

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بهینه‌سازی غیر خطی

تألیف

دکتر محمد ابراهیم محمد پورزند

توجه

این کتاب مشمول قانون حمایت از حقوق مؤلفان و مصنفان است. تکثیر کتاب به هر روش اعم از فتوکپی، ریسوگرافی، تهیه فایل‌های pdf، لوح فشرده، بازنویسی در وبلاگ‌ها، سایت‌ها، مجله‌ها و کتاب، بدون اجازه کتبی ناشر مجاز نیست و موجب پیگرد قانونی می‌شود.



انتشارات دانشگاه تهران

شماره ۳۳۷۱

شماره مسلسل ۷۵۹۶

مرشنامه	محمد پورزندی، محمد ابراهیم.
عنوان و نام پدیدآور	بهینه‌سازی غیرخطی / تألیف محمد ابراهیم محمد پورزندی.
مشخصات نشر	تهران : دانشگاه تهران، مؤسسه انتشارات، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	ز. ۳۴۰ ص.
فروست	انتشارات دانشگاه تهران؛ شماره انتشار ۳۳۷۱.
شابک	978-964-03-6456-7
وضعیت فهرست‌نویسی	فیا.
یادداشت	واژه‌نامه.
یادداشت	کتابنامه : ص ۳۹ - ۳۶۰.
موضوع	برنامه‌نویسی غیرخطی.
موضوع	برنامه‌نویسی غیرخطی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی).
شاسه افزوده	دانشگاه تهران، مؤسسه انتشارات.
رده‌بندی کنگره	۱۳۹۲ ب ۳ م ۳ ۸ / ۸۷
رده‌بندی دیویی	۵۱۹/۷۶
شماره کتابشناسی ملی	۳۱۰۹۵۵۹

ISBN:978-964-03-6456-7



9 789640 384567

عنوان: بهینه‌سازی غیرخطی

تألیف: دکتر محمد ابراهیم محمد پورزندی

ویراستار: فرشاد رضوان

نویت چاپ: اول

تاریخ انتشار: ۱۳۹۲

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران

چاپ و صحافی: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران

«مسئولیت صحت مطالب کتاب با مؤلف است»

«کلیه حقوق برای ناشر محفوظ است»

بها: ۱۲۰۰۰۰ ریال

خیابان کارگر شمالی - خیابان شهید فرش می‌مقدم - مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران

http://press.ut.ac.ir - پست الکترونیک: press@ut.ac.ir - سایت: ut.ac.ir

پخش و فروش: تلفکس ۸۰۱۲۰۷۸

فهرست مطالب

پیشگفتار.....	ذ
مقدمه.....	ر

فصل اول: معرفی بهینه‌سازی غیر خطی.....

اهداف آموزشی.....	۱
۱-۱) مقدمه.....	۱
۱-۲) نگاهی گذرا بر پیشینه بهینه‌سازی غیر خطی.....	۳
۱-۳) چگونگی مدل‌سازی در بهینه‌سازی غیر خطی.....	۴
۱-۴) روش‌های حل مدل‌ها.....	۴
۵) روش‌های فراابتکاری.....	۵
۱-۵) تعریف بهینه‌سازی غیر خطی.....	۵
۱-۶) مراحل به کارگیری بهینه‌سازی غیر خطی در حل مسائل کسب و کار.....	۵
۱-۷) تقسیم‌بندی مسائل بهینه‌سازی غیر خطی.....	۶
۱-۸) طبقه‌بندی الگوریتم‌های بهینه‌سازی مسائل غیر خطی.....	۷
۱-۹) معرفی مدل ریاضی بهینه‌سازی غیر خطی.....	۱۰
خلاصه فصل اول.....	۱۲
تمرینات فصل اول.....	۱۳

فصل دوم: مدل‌هایی کاربردی از بهینه‌سازی غیر خطی.....

