

محاسبات عددی

با کاربردهایی در علوم مهندسی

به همراه برنامه‌های MATLAB و OCTAVE

امیرحسین رفایی

هاشم صابری نجفی

محمد رضا رهبر

انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان

زمستان ۱۳۹۴

سرشناسه	رفاهی، امیرحسین، ۱۳۵۷ -
عنوان و نام پدیدآور	محاسبات عددی با کاربردهایی در علوم مهندسی به همراه برنامه‌های MATLAB و OCTAVE / مؤلفین امیرحسین رفاهی، هاشم صابری نجفی، محمدرضا رهبر،
مشخصات نشر	لاهیجان : دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لاهیجان، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری	۲۲۲ ص.؛ جدول، نمودار.
شابک	978-964-10-3569-5
وضعیت فهرست نویسی	فبا
یادداشت	واژه‌نامه.
یادداشت	کتابنامه.
موضوع	متن
موضوع	گو اوکتاو GNU Octave
موضوع	حساب عددی -- برنامه‌های کامپیوتری
موضوع	آنالیز عددی -- داده برداری
شناسه افزوده	صابری، هاشم، ۱۳۲۹ -، مترجم
شناسه افزوده	صابری، هاشم، ۱۳۲۹ -
شناسه افزوده	رهبر، محمدرضا، ۱۳۴۸ -
شناسه افزوده	دانشگاه آزاد اسلامی، واحد لاهیجان
رده بندی کنگره	۲۹۴ - QA۲۹۷/۴۷۸
رده بندی دیویی	۵۱۸/۰۰۵
شماره کتابشناسی ملی	۳۶۵۴۰

عنوان کتاب: محاسبات عددی با کاربردهایی در علوم مهندسی به همراه برنامه‌های MATLAB و OCTAVE

مؤلفین: امیرحسین رفاهی، هاشم صابری نجفی، محمدرضا رهبر

نمایه ساز: زهره واحد
نوبت چاپ: اول
تعداد صفحات: ۳۳۲
سال چاپ: ۱۳۹۴ با تأیید نشر تیراژ: ۲۰۰
قطع: وزیری
ناشر: دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان
لیتوگرافی و چاپ: سازمان چاپ و انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی
شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۱۰-۳۵۶۹-۵

مرکز پخش: دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان - تلفن: ۰۱۴۱۲۲۳۹۰۵۳
آدرس: لاهیجان، انتهای کوی شقایق، مجتمع دانشگاه آزاد، ص. پ. ۱۶۱۶
کلیه حقوق قانونی و شرعی برای مولف و ناشر محفوظ می‌باشد و هیچ شخصی حقیقی یا حقوقی حق تکثیر تمام یا قسمتی از این اثر را نداشته و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار خواهند گرفت.

فهرست

۱ خطاها	۱
۱-۱ یک مثال از فرآیند مدل سازی	۲
۲-۱ اعداد و دوی	۵
۲-۲ مبنای ده به دو	۵
۲-۳ مبنای دو به ده	۶
۳-۱ سیستم اعداد با ممیز شناور	۷
۳-۱-۱ خطای تقریب اعداد	۸
۳-۱-۲ رابطه‌ی خطای نسبی با تعداد ارقام بامعنی	۱۱
۳-۳-۱ استاندارد IEEE 754 برای محاسبات با ممیز شناور	۱۱
۳-۴-۱ بد وضعی	۱۴
۴-۱ حساب با ممیز شناور	۱۵
۴-۱-۱ اثبات‌گذاری خطای گرد کردن	۱۶
۵-۱ همگرایی	۱۸
۵-۱-۱ نرخ همگرایی یک دنباله	۱۸
۵-۱-۲ نرخ همگرایی یک تابع	۲۰
۵-۳-۱ درجه‌ی همگرایی	۲۱
۶-۱ مسائل	۲۴
۲ حل معادلات جبری و غیر جبری	۲۷
۲-۱ روش ترسیمی	۲۹

- ۲-۲ روش منصف یا روش بولتزانو ۳۰
- ۳-۲ روش نابجایی یا روش درونیایی خطی ۳۶
- ۴-۲ روش تکراری نقطه‌ی ثابت ۴۳
- ۵-۲ روش نیوتون ۴۷
- ۶-۲ روش خط قاطع ۵۱
- ۷-۲ روش هلالی ۵۴
- ۸-۲ روش پیمایش ۵۷
- ۹-۲ روش تکرار چند نقطه ۵۹
- ۱۰-۲ نیوتون اصلاح شده روش شرودر برای ریشه‌ی تکراری توابع ۶۷
- ۱۱-۲ بررسی سرعت همگرایی روش‌های ریشه‌یابی ۷۰
- ۱-۱۱-۲ درجه‌ی همگرایی روش نابجایی ۷۰
- ۲-۱۱-۲ درجه‌ی همگرایی روش تکراری نقطه‌ی ثابت ۷۲
- ۱۲-۲ روش شتاب دهنده‌ی Δ^2 اتیکن ۷۴
- ۱۳-۲ روش استفسن ۷۶
- ۱۴-۲ مسائل ۸۰

- ۳ مطالبی از جبر خطی ۸۷
- ۱-۳ فضای برداری ۸۷
- ۲-۳ پایه ۹۱
- ۳-۳ بعد یک فضای برداری ۹۱
- ۴-۳ فضای ماتریسی ۹۲
- ۵-۳ ضرب ماتریسی ۹۵
- ۶-۳ نگاشت خطی ۹۷
- ۷-۳ هسته ۹۸

۹۹	۸-۳ دترمینان
۱۰۲	۹-۳ رتبه‌ی یک ماتریس
۱۰۵	۱۰-۳ مقادیر ویژه و بردارهای ویژه
۱۰۷	۱۱-۳ مسائل

