامل مباحث کلاسیک و رسمی جبرخطی است که در دانشگاه‌های ایران و دانشگاه‌های معتبر جهان تدریس می‌گردد. از دستگاه‌های معادلات خطی گرفته، حساب ماتریس‌ها و درمیان‌ها تا فضاهای برداری ملموس ($\mathbb{R}^n$) و مجرد و نگاشت‌های خطی و بالاخره بردارها و مقادیر ویژه را شامل می‌شود. بدین ترتیب این کتاب، که براساس کتاب مشهور گارث ویلیم [1] تألیف گردیده است، در هشت فصل به رشته تحریر درآمده است.

گروه مؤلفین پیشاپیش از هر نظر و نقدی که همکاران گرامی و دانشجویان عزیز در خصوص این درس، مباحث آن و نحوه ارائه مطالب داشته باشند استقبال می‌نمایند.

مدرس محترم، بخش‌هایی از کتاب که ستاره دار هستند، اختیاری تلقی گردند و به دانشجویان توصیه شود که جهت آشنایی با کاربردهای متنوع این درس می‌توانند مطالعه کنند لکن از شرح مواد درسی حذف می‌گردند.

گروه مؤلفان جبرخطی

اعضای هیأت علمی دانشگاه پیام نور