اهداف آموزشی.....	۱۵
۲-۱) مقدمه.....	۱۵
۲-۲) مدل شماره ۱: بهینه‌سازی یک تابع غیر خطی یک متغیره.....	۱۵
۲-۳) مدل شماره ۲- بهینه‌سازی یک تابع غیر خطی یک متغیره، محدود به یک تابع خطی.....	۱۸
۲-۴) مدل شماره ۳- بهینه‌سازی یک تابع غیر خطی، محدود به یک تابع غیر خطی.....	۱۹
۲-۵) مدل شماره ۴- بهینه‌سازی یک تابع غیر خطی دو متغیره.....	۲۱
۲-۶) مدل شماره ۵- بهینه‌سازی یک تابع غیر خطی دو متغیره محدود به یک تابع خطی.....	۲۲
۲-۷) مدل شماره ۶- بهینه‌سازی یک تابع غیر خطی دو متغیره محدود به یک تابع غیر خطی.....	۲۳
۲-۸) مدل شماره ۷- بهینه‌سازی یک تابع سه متغیره بدون محدودیت.....	۲۳
۲-۹) مدل شماره ۸- بهینه‌سازی یک تابع سه متغیره محدود به تابع غیر خطی.....	۲۴

۲۵.....	۲-۱۰) مدل شماره ۹: بهینه‌سازی تولید و فروش.....
۲۶.....	۲-۱۱) مدل شماره ۱۰: مدل حداقل کردن خطای برآورد آماری.....
۲۶.....	۲-۱۲) مدل شماره ۱۱: ساختار واقعی شاخص‌ها در برنامه‌ریزی خطی.....
۲۷.....	۲-۱۳) مدل شماره ۱۲: تعیین مناسب‌ترین جایگاه برای احداث پالایشگاه.....
۲۸.....	۲-۱۴) مدل شماره ۱۳: جایابی و انتخاب مناسب‌ترین محل برای تجهیزات و ماشین آلات تولید.....
۳۰.....	خلاصه فصل دوم.....
۳۱.....	تمرینات فصل دوم.....

فصل سوم: انواع مدل‌های بهینه‌سازی غیرخطی..... ۳۳

۳۳.....	اهداف آموزشی.....
۳۳.....	۳-۱) مقدمه.....
۳۴.....	۳-۲) برنامه‌ریزی خطی.....
۳۶.....	۳-۳) برنامه‌ریزی درجه دوم.....
۳۷.....	۳-۴) برنامه‌ریزی جداپذیر.....
۳۸.....	۳-۵) برنامه‌ریزی کسری.....
۳۹.....	۳-۵-۱) برنامه‌ریزی کسری خطی.....
۳۹.....	۳-۵-۲) برنامه‌ریزی کسری غیرخطی.....
۴۰.....	۳-۵-۳) برنامه‌ریزی کسری احتمالی (تصادفی).....
۴۱.....	۳-۶) برنامه‌ریزی هندسی.....
۴۲.....	۳-۷) برنامه‌ریزی احتمالی (تصادفی).....
۴۳.....	۳-۸) برنامه‌ریزی فازی.....
۴۵.....	خلاصه فصل سوم.....
۴۷.....	تمرینات فصل سوم.....

فصل چهارم: دشواری‌ها و پیچیدگی‌های بهینه‌سازی غیر خطی..... ۴۹

۴۹.....	اهداف آموزشی.....
۴۹.....	۴-۱) مقدمه.....
۴۹.....	۴-۲) برخی از مشکلات برنامه‌ریزی غیرخطی.....
۵۳.....	۴-۲-۱) قرارگیری جواب بهینه روی منحنی منطقه موجه.....
۵۴.....	۴-۲-۲) قرارگیری جواب بهینه بر روی خطی در منطقه موجه.....
۵۵.....	۴-۲-۳) قرارگیری جواب بهینه درون منطقه موجه.....
۵۶.....	۴-۳) تعیین اکسترم‌های مطلق و نسبی.....

۵۸.....	خلاصه فصل چهارم.....
۵۹.....	تمرینات فصل چهارم.....

