

سرشناسه	:	محبوبه هوشیار صادقیان
عنوان و نام پدیدآور	:	معادلات دیفرانسیل و کاربردهای آن
مشخصات نشر	:	مشهد: مهد قلم، ۱۳۹۳=
مشخصات ظاهری	:	۱۰۰ص: مصور؛ وزیری.
شابک	:	۹۷۸-۶۰۰-۹۴۲۴۰-۳-۰
وضعیت فهرست نویسی:	:	فیبا
موضوع	:	معادله‌های دیفرانسیل
شناسه افزوده	:	محمدرضا طوسی
رده بندی کنگره	:	۱۳۹۳ ۲۱۳۷۸ ت / QA ۴۲۲
رده بندی دیویی	:	۵۱۶/۷۱۲
شماره کتابشناسی ملی:	:	۱۸۳۵۱۶۵



معادلات دیفرانسیل

و کاربردهای آن

محبوبه هوشیار صادقیان - محمد رضا طوسی

چاپ: دقت

نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۳

شمارگان: ۵۰۰ نسخه

بها: ۹۵۰۰ تومان

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۴۲۴۰-۳-۰

پخش: مشهد، شهرک غرب بلوار فلاحی فلاحی ۴، انتشارات مؤسسه آموزش عالی خاوران

۰۹۳۸۸۴۸۷۱۸۹

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	پیش گفتار مولفان
۳	مقدمه
۵	چکیده
	فصل اول. مفاهیم اساسی معادلات دیفرانسیل
۷	۱-۱ مقدمات اولیه
۱۰	۲-۱ تشکیل یک معادله دیفرانسیل از روی جواب عمومی
۱۲	۳-۱ معادلات دیفرانسیل خطی
۱۲	۴-۱ مرتبه و درجه یک معادله دیفرانسیل
۱۳	۵-۱ تمرینات دوره ای
	فصل دوم. معادلات دیفرانسیل مرتبه اول
۱۷	۲-۱ معادلات جدا شذنی
۲۰	۲-۲ معادلات متجانس (همگن)
۲۴	۳-۲ معادلات کامل
۲۹	۴-۲ عامل انتگرال ساز (فاکتور انتگرال)
۳۴	۵-۲ معادلات خطی
۴۳	۶-۲ معادلات قابل تبدیل به معادلات مرتبه اول
۴۶	۷-۲ تمرینات دوره ای
	فصل سوم. کاربردهایی از معادلات دیفرانسیل مرتبه اول
۵۳	۱-۳ مسیرهای قائم
۵۸	۲-۳ حل چند مساله کاربردی
۶۵	۳-۳ تمرینات دوره ای
	فصل چهارم. معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم
۷۱	۱-۴ معرفی معادله خطی مرتبه دوم، معادله خطی مرتبه دوم همگن
۷۶	۲-۴ استفاده از یک جواب معلوم برای تعیین جواب دوم معادله همگن

