

تئوری خطاها

مولفان :

مهندس عبدالحسین حاجی زاده

کارشناس ارشد هیدروگرافی

مهندس ابوالفضل رنجبر

کارشناس ارشد سیستم اطلاعات جغرافیایی

عضو هیات علمی دانشگاه تبریز

سرشناسه	:رنجبر، ابوالفضل، ۱۳۵۵ -
عنوان و نام پدیدآور	:تئوری خطاها/ مولفان ابوالفضل رنجبر، عبدالحسین حاجی‌زاده
مشخصات نشر	:تهران: مقدس، ۱۳۸۸
مشخصات ظاهری	:۲۱۲ ص.:مصور، جدول، نمودار
شابک	:978-964-5748-02-7
وضعیت فهرست نویسی	:فیا
یادداشت	:واژه‌نامه
یادداشت	:کتابنامه : ص. ۲۱۱
موضوع	:اشتباهها -- نظریه
موضوع	:نظریه تخمین
موضوع	:آمار ریاضی
موضوع	:نگاشت (ریاضیات)
شناسه افزوده	:حاجی‌زاده، عبدالحسین، ۱۳۴۳ -
رده بندی کنگره	:۱۳۸۸ ۹۷۹/۲۷۵۵۵۸:
رده بندی دیویی	:۵۱۱/۲۳:
شماره کتابشناسی ملی	:۶۴۹۷۹۶۱:

نام کتاب : تئوری خطاها

تألیف: ابوالفضل رنجبر، عبدالحسین حاجی‌زاده

چاپ اول : بهار ۱۳۸۸ - ناشر : تهران، مقدس - تیراژ: ۲۰۰۰ جلد

ناظر چاپ: رضا زهره، پیام رحیمی فر،

لینوگرافی، چاپ و صحافی: امیرنقش

مدیر اجرایی: عزیز الله حاجی‌زاده - عبدالحسین حاجی‌زاده

قیمت فروش: ۴۵۰۰ تومان شابک: 978-964-5748-02-7

محل پخش عمده: (۱) تهران، میدان ونک، تقاطع میرداماد با ولیعصر (عج) - روبروی برج اسکان - انتشارات دانشگاه خواجه نصیر ۰۲۱-۸۸۷۷۲۲۷۷

(۲) - تهران، خ ۱۲ فروردین، بعد از وحید نظری، بن بست حقیقت، انتهای بن بست، آخرین منزل، دست چپ، پلاک ۵، ۰۲۱-۶۶۹۷۱۰۹۰ - ۶۶۹۷۱۰۰۸۸ ، www.parseno.blogfa.com

(۳) تبریز، خیابان امام، بازار بزرگ تربیت، طبقه پائین، پلاک ۴۰، انتشارات عمیدی، ۰۴۱۱۵۵۳۵۹۶۱

(۴) موسسه ورنال، دفتر مرکزی ۰۹۱۹۶۲۷۰۵۷۸ ، www.geodesy.ir

کلیه حقوق این کتاب محفوظ و در اختیار مولفان قرار دارد.

بسمه تعالی

پیشگفتار مولفان

مدت مدیدی است که رشته مهندسی نقشه‌برداری در کشور تاسیس و مورد مطالعه و تحقیق قرار گرفته است در این راستا اساتید بیاری در کشور با تلاش روزافزون در راه گشودن رازهای نهفته این علم گامی نوین گذاشته‌اند و تا حد زیادی توانسته‌اند به آرزوی فوق‌جامعه عمل ببوشانند ولی در حال حاضر متأسفانه در کشور ما این علم چندان مورد توجه قرار نگرفته و از جایگاه ویژه‌ای برخوردار نبوده و توجه بسیار اندکی از سوی محققان و غیره شده است به عنوان مثال یکی از نقیصه‌های موجود، عدم وجود کافی منابع آموزشی در جامعه بوده تا آنجا که قابل ذکر است اکثر منابع موجود در قالب جزوات درسی ارائه می‌شود. که این امر مهم را می‌توان در بخشهای ریاضی این رشته یعنی دروس تئوری خطاها به وفور یافت. لذا نگارندگان این پیشگفتار بر خود واجب دانستند با سعی و جدیت و در حد توان ایراد فوق را برطرف نموده و جامعه نقشه‌برداری را از لحاظ منابع ارزنده غنی سازند. امید است توانسته باشیم در انتقال مباحث موجود در کتاب، مفهوم و رسائی مطالب را حفظ کرده باشیم.