۶۱.....	فصل پنجم: مجموعه‌ها و توابع محدب و مقعر.....
۶۱.....	اهداف آموزشی.....
۶۱.....	(۵-۱) مقدمه.....
۶۲.....	(۵-۲) مجموعه محدب.....
۶۲.....	(۵-۳) مجموعه محدب و نقاط رأسی.....
۶۳.....	(۵-۴) توابع محدب و مقعر.....
۶۴.....	(۵-۵) خواص توابع محدب و مقعر.....
۶۵.....	(۵-۶) نمونه‌هایی از اشکال توابع محدب و مقعر.....
۶۶.....	(۵-۷) شرط تحدب و تعقر برای یک تابع درجه دوم.....
۶۸.....	(۵-۸) بردار گرادیان و ماتریس هشین.....
۶۹.....	(۵-۹) رابطه بین مجموعه محدب و تابع محدب.....
۷۱.....	خلاصه فصل پنجم.....
۷۲.....	تمرینات فصل پنجم.....

۷۳.....	فصل ششم: روش‌های مستقیم در حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی بدون محدودیت.....
۷۳.....	اهداف آموزشی.....
۷۳.....	(۶-۱) مقدمه.....
۷۴.....	(۶-۲) روش‌های جست‌وجوی بهینه‌سازی توابع تک متغیره بدون استفاده از مشتق.....
۷۵.....	(۶-۲-۱) جست‌وجوی یکنواخت.....
۷۶.....	(۶-۲-۲) جست‌وجوی متوالی.....
۸۷.....	(۶-۳) روش‌های جست‌وجوی مستقیم برای توابع تک متغیره با استفاده از مشتق.....
۸۷.....	(۶-۳-۱) روش نیمه بخشی.....
۸۹.....	(۶-۳-۲) استفاده از مشتقات متوالی.....
۹۰.....	(۶-۳-۳) روش نیوتن.....
۹۳.....	(۶-۴) روش‌های جست‌وجوی مستقیم برای توابع چند متغیره بدون استفاده از مشتق.....
۹۳.....	(۶-۴-۱) حرکت سیکلی در طول مؤلفه‌ها.....
۹۶.....	(۶-۴-۲) روش هوک و جیوز.....
۱۰۰.....	(۶-۴-۳) روش رزنبراک.....
۱۰۳.....	(۶-۵) روش‌های جست‌وجوی مستقیم برای توابع چند متغیره و با استفاده از مشتق.....

۱۰۳	۶-۵-۱ استفاده از مشتقات متوالی
۱۰۵	۶-۵-۲ روش کوشی
۱۰۸	۶-۵-۳ روش نیوتن - رافسون
۱۱۱	۶-۵-۴ روش گرادیان
۱۱۷	۶-۵-۵ روش‌های شبه-نیوتونی
۱۲۰	خلاصه فصل ششم
۱۲۶	تمرینات فصل ششم

۱۲۹	فصل هفتم: روش‌های مستقیم در حل مسائل بهینه‌سازی غیر خطی با محدودیت
۱۲۹	اهداف آموزشی
۱۲۹	۷-۱ مقدمه
۱۲۹	۷-۲ روش‌های بهینه‌سازی مسائل برنامه‌ریزی مقید به محدودیت‌های خطی
۱۲۹	۷-۲-۱ روش لاگرانژ
۱۳۸	۷-۲-۲ شرایط بهینگی فریتزجان
۱۴۱	۷-۲-۳ شرایط کان - تاکر
۱۵۰	۷-۲-۴ روش نیوتن - رافسون
۱۵۶	۷-۳ روش‌های بهینه‌سازی مسائل برنامه‌ریزی مقید به محدودیت‌های غیرخطی
۱۵۶	۷-۳-۱ تابع جریمه
۱۷۰	خلاصه فصل هفتم
۱۷۳	تمرینات فصل هفتم

