



آشنایی با پوچ سازهای چند جمله‌ای‌ها

تصنیف:

ابراهیم هاشمی

دانشگاه صنعتی شاهرود

سرشناسه : هاشمی، ابراهیم، ۱۳۵۲-

عنوان و نام پدیدآور : آشنایی با پوچ‌سازهای چندجمله‌ای‌ها/ تصنیف ابراهیم هاشمی.

مشخصات نشر : شاهرود: دانشگاه صنعتی شاهرود. ۱۳۹۰.

مشخصات ظاهری : ۴۱۰ ص.

شابک : 978-964-7637-81-7

وضعیت فهرست نویسی : فیبا

یادداشت : کتابنامه.

موضوع : حلقه‌ی چندجمله‌ای‌ها

موضوع : چند جمله‌ای‌ها

موضوع : حلقه‌ها (جبر)

موضوع : مدول‌ها (جبر)

شناسه افزوده : دانشگاه صنعتی شاهرود

رده بندی کنگره : ۱۳۹۰ ۵۱۲/۴/۵۱۲/۴

رده بندی دیویی : ۵۱۲/۴

شماره کتابشناسی ملی : ۲۵۹۹۲۸۱

تاریخ درخواست : ۱۳۹۰/۱۰/۰۴

تاریخ پاسخگویی : ۱۳۹۰/۱۰/۱۱

کد پیگیری : ۲۵۹۸۳۶۲



سازمان اسناد و کتابخانه ملی

عنوان کتاب : آشنایی با پوچ‌سازهای چندجمله‌ای‌ها

تصنیف : دکتر ابراهیم هاشمی

ویراستار علمی : دکتر علی اکبر استاجی

ویراستار ادبی : آزاده سعیدی مقدم

طراحی روی جلد : حمید رضا الپی

چاپ اول : سال ۱۳۹۰

تیراژ : ۲۰۰۰

قیمت : ۱۰۰۰۰۰ ریال

شابک : ۹۷۸-۹۶۴-۷۶۳۷-۸۱-۷

آدرس: شاهرود، بلوار دانشگاه، دانشگاه صنعتی شاهرود، مرکز چاپ و نشر، صندوق پستی ۳۶۱۵۵-۳۱۶. تلفن ۳۳۳۲۲۰۴-۹
حق چاپ برای ناشر محفوظ است و هرگونه استفاده غیر مجاز از این اثر ممنوع است.

پیشگفتار

بدون شک پوچ‌سازها در هر شاخه از ریاضیات نقش مهمی دارند. هدف اصلی این کتاب آشنا نمودن دانشجویان با پوچ‌سازها در حلقه‌های ناجابجایی و شبه حلقه‌هاست. برای مطالعه‌ی این کتاب دانستن جبر در حد دوره کارشناسی ریاضی لازم است.

در فصل اول، حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب، حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های مشتق، حلقه‌ی سری‌های توانی اریب، حلقه‌ی گروهی (تکواری)، حلقه‌ی گروهی اریب، K -حلقه‌ی آزاد و برخی حلقه‌های بالامثنی از جمله توسیع بدیهی یک حلقه را معرفی می‌کنیم تا در فصل‌های ۲، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ برخی ویژگی‌های این حلقه‌ها را مورد بررسی قرار دهیم.

در فصل دوم ابتدا ایده‌آل‌های اول (نیم اول)، جیکسون رادیکال، پوچ رادیکال پایینی و پوچ رادیکال بالایی را یادآوری می‌کنیم و رابطه‌ی ایده‌آل‌های اول مینیمال در حلقه‌های تقلیل یافته با پوچ‌سازها را بررسی می‌کنیم. سپس ایده‌آل‌های کاملاً اول (نیم اول) و قویاً اول را معرفی می‌کنیم و توسیع آنها در حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب، حلقه‌ی سری‌های توانی اریب، حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب لوران را بررسی می‌کنیم. در پایان فصل دوم حلقه‌های سازگار را معرفی می‌کنیم و سپس رابطه‌ی ایده‌آل‌های کاملاً اول (نیم اول) حلقه‌ی R با ایده‌آل‌های کاملاً اول (نیم اول) توسیع کردن حلقه‌ی سازگار R را بررسی می‌کنیم.