وظیفه خود می‌دانیم که از اساتید ژنودزی ایران جناب آقای دکتر نجفی علمداری، دکتر آزموده اردلان و دکتر وثوقی جهت ارشادهای ارزنده و به موقع به منظور حمایت و پشتیبانی از این رشته، صمیمانه تشکر و سپاسگزاری نمائیم.

یقیناً محتویات این کتاب خالی از ایراد و اشکال نبوده و با وجود دقتی که در تهیه مجموعه مبذول شده است خطاهائی در بر خواهد داشت و از خوانندگان محترم تقاضا می‌گردد انتقادهای سازنده خود را به سمع و نظر گردآورندگان رسانیده تا در چاپ‌های بعدی اعمال گردد.

امیدواریم تدوین این اثر گامی کوچک در راستای اعتلای فرهنگ غنی نقشه‌برداری کشور به حساب آید و مورد استفاده نقشه‌برداران ارجمند قرار گیرد. در پایان ذکر این نکته ضروری است که:

“تنها کسانی خطا نمی‌کنند که کاری نمی‌کنند.”

بهار ۱۳۸۸

ابوالفضل رنجبر، عبدالحسین حاجی زاده

abranjbar@tabrizu.ac.ir

hajizadeh6331@gmail.com

مقدمه

به علت وجود خطاها در دستگاههای اندازه گیری، شرایط مختلف و متغیر جوی در مکانهای متفاوت، خطاهای انسانی و غیره باعث بوجود آمدن خطا و اشتباه در مشاهدات شده، که باعث می شود مشاهدات انجام گرفته با مقدار واقعی خود اختلاف داشته که این به نوبه خود باعث عدم رسیدن مهندس نقشه بردار به هدف اصلی خود که همان انجام پروژه و تحقیقات بدون خطا (در حد امکان) و اشتباه بوده، می شود. لذا ایجاد عوامل وجود خطا در مشاهدات و اندازه گیری ها و عدم رسیدن به مقدار واقعی، مبحث تئوری خطاها را مهم جلوه می کند که می توان آن را یکی از مباحث مهم نقشه برداری دانست زیرا همان طور که می دانیم طول و زاویه دو عنصر اصلی و حیاتی در مشاهدات نقشه برداری می باشد و چنانچه بتوان این دو کمیت و کمیت های وابسته را به نوعی به مقدار واقعی آنها، نزدیک کرد می توان گفت که انجام پروژه ها و تحقیقات نقشه برداری با دقت و صحت کافی به اتمام می رسد.

به نوعی می توان گفت تنها با کمک این مباحث است که می توان به بهترین دقت و صحت مشاهدات رسید. بنابراین موارد بالا ایجاب می کند که مباحث تئوری خطاها را به بهترین نحو ممکن مورد مطالعه قرار گیرید.

چرا یک نقشه بردار احتیاج به دانستن تئوری خطاها دارد؟

اطلاع و دانستن یک نقشه بردار از خطاها باعث می شود که وی در موارد ذیل توانا گردد:

۱. تقلیل یا مینیم کردن اثرات خطاها بر روی مشاهدات،
۲. تعیین محتملترین مقدار^۱ با استفاده از تکرار مشاهدات از یک کمیت،
۳. ارزیابی و تشخیص صحت مشاهدات صحرائی^۲،
۴. بدست آوردن اندازه گیری دقت یک دستگاه،
۵. تعیین اینکه چه نوع خطاهایی و چه نوع مشاهداتی قابل صرف نظر کردن هستند و
۶. ایجاد یک مجموعه از مقادیر برای کمیت مورد نظر

چرا خطا در نقشه برداری رخ می دهد؟

به علت اینکه امکان بدست آوردن مقدار واقعی از هر نوع کمیت قابل اندازه گیری وجود ندارد زیرا:

۱. هیچ گونه سیستم اندازه گیری بدون عیب و نقص نیست.
۲. هیچ اپراتوری بدون اشتباه و خطا کار نمی کند.
۳. تعداد کمی محاسبات می توانند بدون انجام گرد نمودن خطاها، به اتمام رسند.