۱۷۷	فصل هشتم: روش‌های غیرمستقیم در بهینه‌سازی غیرخطی
۱۷۷	اهداف آموزشی
۱۷۷	۸-۱ مقدمه
۱۷۷	۸-۲ مساله متمم خطی (L.C.P)
۱۸۰	۸-۳ برنامه‌ریزی درجه دوم
۱۸۲	۸-۴ نظریه بازی‌ها - بازی دو نفره با مجموع صفر
۱۸۴	روش حل مسئله متمم خطی
۱۸۹	۸-۵ برنامه‌ریزی کسری
۱۸۹	۸-۵-۱ برنامه‌ریزی کسری خطی
۲۰۵	۸-۵-۲ برنامه‌ریزی کسری غیرخطی (NLFP)
۲۰۸	۸-۵-۳ برنامه‌ریزی کسری تصادفی

۲۱۰	برنامه‌ریزی جداپذیر (تفکیک‌پذیر).....
۲۱۱	۸-۶-۱) تابع هدف غیرخطی با قطعات خطی.....
۲۱۴	۸-۶-۲) تابع هدف با مقیاس غیر اقتصادی.....
۲۱۶	۸-۶-۳) تقریب خطی توابع غیرخطی.....
۲۲۴	خلاصه فصل هشتم.....
۲۲۷	تمرینات فصل هشتم.....
۲۲۹	فصل نهم: سایر روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی.....
۲۲۹	اهداف آموزشی.....
۲۲۹	۹-۱) مقدمه.....
۲۲۹	۹-۲) برنامه‌ریزی هندسی.....
۲۳۷	۹-۳) برنامه‌ریزی احتمالی (تصادفی).....
۲۳۷	۹-۳-۱) حالت‌های مختلف برنامه‌ریزی تصادفی.....
۲۴۵	۹-۴) برنامه‌ریزی خطی فازی.....
۲۴۷	۹-۴-۱) برنامه‌ریزی خطی با منابع فازی.....
۲۴۹	۹-۴-۲) برنامه‌ریزی خطی با ضرایب هدف فازی.....
۲۵۲	۹-۴-۳) برنامه‌ریزی خطی با ضرایب محدودیت‌های فازی.....
۲۵۳	۹-۴-۴) مقایسه برنامه‌ریزی خطی فازی و برنامه‌ریزی غیرخطی (احتمالی).....
۲۵۵	خلاصه فصل نهم.....
۲۵۶	تمرینات فصل نهم.....
۲۵۹	فصل دهم: روش‌های فراابتکاری در حل مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی.....
۲۵۹	اهداف آموزشی.....
۲۵۹	۱۰-۱) مقدمه.....
۲۶۱	۱۰-۲) الگوریتم ژنتیک.....
۲۶۲	۱۰-۲-۱) عملگرهای ژنتیک.....
۲۶۳	۱۰-۲-۲) برنامه‌ریزی کسری خطی.....
۲۶۴	۱۰-۲-۳) اصول و روشها.....
۲۶۴	۱۰-۲-۴) روش پیدا کردن حدود بالا و پایین برای متغیرها.....
۲۶۵	۱۰-۲-۵) مراحل بهینه‌سازی مسئله برنامه‌ریزی کسری خطی با استفاده از الگوریتم ژنتیک.....
۲۶۶	۱۰-۲-۶) نتایج.....
۲۶۶	۱۰-۳) بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO).....

۲۶۷	الگوریتم PSO (۱۰-۳-۱)
۲۶۹	انواع الگوریتم‌های PSO (۱۰-۳-۲)
۲۶۹	بهینه‌سازی کلونی مورچگان (ACO) (۱۰-۴)
۲۶۹	مفاهیم پایه (۱۰-۴-۱)
۲۷۰	مسئله فروشنده دوره گرد با استفاده از الگوریتم کلنی مورچگان (۱۰-۴-۲)
۲۷۲	جست‌وجوی ممنوع (TS) (۱۰-۵)
۲۷۲	مفاهیم پایه (۱۰-۵-۱)
۲۷۳	فهرست‌های ممنوع (تابوها) (۱۰-۵-۲)
۲۷۳	الگوریتم جست‌وجوی ممنوع (۱۰-۵-۳)
۲۷۴	شرط توقف (۱۰-۵-۴)
۲۷۴	جست‌وجوی پراکنده (SS) (۱۰-۶)
۲۷۷	الگوریتم تبرید تدریجی شبیه‌سازی شده (SA) (۱۰-۷)
۲۷۷	فرایند آنیل کردن فلزات (۱۰-۷-۱)
۲۷۸	پارامترهای SA (۱۰-۷-۲)
۲۷۹	الگوریتم تبرید تدریجی شبیه‌سازی شده (۱۰-۷-۳)
۲۸۱	خلاصه فصل دهم

