



معادلات دیفرانسیل

مؤلف:

مهدی سیفی پور

بسمه تعالی

سرشناسه	: سیفی پور، مهدی، ۱۳۶۶
عنوان و نام پدیدآور	: معادلات دیفرانسیل / مؤلف مهدی سیفی پور
مشخصات نشر	: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، بسیج دانشجویی، ۱۳۹۵
مشخصات ظاهری	: ۱۶۶ ص.: مصور، جدول: ۲۹*۲۲ سم.
شابک	: ۹۷۸-۶۰۰-۶۹۲۷-۱۸-۳
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
موضوع	: معادله های دیفرانسیل -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: معادله های دیفرانسیل -- آزمون ها و تمرین ها (عالی)
موضوع	: معادله های دیفرانسیل -- مسائل، تمرین ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده	: بسیج دانشجویی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۱ م۶۸۷/س۳۷۱ QA
رده بندی دیویی	: ۵۱۵/۳۵۰۷۶
شماره کتاب شناسی ملی	: ۳۰۶۲۳۶۷

نام کتاب	: معادلات دیفرانسیل
مؤلف	: مهدی سیفی پور
ناشر	: بسیج دانشجویی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی با همکاری مرکز خدمات آموزشی نصیر
نوبت چاپ	: اول
سال و محل نشر	: تهران، ۱۳۹۵
ناظر فنی چاپ	: احسان ابویی
گرافیکست	: الیاس مهدی پور
حروفچینی و صفحه آرایی	: الیاس مهدی پور
تیراژ	: ۱۰۰۰ جلد
قیمت	: ۱۳۰۰۰ تومان

* هرگونه چاپ و تکثیر از این اثر ممنوع و به موجب بند ۵ ماده ۲ قانون حمایت از حقوق مؤلفان و مصنفان پیگرد قانونی دارد.
نشانی: خیابان شریعتی، نرسیده به پل سید خندان، دانشکده برق دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، مرکز خدمات
آموزشی نصیر تلفن: ۸۸۴۶۶۹۳۵-۸۸۴۶۴۷۸۰

«مرکز خدمات آموزشی نصیر» وابسته به بسیج دانشجویی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، اولین مرکز آموزشی در حیطه‌ی آمادگی آزمون‌های کارشناسی ارشد در کشور است که از شروع فعالیت‌های آن قریب به بیست سال می‌گذرد. این مرکز که در سال ۱۳۷۱ توسط دانشجویان بسیجی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی راه‌اندازی شد در طی این سال‌ها همواره در حال رشد، ترقی و تعالی بوده است و علاوه بر توسعه حیطه فعالیت‌ها و گسترش کمی مخاطبان، کیفیت آموزش و سطح علمی آن همواره روند رو به رشدی را داشته است. با توجه به این که این مرکز زیرمجموعه بسیج دانشجویی می‌باشد، اصلی‌ترین هدف خود را خدمت‌رسانی، عدالت آموزشی و ارتقاء علمی دانشجویان قرار داده است و از این جهت شاخص‌ترین مرکز آموزشی در میان مؤسسات مشابه است. این حقیقت فراتر از یک ادعا می‌باشد؛ از این رو همواره به عنوان مرکزی خوش‌نام و موفق در میان اساتید و دانشجویان محترم مطرح بوده است. علاوه چون مسئولین و کادر این مرکز خود نیز اغلب از دانشجویان دانشگاه‌های تهران هستند؛ بیشترین ارتباط را با دانشجویان مخاطب دارند و همواره از نقاط نظرات آنان استفاده می‌کنند. در زیر نکاتی برای آشنایی بیشتر شما مخاطب گرامی با این مرکز ذکر می‌شود:

- ۱) استفاده از اساتید مجرب و کادر اول دانشگاه‌های تهران که به لحاظ علمی جزو سرآمدترین اساتید کشور می‌باشند؛ از اصلی‌ترین نقاط قوت این مرکز است. اعتقاد ما این است که به این هدف مقدس و والا و این موفقیت هرگز نائل نمی‌شدیم مگر با مساعدت و تلاش و همکاری صادقانه اساتید گران‌قدر که در این راه، تمامی پتانسیل و انگیزه‌ی خود را سرلوحه‌ی فعالیت‌های مرکز قرار داده‌اند.
 - ۲) رویکرد ما همواره افزایش سطح کیفی فعالیت‌ها، غیر ارائه آن با کمترین هزینه می‌باشد که با تحقق آن هدف اصلی ما که خدمت‌رسانی و ارتقاء هرچه بیشتر علمی دانشجویان است و به هم در کنار عدالت آموزشی می‌باشد محقق می‌شود.
 - ۳) با توجه به برگزاری ۲۰ سال کلاس‌های آموزشی و برگزاری آزمون‌های آزمایشی، تجربه‌ی گران‌بهای اندوخته‌ایم که یکی از عوامل اصلی موفقیت روزافزون ما است. این تجربیات که سایر مؤسسات نیز در پاره‌ای از موارد از آن استفاده کرده و الگو گرفته‌اند، همواره مرکز خدمات آموزشی نصیر را در جایگاه پیش‌روترین مؤسسه آموزشی کارشناسی ارشد قرار داده است.
 - ۴) با توجه به اهداف مذکور هزینه خدمات ارائه شده کمترین مقدار را در میان تمامی مؤسسات مشابه دارا می‌باشد، که این اختلاف عمیق بعضاً باعث تعجب و ایجاد سؤال برای مخاطبانی که تازه با این مرکز آشنا شده‌اند ولی پس از آشنایی بیشتر با این مجموعه پاسخ سؤال خود را دریافت نموده‌اند.
- با عطف به سابقه درخشان این مرکز در طی این سال‌ها و ضعف موجود در زمینه‌ی کتاب‌های کارشناسی ارشد به لحاظ کیفی، این مجموعه تصمیم گرفت که در این زمینه نیز وارد شده و افتخاری دیگر به افتخارات خود بیفزاید.
- «مجموعه کتاب‌های کارشناسی ارشد نصیر» که از این پس به تدریج در اختیار علاقمندان قرار خواهد گرفت، مجموعه‌ای بی‌نظیر با رویکردی نوین و ویژگی‌های منحصر به فرد به‌طوری که داوطلبان بعد از مراجعه به آن نیازی به استفاده از منابع دیگر نخواهند داشت. نظر به همکاری دانشجویان و نخبگان گران‌قدری که با خود کوله‌باری از تجربه ارزشمند علمی در سطح دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی را دارند و رعایت بالاترین کیفیت در صفحه‌آرایی و چاپ، دانشجویان عزیز لذت واقعی یادگیری را خواهند چشید.
- در پایان اجر معنوی فعالیت‌های این مرکز را به شهدای دفاع مقدس، این شمع‌های همیشه فروزان بشریت که با مقاومت مردانه خود حماسه‌ای جاوید آفریدند، تقدیم می‌کنیم.

همه‌ی ما سپاسگزار خداوندی هستیم که به ما قدرت تفکر و تأمل عنایت کرد تا بتوانیم از آن در راستای حرکت صحیح استفاده کنیم. تمام دغدغه و تلاش من بر این بوده است که به یاری خداوند، تمام نکات، راه‌حل‌ها و مفاهیم درس معادلات دیفرانسیل را به زبانی ساده مطرح کنم تا حجم بالای نکات و تعداد زیاد روش‌های حل معادلات موجب نگرانی دانشجویان نشود. امیدوارم ثمره‌ی تلاش من، نتیجه‌ی عالی شما دانشجوی عزیز، در آزمون کارشناسی ارشد باشد.

«تکرار» کلمه‌ای است که بارها شنیده‌ایم و البته اهمیت این کلمه در درس معادلات دیفرانسیل، فوق‌العاده زیاد است، به طوری که نیمی از قدرت حل مسأله در این درس، وابسته بر این کلمه است.

جامعیت کتاب، شما را از نیاز به منابع دیگر برای درس معادلات دیفرانسیل، بی‌نیاز می‌سازد. البته پیشنهاد مؤلف اینست که دانشجویانی که فرصت کافی برای مطالعه‌ی این درس در اختیار دارند، بهتر است کلیه‌ی تست‌های سال‌های ۸۷ تا ۹۰ را چندین بار به دقت مطالعه و بررسی کنند.

این کتاب مشتمل بر ۵ فصل به همراه سؤالات و پاسخ تشریحی تست‌های سال ۹۰ می‌باشد که نکات سؤالات ۱۰ سال اخیر و اکثر نکات آزمون‌های قبل از سال ۸۰ در قالب نکات درسی و در محتوای مثال‌ها و تست‌های کتاب آورده شده است.

لازم به ذکر است، مثال‌های این کتاب، مطابق با تست‌های کنکور کارشناسی ارشد مطرح شده‌اند. یعنی اکثر مثال‌ها، عیناً سؤال کنکور بوده‌اند و برخی از مثال‌ها نیز، نکات و محتوای تست‌های پرتکرار کنکور را در بردارند. لذا مطالعه‌ی همه‌ی مثال‌ها، توصیه می‌شود.