¹ Most Probable Value

² Field Measurements

فهرست مطالب	صفحه
فصل اول: آمار توصیفی	
۱-۱- داده‌ها و متغیرها	۱
۱-۱-۱- انواع متغیرها	۱
۲-۱- انواع آمار	۳
۳-۱- آمار توصیفی	۳
۱-۳-۱- معیارهای مرکزیت یا تمایل به مرکز	۳
۲-۳-۱- معیارهای پراکندگی	۷
۳-۳-۱- معیارهای شکل توزیع	۱۲
۴-۳-۱- معیارهای موقعیت نسبی	۱۳
فصل دوم: متغیرهای تصادفی	
۱-۲- متغیرهای تصادفی	۱۵
۲-۲- امید ریاضی و واریانس و کواریانس متغیرهای تصادفی	۱۵
۳-۲- متغیرهای تصادفی گسسته	۱۶
۱-۳-۲- توزیع های احتمال متغیرهای تصادفی گسسته	۱۶
۲-۳-۲- امید ریاضی و واریانس متغیر تصادفی گسسته	۱۶
۳-۳-۲- توزیع احتمال تجمعی متغیر تصادفی گسسته	۱۶
۴-۳-۲- توزیع پواسون	۱۶
۴-۲- سوالات متغیرهای تصادفی گسسته	۱۹
۵-۲- متغیرهای تصادفی پیوسته	۲۳
۱-۵-۲- توزیع احتمال متغیرهای تصادفی پیوسته	۲۳
۲-۵-۲- تابع توزیع تجمعی پیوسته	۲۴
۳-۵-۲- تابع چگالی احتمال دو بعدی	۲۵
۴-۵-۲- تابع توزیع حاشیه‌ای	۲۶
۵-۵-۲- تابع توزیع شرطی	۲۶
۶-۵-۲- امید ریاضی متغیر تصادفی پیوسته	۲۶
۷-۵-۲- قضایای امید ریاضی	۲۷
۷-۵-۲- واریانس متغیر تصادفی پیوسته	۲۸
۸-۵-۲- تعریف انحراف معیار	۲۹
۹-۵-۲- تعریف کواریانس	۲۹
۱-۹-۵-۲- قضایای واریانس و کواریانس	۲۹
۱۰-۵-۲- همبستگی مرکزی (حول میانگین)	۳۲
۱۱-۵-۲- تعریف ضریب وابستگی (همبستگی)	۳۳
۱-۱۱-۵-۲- انواع همبستگی	۳۵
۱-۱۱-۵-۲- همبستگی مثبت (مستقیم)	۳۵

۳۵	۲-۱-۱۱-۵-۲- همبستگی منفی (معکوس)
۳۷	۲-۵-۱۲- توزیع یکنواخت
۳۹	۲-۶- سوالات متغیرهای تصادفی پیوسته
	فصل سوم: آمار پارامتریک
۴۵	۱-۳- آمار پارامتریک و آمار ناپارامتریک
۴۶	۲-۳- تابع توزیع نرمال تک بعدی (منحنی نرمال، منحنی گوس)
۵۱	۳-۲-۱- خصوصیات توزیع نرمال
۵۴	۳-۳- استاندارد کردن یک متغیر تصادفی x
۵۶	۳-۴- مفهوم منطقه اطمینان
۶۰	۳-۵- تابع توزیع نرمال n بعدی
۶۲	۳-۶- تابع توزیع نرمال 2 بعدی
۶۴	۳-۷- سوالات آمار پارامتریک
۷۷	۳-۸- جامعه و نمونه
۷۹	۳-۹- جامعه آماری و نمونه آماری
۷۹	۳-۱۰- درجه آزادی
۸۰	۳-۱۱- نمونه تصادفی و نمونه اریب
۸۰	۳-۱۲- تابع f استیودنت
۸۱	۳-۱۲-۱- خواص توزیع f استیودنت
۸۳	۳-۱۲-۲- کاربردهای تابع t استیودنت
۸۳	۳-۱۳- توزیع χ^2 (کای اسکور)
۸۴	۳-۱۳-۱- خواص توزیع کای اسکور
۸۵	۳-۱۳-۲- کاربردهای توزیع کای اسکور
۸۶	۳-۱۴- توزیع فیشر
۸۸	۳-۱۴-۱- کاربردهای توزیع فیشر
	فصل چهارم: پخش خطاها
۸۹	۴-۱- خطا
۸۹	۴-۲- دلایل درست نبودن یک اندازه گیری
۹۰	۴-۳- خطاهای مشاهدات
۹۰	۴-۳-۱- خطای اتفاقی
۹۱	۴-۳-۲- خطای سیستماتیک
۹۲	۴-۳-۳- اشتباهات
۹۳	۴-۳-۳-۱- نحوه کنترل مشاهدات جهت حذف اشتباهات
۹۳	۴-۴- صحت و دقت (مینیم واریانس) مناسب
۹۵	۴-۵- خطای احتمالی، خطای ماکزیمم و دقت نسبی
۹۸	۴-۶- پخش خطاها در اندازه گیری های غیرمستقیم