۲۸۳	پیوست (۱) جبر ماتریس‌ها
۲۸۹	پیوست (۲) نظریه فازی
۲۹۳	پیوست (۳) استفاده از نرم افزار مطلب
۳۰۵	واژه نامه
۳۱۱	منابع و مأخذ

پیش گفتار

شاید این بخش که ابتدایی‌ترین بخش کتاب است، کمتر از سایر فصل‌ها با توجه خوانندگان روبه‌رو شود و اصولاً با نیم‌نگاهی سطحی و مختصر به سراغ بقیه کتاب برویم، کاری که خود من هم تا همین سال‌های اخیر، انجام می‌دادم! اما گاهی پیش گفتار یا همان کلام مؤلف آنچنان تأثیر شگرفی در ذهن و قلب خواننده به‌جا خواهد گذاشت که نه تنها در مطالعه آن کتاب و بحث حاضر، بلکه در تحصیل دانش بی‌پایان ازلی از کتاب بیکران هستی نیز یاریگر و مشوق وی خواهد شد.

خوشحالم که با داشتن استادان بزرگ و خبره در ریاضیات و به‌ویژه در شاخه "تحقیق در عملیات" مانند دکتر جهانشاهلو، و دکتر محمد جواد اصغر پور، اینجانب نیز به‌عنوان یکی از شاگردان ایشان، اولین کتاب خود را در زمینه بهینه‌سازی غیرخطی تألیف کردم، با این امید که با بیان ساده‌تر و مفصل‌تر (همراه با جزییات) به درک بهتر دانشجویان در این زمینه کمک کنم، چراکه گاهی پیچیدگی و اختصار در بیان مسائل و مطالب، موجب سردرگمی و عدم تفهیم مطلب خواهد شد.

استادان بسیاری در این زمینه مشغول به تدریس و تحقیق بوده و هستند و کتاب‌های فراوانی به زبان‌های مختلف در این زمینه نوشته شده است، اما با توجه به اهمیت بهینه‌سازی و به‌ویژه بهینه‌سازی غیر خطی و نقش آن در ارتقای سطح مدیریت در سازمان‌ها و بنگاه‌های اقتصادی، خلأ کتاب‌های فارسی در این زمینه بسیار محسوس است، گرچه بعضی منابع به زبان فارسی در این زمینه وجود دارد، اما هنوز نیاز دانشجویان در رشته‌های مختلف دانشگاهی در مقاطع کارشناسی ارشد و دوره دکتری از قبیل: تحقیق در عملیات، مدیریت صنعتی، علوم اقتصادی و مهندسی صنایع و غیره مرتفع نشده است. پس لازم است اینگونه مطالب با رویکردهای مختلف در این زمینه تألیف شوند. در این کتاب سعی دارم گوشه‌ای از نیاز دانشجویان و تصمیم‌سازان این عرصه را پاسخگو باشم.

همچنین ضمن تأکید بر طرح مباحث نظری در کتاب حاضر کوشش شده که حالت کاربردی آن هم حفظ شود. سعی من در تألیف کتاب حاضر با وجود آثار جامع و فراوان از استادان برجسته این علم، دسته‌بندی ملموس‌تر و قابل فهم‌تر مبانی این شاخه در ۱۰ فصل، به‌همراه مثال‌های مرتبط و بانی ریاضی مربوط بوده است، امید دارم که همچون قطره‌ای در دریای بیکران دانش ریاضیات، تلاشی هر چند ناچیز کرده باشم. برخود لازم می‌دانم که از همراهی و حمایت خانواده‌ام به‌ویژه پدر بزرگوارم، مادر مهربانم، همسر فداکار و دلسوزم و فرزندانم، خالصانه و بی‌ریا قدردانی کنم.