روند نماها در آغاز هر فصل، طرح جامعی از مطالب ارائه شده در فصل مزبور را در اختیار شما، خواننده‌ی عزیز قرار می‌دهند. پیشنهاد می‌کنم قبل از شروع به مطالعه‌ی هر فصل، روند کلی آن را به دقت مطالعه کرده و به خاطر بسپارید. به عنوان مثال، روند نمای فصل ۲، تمام روش‌های حل معادلات مرتبه اول را در قالب یک نمودار درختی نشان می‌دهد.

علی‌رغم این که این کتاب نتیجه‌ی ماه‌ها تلاش و ثمره‌ی تجربه‌ی بنده در تدریس این درس بوده است، ولی نظرات و پیشنهادات شما در ارائه‌ی هر چه بهتر این اثر، قابل تقدیر است.

شما می‌توانید اشکالات احتمالی کتاب، پیشنهادات و سؤال‌های خود را از طریق سایت الکترونیکی ذیل، با من در میان بگذارید.

در پایان از تمامی عزیزانی که در تهیه‌ی این کتاب به من کمک کردند سپاسگزارم. به ویژه از زحمات آقای دکتر نبی‌فاطمی، مدیر گروه ریاضی دانشگاه پلی‌تکنیک و آقای مهندس محمود کریمی برای بازبینی کتاب، و همچنین از همکاری مداوم آقای علی‌مختاری و زحمات آقای فرتاش و رحیمی در حروفچینی و صفحه‌آرایی کتاب تشکر می‌کنم.

حرف آخر زیباست ...

حرف من دیدن پرواز تو در فرداهاست.

mahdiseyfipoor@yahoo.com

مهدی سیفی‌پور

زمستان ۱۳۹۵

فهرست مطالب:

فصل اول : مفاهیم اولیه و تعاریف.....	۱
فصل دوم : معادلات مرتبه اول.....	۱۱
۱- معادلات مرتبه اول.....	۱۱
۲- معادلات تفکیک پذیر.....	۱۲
۳- معادلات قابل تبدیل به معادلات تفکیک پذیر.....	۱۴
۴- معادلات همگن.....	۱۷
۵- معادلات قابل تبدیل به همگن.....	۱۹
۶- معادلات دیفرانسیل مرتبه اول کامل.....	۲۱
۷- معادلات قابل تبدیل به $y' = f(y)$ (با استفاده از عامل انتگرال ساز).....	۲۳
۸- نکات عامل های انتگرال ساز.....	۲۵
۹- حل معادلات به روش دیفرانسیل دال (روش جستجو).....	۲۹
۱۰- معادلات مرتبه اول خطی.....	۳۰
۱۱- معادلات مرتبه اول خطی تعمیم یافته (قابل تبدیل به مرتبه اول خطی).....	۳۱
۱۲- معادلات مرتبه اول خطی بر حسب x	۳۳
۱۳- معادلات مرتبه اول درجه n	۳۴
۱۴- معادلات برنولی.....	۳۴
۱۵- معادلات برنولی تعمیم یافته.....	۳۶
۱۶- معادلات برنولی بر حسب x	۳۷
۱۷- معادلات ریکاتی.....	۳۸
۱۸- معادلات کلرو.....	۳۹
۱۹- معادلات لاگرانژ.....	۴۰
۲۰- معادلات غیرخطی مرتبه اول در حالات خاص.....	۴۲
۱-۲۰- معادلات مرتبه اول درجه n	۴۲
۲-۲۰- معادلات فاقد y	۴۲
۳-۲۰- معادلات مرتبه اول فاقد x	۴۳
مسیرهای قائم بر منحنی.....	۴۴
تست های سراسری و آزاد و تألیفی فصل اول.....	۴۷