۷۸	۳-۴ حل معادله خطی مرتبه دوم - تعیین جواب خصوصی
۸۰	۴-۴ حل معادلات خطی مرتبه دوم همگن با ضرایب ثابت
۸۲	۵-۴ حل معادلات خطی مرتبه دوم غیرهمگن با ضرایب ثابت - معادله اویلر
۹۳	۶-۴ کاربرد معادلات خطی مرتبه دوم
۹۸	۷-۴ تمرینات دوره ای
	فصل پنجم. حل معادلات خطی و تعیین جواب به صورت سری توانی
۱۰۱	۱-۵ مروری بر سریهای توانی
۱۰۳	۱-۱-۵ سری تیلور
۱۰۴	۲-۱-۵ خواص سری های توانی
۱۰۶	۲-۵ حل معادلات خطی - تعیین جواب به صورت سری توانی
۱۰۹	۳-۵ حل معادلات خطی مرتبه دوم - نقاط عادی
۱۱۳	۴-۵ حل معادله لژاندر، چندجمله ایهای لژاندر
۱۱۴	۵-۵ حل معادله چیشف، چندجمله ایهای چیشف
۱۱۶	۶-۵ حل معادله خطی - نقاط غیر عادی (تکین) منظم
۱۲۶	۷-۵ تمرینات دوره ای
	فصل ششم. توابع خاص
۱۲۹	۱-۶ تابع بسل - حل معادله دیفرانسیل بسل
۱۳۳	۲-۶ تابع گاما و کاربرد آن
۱۳۶	۳-۶ کاربرد توابع بسل در حل معادلات دیفرانسیل
۱۴۰	۴-۶ اتحادهای بین توابع بسل
۱۴۴	۵-۶ تمرینات دوره ای
	فصل هفتم. تبدیلات لاپلاس
۱۴۸	۱-۷ مفاهیم اولیه در تبدیلات لاپلاس
۱۵۷	۲-۷ معکوس تبدیل لاپلاس
۱۵۸	۳-۷ روشهای حل مسائل مقدار اولیه با کمک تبدیل لاپلاس
۱۶۴	۴-۷ مشتق تبدیل لاپلاس
۱۶۸	۵-۷ انتگرال تبدیل لاپلاس
۱۶۹	۶-۷ توابع پله ای و توابع ضربه ای
۱۷۴	۷-۷ تبدیل انتگرالهای تلفیقی
۱۷۹	۸-۷ تمرینات دوره ای
	فصل هشتم. دستگاه معادلات مرتبه اول
۱۸۹	۱-۸ مفاهیم کلی درباره دستگاههای معادلات دیفرانسیل
۱۹۱	۲-۸ دستگاههای خطی

۱۹۲	۸-۳ روش حذف
۱۹۶	۸-۴ حل دستگاه خطی با ضرایب ثابت با استفاده از اپراتور $D = \frac{d}{dt}$
۱۹۸	۸-۵ حل دستگاه معادلات خطی به روش تبدیل لاپلاس
۲۰۲	۸-۶ تمرینات دوره ای
۲۰۷	واژه نامه فارسی به انگلیسی
۲۰۹	واژه نامه انگلیسی به فارسی
۲۱۳	فهرست راهنما
۲۱۷	منابع

پیش گفتار مولفان

ریاضیات یکی از هنرهای والای تمدن است و عظمت آن به این دلیل است که حاصل آفرینش بشری می باشد.

کتاب حاضر، برگرفته از دریای تلاش و کوشش بزرگ انسانهایی که در زمانهای دور و نزدیک به این موارد دست یافته اند و نیز حاصل سالها تدریس و تجربه در درس معادلات دیفرانسیل معمولی و کاربردهای آن در رشته های علوم پایه، علوم کامپیوتر و مهندسی می باشد، و بر اساس نیاز دانشجویان ایرانی و سرفصل مصوب گروه علوم پایه و مهندسی تدوین شده است. در قسمتهایی از این کتاب که مسائل کاربردی در زمینه های هندسه، فیزیک، شیمی و مهندسی مورد بررسی قرار گرفته اند، سعی شده است موضوع از دید عملی مورد بررسی قرار گیرد.

نکته مهم در مورد این کتاب، فراوانی مسائل آن برای دانشجویان است. سعی ما بر آن است که در چاپ های بعدی، جواب یک سری از این مسائل را نیز در انتهای کتاب اضافه نماییم.

مطالب کتاب می توانند جهت تدریس در یک ترم کامل تحصیلی مورد استفاده قرار گیرند. لازم به ذکر است که برای استفاده بهتر از این کتاب دانستن مطالب دروس ریاضی عمومی (۱) و (۲) و کمی جبر خطی لازم است. البته آنچه دانشجویان در جبر خطی دبیرستان آموخته اند، به شرط تسلط کامل، کفایت خواهد کرد.

در اینجا لازم است تشکر و سپاس خود را از کلیه افرادی که ما را در تصحیح متن اولیه، تایپ، ویراستاری و چاپ این کتاب یاری نموده اند، ابراز داریم.

در انتها، ارائه هرگونه پیشنهاد یا انتقادی در مورد مطالب این کتاب، مورد امتنان خواهد بود.