۱۰۱	۷-۴- دقت میانگین چند کمیت
۱۰۱	۸-۴- مختصری درباره قانون پخش خطاها
۱۰۲	۸-۴-۱- قانون کواریانس
۱۰۲	۸-۴-۲- تجزیه و تحلیل اولیه در یک تابع
۱۰۳	۸-۴-۳- واریانس و کواریانس مختصات (x, y) در یک پیمایش
۱۰۳	۸-۴-۴- پخش خطا در یک پیمایش با اندازه گیری آزمایش و طولها
۱۰۴	۸-۴-۵- قانون پخش خطاها در صورت وابسته بودن اندازه گیری ها
۱۰۴	۸-۴-۶- قانون پخش خطاها در صورت مستقل بودن اندازه گیری ها
۱۰۵	۹-۴- سوالات پخش خطاها
	فصل پنجم: برآورد
۱۱۱	۵-۱- نمونه برداری
۱۱۲	۵-۲- برآورد با تخمین
۱۱۲	۵-۳- برآورد نقطه ای
۱۱۳	۵-۳-۱- برآورد گر
۱۱۳	۵-۳-۲- معیارهای کیفیت برآورد کنند
۱۱۳	۵-۳-۲-۱- برآورد نااریب
۱۱۶	۵-۳-۲-۲- سازگاری یا استحکام
۱۱۷	۵-۳-۳-۱- مینیمم واریانس
۱۱۷	۵-۳-۳-۲- کارایی و کفایت
۱۱۸	۵-۳-۳-۳- روشهای برآورد نقطه ای
۱۱۸	۵-۳-۳-۱- روش گشتاورها
۱۱۸	۵-۳-۳-۲- روش ماکزیمم احتمال در برآورد پارامترهای جامعه
۱۲۰	۵-۳-۳-۳- روش کمترین مربعات
۱۲۳	۵-۴-۱- برآورد فاصله ای (دامنه ای)
۱۲۳	۵-۴-۱- تعریف برآورد فاصله ای
۱۲۴	۵-۴-۲- فواصل اطمینان
۱۲۴	۵-۴-۲-۱- فاصله اطمینان میانگین
۱۲۴	۵-۴-۲-۱-۱- واریانس جامعه معلوم
۱۲۵	۵-۴-۲-۱-۲- واریانس جامعه نامعلوم
۱۲۷	۵-۴-۲-۲- فاصله اطمینان واریانس
۱۲۸	۵-۴-۲-۳- فاصله اطمینان برای نسبت دو واریانس
۱۲۹	۵-۵- آزمون فرضها
۱۳۰	۵-۵-۱- آزمون مقایسه یک میانگین با یک عدد معلوم (میانگین فرضی جامعه)
۱۳۲	۵-۵-۲- آزمون مقایسه واریانس با یک عدد معلوم (واریانس فرضی جامعه)
۱۳۳	۵-۶- آزمون نیکویی برازش