۵۹	فصل سوم : معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم و بالاتر
۶۰	مفهوم معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم خطی
۶۳	معادلات خطی همگن و روش‌های حل آن
۶۳	الف- معادلات مرتبه دوم خطی همگن با ضرایب ثابت
۶۵	ب- روش کاهش مرتبه یا دالامبر
۶۶	ج- معادلات مرتبه دوم همگن قابل تبدیل به ضرایب ثابت
۶۸	د- معادله کوشی - اوایلر
۷۱	معادلات خطی ناهمگن و روش‌های حل آن
۷۲	الف- روش ضرایب نامعین
۷۴	ب- روش تغییر پارامتر یا لاگرانژ
۷۸	ج- روش کاهش مرتبه یا دالامبر
۷۹	د- معادلات خطی مرتبه دوم کامل
۸۰	ه- معادلات کوشی - اوایلر
۸۱	حل معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم در حالت‌های خاص
۸۹	فصل چهارم : حل معادلات دیفرانسیل با سری‌های توانی
۸۹	دنباله‌ها و روابط بازگشتی
۸۹	سری‌های عددی و تابعی
۹۰	بررسی همگرایی یا واگرایی سری‌های عددی
۹۰	الف- آزمون n امین جمله برای واگرایی:
۹۱	ب- آزمون مقایسه‌ای حدی برای همگرایی یا واگرایی
۹۱	ج- آزمون نسبت یا دالامبر
۹۲	د- آزمون کوشی
۹۲	ه- آزمون همگرایی یا واگرایی سری متناوب
۹۲	بررسی همگرایی سری‌های توانی (تابعی) و محاسبه‌ی شعاع همگرایی آن‌ها
۹۴	سری تیلور و مک‌لوران یک تابع
۹۵	(الف) روش حل معادلات مرتبه دوم با استفاده از سری‌ها حول نقطه عادی
۹۸	نقاط تکین (غیرعادی) معادله دیفرانسیل
۹۸	نقاط تکین منظم و نامنظم
۱۰۱	(ب) روش حل معادله‌ی $P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0$ با استفاده از سری‌ها حول نقطه غیرعادی منظم
۱۰۲	جمع‌بندی روش‌های حل معادلات دیفرانسیل با سری‌های توانی
۱۰۶	محاسبه‌ی مقادیر a_n بدون حل معادله‌ی دیفرانسیل (با استفاده از بسط مک‌لوران)
۱۰۷	محاسبه‌ی شعاع همگرایی سری توانی جواب معادله دیفرانسیل
۱۰۹	معادلات لژاندر و چندجمله‌ای لژاندر

۱۱۵	فصل پنجم : تبدیل لاپلاس
۱۱۵	مفاهیم تبدیل لاپلاس
۱۲۰	ویژگی‌های تبدیل لاپلاس
۱۲۰	مشتق‌گیری از تبدیل لاپلاس
۱۲۰	انتگرال‌گیری از تبدیل لاپلاس
۱۲۱	تبدیل لاپلاس تغییر مقیاس
۱۲۱	انتقال بر محور s ها
۱۲۱	تبدیل لاپلاس مشتق تابع
۱۲۲	تبدیل لاپلاس انتگرال یک تابع
۱۲۳	انتقال بر محور x ها
۱۲۴	قضیه‌ی کانولوشن
۱۲۴	تبدیل لاپلاس کانولوشن در تابع
۱۲۵	تبدیل لاپلاس توابع نیمه‌تأخیر
۱۲۷	قضایای مقدار اولیه و مقدار نهایی تابع
۱۲۸	محاسبه‌ی تبدیل معکوس لاپلاس
۱۲۸	الف) استفاده از جدول تبدیلات لاپلاس (روش اول) محاسبه تبدیل معکوس لاپلاس
۱۲۹	ب) تجزیه به کسرهای ساده‌تر (روش دوم برای محاسبه تبدیل معکوس لاپلاس)
۱۳۰	ج) مربع کامل کردن مخرج کسر (روش سوم محاسبه تبدیل معکوس لاپلاس)
۱۳۱	د) استفاده از خواص تبدیل لاپلاس (روش چهارم برای محاسبه تبدیل معکوس لاپلاس)
۱۳۲	هـ) استفاده از قضیه کانولوشن (روش پنجم برای محاسبه تبدیل معکوس لاپلاس)
۱۳۳	حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از تبدیل لاپلاس
۱۳۴	معادلات انتگرالی
۱۳۵	محاسبه‌ی انتگرال‌هایی به فرم $\int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ با فرمول تبدیل لاپلاس
۱۳۷	مثال‌های تکمیلی
۱۴۰	تست‌های مربوط به سالهای اخیر تبدیل لاپلاس
۱۴۶	تست‌های مهندسی مکانیک (کنکور ۹۰)
۱۴۷	تست‌های مهندسی برق (کنکور ۹۰)
۱۴۸	تست‌های مهندسی عمران (کنکور ۹۰)
۱۴۹	پاسخ تست‌های مهندسی مکانیک به همراه نکات مربوطه
۱۵۲	پاسخ تست‌های مهندسی برق
۱۵۴	پاسخ تست‌های مهندسی عمران