در فصل سوم مدول نیم ساده، حلقه‌ی نیم ساده، حلقه‌ی فیلتر منظم، زیرمدول اساسی، مدول منفرد، مدول نامنفرد، مدول تابی، مدول فارغ از تابع، مدول انژکتیو، پوش انژکتیو یک مدول و بعد یکنواخت (گلدی) یک مدول را بیان می‌کنیم تا بتوانیم حلقه‌ی کسره‌های راست (چپ) یک حلقه را معرفی کنیم. همچنین جهت اثبات وجود حلقه کسره‌های کلاسیک، قضایای گلدی بیان شده است. در فصل‌های ۴، ۵، ۶ و ۷ برخی از ویژگی‌های حلقه‌ی کسره‌های کلاسیک را بررسی می‌کنیم.

در فصل چهارم ابتدا مثال‌هایی از حلقه‌های آرمنداریز را معرفی می‌کنیم و سپس رابطه‌ی حلقه‌های آرمنداریز را با حلقه‌های آبل‌ی و گاوسی بررسی می‌کنیم. همچنین برخی از توسیع‌های حلقه‌های آرمنداریز و خطی آرمنداریز را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در پایان فصل چهارم حلقه‌های بئر و ریکارت را معرفی و برخی از حلقه‌هایی که خاصیت بئر ندارند را بیان می‌کنیم. همچنین نشان می‌دهیم که اگر حلقه‌ی R آرمنداریز باشد، آن‌گاه خاصیت بئر از حلقه‌ی R به حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های روی R منتقل می‌شود.

در فصل پنجم زیرحلقه‌های آرمنداریز ماکسیمال حلقه‌ی ماتریس‌های $n \times n$ بالامثلثی، توسیع بدیهی حلقه‌های آرمنداریز، عناصر پوچ‌توان در یک حلقه‌ی آرمنداریز، حلقه‌های آرمنداریز ضعیف، حلقه‌های M -آرمنداریز و حلقه‌های α -آرمنداریز اریب معرفی شده‌اند.

در فصل ششم حلقه‌های زیپ، کاسچ و حلقه‌های تکواری روی حلقه‌های زیپ و مک کوی راست بررسی شده است.

در فصل هفتم ابتدا حلقه‌های شبه بئر و شبه بئر اصلی را معرفی می‌کنیم و سپس حلقه‌ی ماتریس‌های $n \times n$ ، حلقه‌ی ماتریس‌های $n \times n$ بالامثلثی، حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب، حلقه‌ی سری‌های توانی اریب و حلقه‌ی گروهی روی حلقه‌ی شبه بئر و شبه بئر اصلی را بررسی می‌کنیم.

در فصل هشتم ابتدا شبه حلقه‌ها و برخی از ویژگی‌های آنها را یادآوری می‌کنیم و شبه حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب و شبه حلقه‌ی سری‌های توانی اریب روی یک حلقه را معرفی می‌کنیم. سپس شرط‌های پوچ ساز از نوع بئر، شبه بئر و ریکارت روی شبه حلقه‌ها را معرفی می‌کنیم و پوچ‌سازهای شبه حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب و شبه حلقه‌ی سری‌های توانی اریب را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

آنچه که در این کتاب آورده شده است مطالب ضروری برای دانشجویانی است که مایلند با پوچ‌سازهای چندجمله‌ای‌ها روی حلقه‌های ناجابجایی آشنا شوند، اما کافی نیست. امیدوارم این کتاب مورد استفاده‌ی دانشجویان و مدرسین علوم ریاضی قرار گیرد.