۱۳۵	۷-۵- سوالات برآورد
	فصل ششم: انتشار خطاها
۱۴۱	۱-۶- تعریف وزن
۱۴۱	۱-۱-۶- مفهوم وزن در کمیت‌های ثابت، مجهول و قابل مشاهده
۱۴۲	۲-۱-۶- ماتریس وزن
۱۴۲	۳-۱-۶- بررسی رابطه وزن و واریانس
۱۴۴	۴-۱-۶- میانگین اندازه‌گیری‌های وزن دار
۱۴۴	۲-۶- ماتریس کوفکتور
۱۴۵	۳-۶- انتشار خطاها
۱۴۵	۱-۳-۶- انتشار توزیع‌ها
۱۴۵	۱-۱-۲-۶- انتشار توزیع‌ها در حالت تک بعدی
۱۴۶	۲-۱-۲-۶- انتشار توزیع‌ها در حالت n بعدی
۱۴۶	۲-۳-۶- انتشار میانگین در توابع خطی
۱۴۶	۳-۳-۶- انتشار واریانس و کواریانس در توابع خطی
۱۴۸	۱-۲-۲-۶- اثبات انتشار ماتریس واریانس کواریانس (قانون کواریانس)
۱۴۹	۲-۳-۳-۶- انتشار خطاها در متغیرهای مستقل (قانون انتشار خطاها)
۱۵۰	۴-۳-۶- انتشار ماتریس واریانس کواریانس در توابع غیرخطی
۱۵۱	۵-۳-۶- انتشار ماتریس واریانس کواریانس از طریق ماتریسی
۱۵۲	۱-۵-۳-۶- روش جایگزینی
۱۵۲	۲-۵-۳-۶- قدم به قدم
۱۵۲	۴-۶- انتشار خطای سیستماتیک
۱۵۴	۵-۶- سوالات انتشار خطاها
	فصل هفتم: بیضی خطاها
۱۶۷	۷- ماتریس‌ها
۱۶۷	۱-۷- مرتبه یا رnk یک ماتریس
۱۶۹	۲-۷- تعداد جوابهای دستگاههای معادلات خطی
۱۷۰	۳-۷- تریس (Trace) یک ماتریس مربعی
۱۷۰	۴-۷- چند خاصیت تریس (Trace)
۱۷۰	۵-۷- مقادیر ویژه و بردارهای ویژه یک ماتریس مربعی
۱۷۱	۶-۷- دترمینان کهاد - همسازه های یک ماتریس مربع
۱۷۱	۷-۷- ماتریس همسازه ها و ماتریس الحاقی
۱۷۲	۸-۷- معکوس یک ماتریس مربعی
۱۷۳	۹-۷- بیضی خطا
۱۷۵	۱-۹-۷- محاسبه توجیه بیضی و نیم اقطارها
۱۸۰	۲-۹-۷- بیضی‌های احتمال ثابت

۱۸۱	۷-۹-۲-۱- بیضی خطای مطلق
۱۸۲	۷-۹-۲-۲- بیضی خطای نسبی
۱۸۴	۷-۱۰- سوالات بیضی خطاها
۱۹۳	پیوست الف: لیست توابع چگالی
۱۹۴	پیوست ب: جداول توزیع ها
۲۰۸	پیوست ت: لغت نامه
۲۱۱	مراجع

۱-۱- داده‌ها و متغیرها

داده‌ها شامل اندازه‌گیری‌ها (مشاهدات) می‌باشد. بعنوان مثال طول اندازه‌گیری شده بین دو نقطه A و B، به عنوان یک داده تلقی می‌شوند. به عبارت دیگر داده^۱، آمار و اطلاعاتی است که هیچ پردازشی روی آنها انجام نگرفته و به عنوان اطلاعات خام مد نظر قرار می‌گیرند. به مجموعه‌ای از مشاهدات مربوط به یک صفت خاص، یک متغیر^۲ گویند.

در تعریف ریاضی متغیر به عاملی اطلاق می‌شود که ثابت نبوده است و در یک مجموعه و یا در ارتباط با داده‌های دیگر، می‌توان آن را با عوامل معینی که هم مقدار می‌باشند، جایگزین کرد. در ارتباط با یک مطالعه و یا بررسی مشخص متغیرها عبارت است از: عوامل تاثیرگذاری که نقش، ارزش و میزان تاثیر آنها ثابت نیست و در عین حال می‌توان اثرگذاری آنها را اندازه گرفت.

۱-۱-۱- انواع متغیرها

انواع متغیرها براساس شیوه اندازه‌گیری و مقیاس مورد نیاز برای سنجش متغیرها عبارتند از:

الف- متغیرهای کمی (عددی)

متغیر کمی قابل اندازه‌گیری بوده و می‌تواند پیوسته و یا گسسته باشد. متغیر پیوسته، هر ارزش عددی (اعداد حقیقی) را در یک دامنه مشخص می‌تواند داشته باشد. متغیر گسسته، دارای ارزشهای قابل شمارش (اعداد طبیعی) بوده که تعداد این متغیرها می‌تواند محدود یا نامحدود باشد.

به عبارت دیگر متغیرهایی هستند که برای اندازه‌گیری آنها می‌توان اعداد را به وضعیت آزمودنی و بر طبق قاعده‌ایی معین منتسب کرد. این متغیرها به دو دسته زیر تقسیم می‌شوند:

- متغیر کمی پیوسته: متغیری است که بین هر دو مقدار متوالی آن مقادیر بی‌شماری وجود دارد، مانند: میزان تولید، قد و وزن.

- متغیر کمی گسسته: بین هر دو مقدار متغیر کمی گسسته نمی‌توان مقدار دیگری را پیدا نمود، مانند: تعداد فرزندان.

¹ Data

² Variable