در پایان از همکاری صمیمانه دکتر غلامرضا جهانشاهلو که در ویراستاری علمی کتاب یاریگر من بودند و همچنین از سرکار خانم‌ها کوکب شریفی و معصومه نوروزی و در نهایت از مساعدت انتشارات دانشگاه تهران که زحمت چاپ کتاب را برعهده گرفتند، سپاسگزارم.

در خاتمه از تمامی استادان، دانشجویان و پژوهشگران تقاضا دارم که تذکرات و نظرات ارزشمند و سازنده خود را برای اصلاح در چاپ‌های بعدی مطرح کنند.

و من الله التوفیق

محمد ابراهیم محمد پورزند

مقدمه

بهینه‌سازی فرآیندی است که با آن می‌توان پاسخ بهینه مسائل گوناگون را تعیین کرد، این انگاره، بنا به ماهیت خویش یک زمینه علمی و ریاضی بوده و مبین عملکرد یک سیستم است. چرا که اغلب این انگاره برای بهینه‌سازی یا کمینه‌سازی توابع، استفاده می‌شود.

آنچه در این فرایند منطقی به‌نظر می‌رسد، این است که مسئله در ساختار واقعی خود به‌صورت ریاضی فرموله و با روش مناسب نیز حل شود به‌عبارت دقیق‌تر این کار از طریق بهینه‌سازی ریاضی انجام می‌پذیرد اما از آنجایی که پدیده‌های جهان واقعی رفتارهای غیر خطی دارند، پس بهینه‌سازی در این شرایط نیز غیرخطی است. بهینه‌سازی غیرخطی، زیرشاخه‌ای از بهینه‌سازی ریاضی^۱ است که با مسائل و مدل‌های غیرخطی سروکار دارد. این وضعیت زمانی رخ می‌دهد که مفروضات اساسی^۲ بهینه‌سازی خطی نقض شده است، چرا که استفاده از مفروضات، چارچوب مدل را محدود کرده و در عمل ما را از وضعیت جهان واقعی دور و ساختار مسئله را ساده می‌کند. بر این اساس در مسائل سازمانی امروز به‌دلیل بزرگی و پیچیدگی سازمان‌ها ملاحظه می‌کنیم که روابط حاکم بر متغیرها، غیر خطی است و در نتیجه بهینه‌سازی آنها به‌صورت خطی جواب منطقی به مدیران و تصمیم‌گیرندگان نخواهد داد و در نتیجه سازمان‌ها پاسخ بهینه‌ای را نیز برای مسائل خود نخواهند یافت.

از آنجایی که تمامی مطالب این کتاب به شرح و بسط بهینه‌سازی غیر خطی اختصاص دارد، شایسته است که در ابتدای کار اشاره‌گذاری به تاریخچه و معرفی این نظریه و مفاهیم واقعی آن در فصل آغازین داشته باشیم. پس از آن برای آشنایی با ساختار مسائل بهینه‌سازی غیرخطی، چگونگی مدل‌سازی آنها با ارائه مثال‌های کاربردی در قالب ۱۳ الگو تشریح شده است.

در فصل سوم با دسته‌بندی روش‌های مختلف بهینه‌سازی غیرخطی، انواع روش‌های بهینه‌سازی معرفی و با مثال‌های مربوط به هر روش تعیین شده است که این دسته‌بندی کمک قابل توجهی به شناخت مدل و همچنین انتخاب روش حل مناسب آن هم خواهد کرد.