ابراهیم هاشمی

دانشگاه صنعتی شاهرود

زمستان ۱۳۹۰

فهرست

فصل اول: مفاهیم اولیه ۱

۱-۱ تعاریف و مثال‌ها ۱

فصل دوم: حلقه‌های کاملاً اول ۹

۱-۲ حلقه‌های اول ۹

۲-۲ ایده‌آل‌های اول مینیمال در حلقه‌های تقطیل یافته ۱۶

۳-۲ حلقه‌های صلب ۲۱

۴-۲ رادیکال اول و رادیکال پوچ بالایی حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب ۳۰

۵-۲ حلقه‌های سازگار ۴۱

۶-۲ ایده‌آل‌های اول و قویاً اول حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب لوران ۴۵

فصل سوم: حلقه‌ی کسرها ۵۷

۱-۳ مدول‌های نیم ساده ۵۷

۲-۳ توسیع‌های اساسی ۶۳

۳-۳ مدول‌های نامنفرد ۶۷

۴-۳ مدول‌های تابی ۷۱

۵-۳ مدول‌های انژکتیو ۷۴

۶-۳ پوش انژکتیو مدول‌ها ۷۷

۷-۳ مدول‌هایی که بعد متناهی دارند ۸۰

۸-۳	بعد یکنواخت مدول‌ها	۸۳
۹-۳	حلقه‌ی کسرها	۸۵
۱۰-۳	قضایای گلدی	۹۱

فصل چهارم: حلقه‌های آرمنداریز ۱۰۱

۱-۴	حلقه‌های آرمنداریز و تقلیل یافته	۱۰۲
۲-۴	حلقه‌های آرمنداریز و آبلی	۱۱۳
۳-۴	حلقه‌های خطی آرمنداریز	۱۲۳
۴-۴	حلقه‌های آرمنداریز و گاوسی	۱۲۷
۵-۴	حلقه‌های بئر	۱۳۳

فصل پنجم: حلقه‌ی ماتریس‌های بالامثلثی آرمنداریز ۱۴۵

۱-۵	زیرحلقه‌های آرمنداریز حلقه‌ی ماتریس‌های $n \times n$	۱۴۵
۲-۵	توسیع بدیهی حلقه‌های آرمنداریز	۱۵۳
۳-۵	حلقه‌های آرمنداریز و H^*P	۱۵۷
۴-۵	حلقه‌های آرمنداریز ضعیف	۱۶۴
۵-۵	ساختار مجموعه‌ی عناصر پوچ توان در حلقه‌های آرمنداریز	۱۷۲
۶-۵	حلقه‌های M -آرمنداریز	۱۸۰
۷-۵	حلقه‌های α -آرمنداریز اریب	۱۹۶

فصل ششم: حلقه‌های زیپ ۲۱۹

۱-۶	حلقه‌های کاسچ و زیپ	۲۱۹
۲-۶	حلقه‌های تکواری روی حلقه‌های زیپ	۲۳۵

فصل هفتم: حلقه‌های شبه بئر ۲۴۹

۱-۷	حلقه‌های شبه بئر	۲۴۹
۲-۷	حلقه‌های شبه بئر اصلی	۲۷۱
۳-۷	حلقه‌ی چندجمله‌ای‌ها روی حلقه‌ی شبه بئر اصلی	۲۸۳
۴-۷	حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب روی حلقه‌ی شبه بئر (اصلی)	۲۸۸
۵-۷	حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب لوران روی حلقه‌ی شبه بئر	۲۹۷
۶-۷	حلقه‌ی سری‌های توانی اریب روی حلقه‌ی شبه بئر اصلی	۳۰۳

۷-۷ حلقه‌ی تکواری روی حلقه‌ی شبه بئر ۳۰۸

فصل هشتم: پوچ‌سازها در شبه حلقه‌ها ۳۱۹

۸-۱ شبه حلقه‌ها ۳۱۹

۸-۲ شرط‌های پوچ ساز از نوع بئر و مثال‌ها ۳۲۸

۸-۳ شرط‌های پوچ ساز از نوع بئر روی شبه حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب ۳۳۶

۸-۴ شرط‌های پوچ ساز از نوع شبه بئر ۳۵۱

۸-۵ شرط‌های پوچ ساز از نوع شبه بئر روی شبه حلقه‌ی چندجمله‌ای‌های اریب ۳۵۴

۸-۶ شرط‌های پوچ ساز از نوع ریکارت روی شبه حلقه‌ی سری‌های توانی اریب ۳۶۹

کتابنامه ۳۷۷

واژه نامه‌ی فارسی به انگلیسی ۳۸۳

واژه نامه‌ی انگلیسی به فارسی ۳۹۱

فهرست راهنما ۴۰۱

فهرست علامات ۴۰۷