

بِسْمِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# ساختار و اندرس در هندسه

مؤلف:

رگس پناهی

www.ketab.ir



هندسه‌ای که ریمان آن را برای اولین بار مطرح ساخت و بنام هندسه ریمانی معروف گردید در حقیقت تعمیم مطالبی بنام هندسه دیفرانسیل رویه‌ها است که توسط گاوس مورد مطالعه قرار گرفته بود در هندسه دیفرانسیل رویه‌ها یک ضرب داخلی روی خانواده بردارهای مماس بر رویه تعریف می‌گردد. اگر شرایط مذکور در تعریف متریک ریمانی را بعضاً حذف یا کمی تغییر دهیم متریک‌های جدیدی حاصل می‌شود که تعابیر بسیار جالبی داشته و در فیزیک و مهندسی بسیاری از پدیده‌ها را توجیه می‌نمایند. به عنوان مثال اگر شرط ۲- ریمانی را حذف کنیم متریک فینسلری ظاهر می‌گردد. بنابه قول مشهور چرن<sup>۱</sup>، متریک فینسلری همان متریک ریمانی است بدون شرط مربعی بودن. متریک‌های فینسلری طبیعی ریز-تیمبر متریک‌های ریمانی هستند که استفاده زیادی در مسائل کاربردی داشته و اخیراً مورد توجه بسیاری از ریاضیدانان کاربردی و محض قرار گرفته‌اند. مطالعه متریک فینسلری ابتدا توسط جی. اف. بی. ریمان<sup>۲</sup> در سال ۱۸۵۴ آغاز گردید، ولی از آنجائیکه او عقیده داشت که مفهوم متریکی که ما به نام ریمان معروف شد برای مطالعه مفاهیم هندسی و ادامه کارهای گاوس<sup>۳</sup> مناسب‌تر است به مطالعات خود ادامه نداد. اما نظر به اینکه این تابع در تعابیر پدیده‌های فیزیکی نقش موثری<sup>۴</sup> دارد بعدها توسط دیگران مورد مطالعه قرار گرفت. از جمله این افراد پل فینسلر بود که در سال ۱۹۱۸ با استفاده از نتایج بدست آمده توسط استاد خودش کنستانتین<sup>۵</sup> و قضیه اوایلر توانست به روش مدونی از این متریک ارائه نماید. نظریه هندسه فینسلر توسط پروالده<sup>۶</sup> و کارتان<sup>۷</sup> گسترش چشمگیری پیدا کرد

<sup>۱</sup> S.S. Chern

<sup>۲</sup> George Friedrich Bernhard Riemann

<sup>۳</sup> Carl Friedrich Gauss

<sup>۴</sup> Constantin Caratheodory

<sup>۵</sup> Berwald

<sup>۶</sup> Cartan

اما در سال ۱۹۴۱ طبقه مهمی از متریک‌های فینسلری توسط فیزیکدانی به نام راندرس در بررسی نظریه نسبیت عام مورد مطالعه قرار گرفت. راندرس نوع بسیار جالبی از متریک‌های فینسلری را در نظر گرفت که جمع یک متریک ریمانی و ۱- فرمی بود یعنی  $F = \alpha + \beta$  این نوع از متریک‌های فینسلری متریک راندرس نامیده شدند.

www.ketab.ir

# فهرست مطالب

## ۱ مقدمات

- ۱.۱ خیمه‌های ریمانی . . . . .
- ۲.۱ التصاق‌های ریمانی . . . . .
- ۲.۱.۱ التصاق نقطی یا التصاق آفین . . . . .
- ۲.۲.۱ التصاق بیانی و قضیه اساسی هندسه ریمانی . . . . .
- ۳.۱ ژئودزیک . . . . .
- ۴.۱ انحناهای ریمان . . . . .
- ۴.۱.۱ انحناهای مقطعی . . . . .
- ۵.۱ گروه‌لی و جبرلی . . . . .
- ۱.۵.۱ نمایش الحاقی گروه و جبرلی . . . . .
- ۶.۱ متریک‌های ریمانی دو پایا . . . . .
- ۷.۱ قضیه هاف- رینو . . . . .

## ۲ فضاها و فینسلری

- ۱.۲ هندسه فینسلری . . . . .
- ۲.۲ نرم مینکوسکی . . . . .
- ۳.۲ متریک فینسلری . . . . .
- ۴.۲ متریک بروالد . . . . .

|     |                                                    |
|-----|----------------------------------------------------|
| ۳۲  | ۵.۲ فضای راندرس                                    |
| ۴۱  | ۳ التصاق لوی- جیوینتای متریک های راندرس            |
| ۴۴  | ۱.۳ متریک های راندرس از نوع برواند روی گروه های لی |
| ۷۵  | ۴ انحنا ی پرچمی متریک های راندرس                   |
| ۷۶  | ۱.۴ انحنا ی پرچمی متریک راندرس                     |
| ۷۷  | ۱.۱.۴ حالت اول                                     |
| ۸۲  | ۱.۱.۴ حالت دوم                                     |
| ۸۸  | ۳.۱.۴ حالت سوم                                     |
| ۹۳  | ۴.۱.۴ حالت چهارم                                   |
| ۱۰۹ | واژه نامه فارسی به انگلیسی                         |