پس از شناخت انواع روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی در می‌یابیم که پیچیدگی و محدودیت‌هایی در یافتن پاسخ بهینه اینگونه مسائل وجود دارد که این وضعیت در مقایسه با بهینه‌سازی خطی نیازمند درک مناسب و کامل‌تر آنهاست، پس در فصل چهارم به تجزیه و تحلیل این دسته از مشکلات و پیچیدگی‌ها پرداخته شده است. در مدل‌های غیر خطی که به‌صورت برنامه‌ریزی محدب باشند، امکان پیدا کردن جواب بهینه مطلق وجود دارد، اما در برنامه‌ریزی‌های غیرمحدب امکان شناسایی نقاط بهینه مطلق به آسانی فراهم نیست، به همین دلیل فصل پنجم را به معرفی مجموعه‌ها و توابع محدب و غیر محدب اختصاص داده‌ایم، که این فصل زمینه‌ساز دستیابی به روش‌های حل مسائل غیر خطی در این شرایط خواهد شد.

1. Mathematical optimization

۲. مفروضات اساسی بهینه‌سازی خطی شامل: ۱. شرایط به‌طور کامل معلوم؛ ۲. خطی بودن؛ ۳. ثابت بودن ضرایب فنی در طول مدت برنامه‌ریزی؛ ۴. تقسیم‌پذیری و پیوستگی متغیرهای تصمیم؛ ۵. ایستایی و ۶. غیر منفی بودن متغیرها است.

بعضی از مسائل بهینه‌سازی را می‌توان از راه بهینه‌سازی کلاسیک مانند روش‌های ژاکوبی یا لاگرانژ حل کرد. اما چنین روش‌هایی برای حجم وسیعی از مسائل بهینه‌سازی غیر خطی مناسب نیستند. پس اینگونه مسائل را باید با روش‌های بسیار کاراتری که برای این منظور خاص طراحی و حتی نرم‌افزارهای آنها هم تولید شده است، حل کرد.

در طول تاریخ بهینه‌سازی ریاضی، مجموعه‌ای از این روش‌ها برای حل این مسائل ابداع و ارائه شده‌اند که شاید بعضی از آنها به فراموشی سپرده شده‌اند یا بعضی از آنها به دلیل پیچیدگی‌های بسیار استفاده نشده‌اند. بر این اساس در فصل‌های بعدی، سعی شده است، که روش‌های ویژه‌ای که مشهور هستند ارائه شوند و به همین دلیل در فصل ششم روش‌های مستقیم حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی بدون محدودیت و در فصل هفتم؛ با همین رویکرد مسائل غیر خطی دارای محدودیت ارائه شده است.

در فصل هشتم نیز روش‌های غیر مستقیم بهینه‌سازی غیرخطی که امکان تبدیل یک مسئله غیر خطی را به یک مسئله دیگر فراهم می‌کنند، تشریح شده و در نهایت در فصل نهم سایر روش‌های بهینه‌سازی غیر خطی که اغلب به صورت غیرمحدب هستند تجزیه و تحلیل شده‌اند. از آنجائی که استفاده از الگوریتم‌ها و روش‌های بهینه‌سازی یاد شده در فصول قبلی، هنگامی که برای مسائل بزرگ و پیچیده به کار گرفته می‌شوند، نیازمند صرف زمان و انرژی زیادی خواهد بود، در فصل دهم به دسته‌ای دیگر از روش‌های بهینه‌سازی تحت عنوان، الگوریتم‌های فراابتکاری در حل مسائل غیرخطی و برخی از کاربردهای آنها پرداخته شده است.

البته باید یادآوری کرد که برای تکمیل یادگیری مطالب کتاب، پیوست‌هایی نیز در انتهای آن به اختصار آمده شده است که کمک قابل توجهی به حل مسائل خواهد کرد علاوه بر این موضوع، اهداف آموزشی هر فصل در ابتدای همان فصل برای رسیدن به شناخت اولیه و عمومی از مطالب آن فصل ذکر شده و در انتهای هر فصل هم خلاصه مطالب فصل که به درک بهتر مطالب آن فصل منجر می‌شود ارائه شده است و تعدادی تمرین و مسئله نیز برای تمرین بیشتر آمده است و در نهایت واژه نامه فارسی و انگلیسی نیز برای همگن شدن معادل‌های لاتین مطالب ارائه شده است.