محبوبه هوشیار صادقیان - محمدرضا طوسی

تابستان ۱۳۹۳

معادلات دیفرانسیل چیست؟

ما در جهانی زندگی می کنیم که در آن کمیتها دائماً در حال تغییر هستند. موقعیت زمین با زمان، سرعت سقوط اجسام با میزان مسافت، مساحت دایره با اندازه شعاع آن و مسیر تیر پرتابی با سرعت و زاویه شلیک شده، تغییر می کنند.

در ریاضیات، کمتهایی که تغییر می کنند متغیر و نسبت تغییرات یک متغیر به متغیر دیگر، مشتق نامیده می شود. معادلاتی که رابطه بین این متغیرها و مشتقات آنها را بیان می کند، معادلات دیفرانسیل نام دارند. هم در علوم طبیعی و هم در علوم اجتماعی، بسیاری از مسائل مورد بحث به چنین معادلات دیفرانسیلی منجر می شوند. اما آنچه ما به آن می پردازیم چگونگی ارتباط بین متغیرها و مشتقات آنها نیست بلکه چگونگی ارتباط خود متغیرها با یکدیگر است. مثلاً از حقایق در مورد موقعیت یک ذره و میزان تغییرات آن نسبت به زمان، می خواهیم چگونگی موقعیت ذره نسبت به زمان را به قسمی تعیین کنیم تا بتوانیم تشخیص دهیم ذره در کجا بوده و هست، یا در زمانی معین، در کجا خواهد بود. بنابراین معادلات دیفرانسیل از هر قانون جهانی که توسط متغیرها و مشتقات آنها بیان می شود، نشأت می گیرد.

در متن، پس از تعریف کامل یک معادله دیفرانسیل، به چگونگی حل این معادلات با استفاده از روشهای مختلف می پردازیم.

چکیده

فصل اول این کتاب، به معرفی معادلات دیفرانسیل و بررسی شرایط وجود و یگانگی جواب خصوصی یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول با شرط اولیه و جواب عمومی آن، همراه با مفهوم هندسی اختصاص دارد. بعلاوه روش تشکیل یک معادله دیفرانسیل از روی معادله دسته منحنی داده شده، همچنین مفهوم مرتبه و درجه یک معادله دیفرانسیل را خواهیم داشت.

در فصل دوم، معادلات دیفرانسیل مرتبه اول را دسته بندی و برای هر یک راه حل خاصی بیان خواهیم کرد. همچنین معادلاتی را که با یک تغییر متغیر به معادلات مرتبه اول تبدیل می شوند، مورد بررسی قرار می دهیم.

کاربردهایی از معادلات مرتبه اول در زمینه های مختلف را در فصل سوم می آوریم.

فصل چهارم این کتاب شامل تعریف معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم، جواب خصوصی یک معادله با شرایط اولیه (مساله مقدار اولیه) و جواب عمومی آن می باشد که با بیان و اثبات چند قضیه نحوه حل آنها مورد بررسی قرار می گیرد. در حالت خاص، حل معادلات خطی مرتبه دوم با ضرایب ثابت را به روش ضرایب نامعین نامعین خواهیم دید.

در فصل پنجم، پس از ذکر مقدمه ای در مورد سریهای توانی و خواص آنها، جواب معادلات خطی مرتبه دوم را به صورت یک سری توانی یا شبه توانی به دست می آوریم. در ادامه نیز چند مساله کاربردی از این دسته معادلات را خواهیم آورد.

فصل ششم، شامل دو تابع خاص (بسل و گاما) است که در حل معادلات دیفرانسیل خطی و محاسبه بعضی از انتگرالها مورد استفاده قرار می گیرند.

در فصل هفتم، یکی از ابزارهای مفید در حل معادلات دیفرانسیل خطی و محاسبه بعضی انتگرالها را تحت عنوان تبدیلات لاپلاس خواهیم دید.

فصل هشتم شامل معرفی دستگاهی از n معادله دیفرانسیل با شرایط اولیه است که شرط وجود و یگانگی جواب خصوصی را بیان می کنیم و در حالت خاص $n=2$ حل آنها را خواهیم دید. بعلاوه از اپراتور مشتق و اپراتور تبدیل لاپلاس در حل آنها استفاده خواهیم نمود.