۱۰۹	۴ دستگاه معادلات خطی
۱۱۰	۱-۴ دستگاه معادلات مثلثی
۱۱۱	۲-۴ روش حذفی گاوس
۱۱۸	۳-۴ روش‌های محورگیری
۱۱۹	۱-۳-۴ روش حذفی گاوس با محورگیری جزئی
۱۲۳	۲-۳-۴ روش حذفی گاوس با محورگیری جزئی مقیاس‌شده
۱۲۶	۳-۳-۴ روش حذفی گاوس با محورگیری کلی
۱۳۱	۴-۴ نرم‌های بردار و ماتریس
۱۳۳	۵-۴ دقت جواب و عدد شرطی
۱۳۵	۶-۴ تجزیه‌ی LU
۱۴۱	۱-۶-۴ تجزیه‌ی LU با محورگیری جزئی
۱۴۷	۲-۶-۴ تجزیه‌ی LU با محورگیری کلی
۱۴۸	۷-۴ تجزیه‌ی QR
۱۴۸	۱-۷-۴ ماتریس هاوس هولدر
۱۵۵	۲-۷-۴ ماتریس گیونز
۱۶۳	۸-۴ تجزیه‌ی مستقیم
۱۶۳	۱-۸-۴ تجزیه‌ی کروت
۱۶۶	۲-۸-۴ تجزیه‌ی دولیتل
۱۶۹	۹-۴ ماتریس‌های خاص

- ۱۶۹..... ۱-۹-۴ ماتریس‌های اکیداً قطر غالب
- ۱۶۹..... ۲-۹-۴ ماتریس‌های متقارن معین مثبت
- ۱۷۱..... ۳-۹-۴ ماتریس‌های سه قطری
- ۱۷۲..... ۱۰-۴ روش‌های تکراری برای حل دستگاه معادلات خطی
- ۱۷۲..... ۱-۱۰-۴ روش ژاکوبی
- ۱۷۷..... ۲-۱۰-۴ روش گاوس-سایدل
- ۱۷۸..... ۱-۱۰-۴ روش SOR
- ۱۸۶..... ۱۱-۴ مسائل

- ۱۹۷..... ۵ مقادیر ویژه و بردارهای ویژه
- ۱۹۹..... ۱-۵ روش توانی
- ۲۰۴..... ۲-۵ روش وارون توانی با جابجایی
- ۲۰۸..... ۳-۵ روش QR
- ۲۰۹..... ۴-۵ مسائل

- ۲۱۱..... ۶ درونیایی
- ۲۱۱..... ۱-۶ چند جمله‌ای درون‌یاب لاگرانژ
- ۲۱۶..... ۲-۶ چند جمله‌ای درون‌یاب نیوتون
- ۲۱۹..... ۳-۶ تفاضلات تقسیم شده‌ی نیوتون با نقاط متساوی الفاصله
- ۲۲۵..... ۴-۶ درونیایی چند ضابطه‌ای خطی
- ۲۲۸..... ۵-۶ درونیایی اسپلاین مکعبی
- ۲۲۹..... ۱-۵-۶ اسپلاین طبیعی
- ۲۳۵..... ۲-۵-۶ اسپلاین مکعبی با انحنای تنظیم شونده

- ۶-۵-۳ اسپلین مکعبی کامل یا قفل شده..... ۲۳۷
- ۶-۵-۴ اسپلین مکعبی مختوم به سهمی..... ۲۳۸
- ۶-۵-۵ اسپلین مکعبی بدون گره..... ۲۳۸
- ۶-۶-۶ کمترین مربعات خطی و برازش منحنی..... ۲۳۹
- ۶-۶-۱ استفاده از تجزیه QR در مسأله‌ی کمترین مربعات..... ۲۴۵
- ۶-۷ مسائل..... ۲۴۶

- ۷ مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری عددی..... ۲۵۱
- ۷-۱ مشتق‌گیری عددی..... ۲۵۱
- ۷-۱-۱ مشتق مرتبه اول..... ۲۵۱
- ۷-۱-۲ مشتق مرتبه دوم..... ۲۵۵
- ۷-۱-۳ اثر خطای گرد کردن..... ۲۵۶
- ۷-۱-۴ برون‌یابی ریچاردسون..... ۲۵۷
- ۷-۲ انتگرال‌گیری عددی..... ۲۶۲
- ۷-۲-۱ قواعد نیوتون-کنتس..... ۲۶۳
- ۷-۲-۲ انتگرال‌گیری گاوسی..... ۲۷۶
- ۷-۲-۳ انتگرال‌گیری رامبرگ..... ۲۸۲
- ۷-۳ مسائل..... ۲۸۴

- ۸ حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی..... ۲۸۷
- ۸-۱ میدان جهت..... ۲۸۹
- ۸-۲ روش اویلر..... ۲۹۰
- ۸-۳ روش‌های رونگه-کوتا..... ۲۹۴

۳۰۵ ۸-۴ مسائل

۳۱۱ مراجع

۳۱۳ واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی

۳۲۵ واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی

www.ketab.ir

پیشگفتار

هدف اصلی آنالیز عددی یا به بیان خاص‌تر محاسبات عددی، طراحی و تحلیل روش‌هایی که جواب‌های تقریبی، اما هرچه ممکن است دقیق، برای مسائل سخت و پیچیده ارائه می‌کنند، می‌باشد. چنین مدل‌هایی غالباً کاربردهای ریاضیات در دنیای واقعی هستند و درگیر با متغیرهایی می‌باشند که بطور پیوسته تغییر می‌نمایند.

این مسائل در علوم طبیعی، علوم مهندسی، علوم اجتماعی، پزشکی و امور بازرگانی رخ می‌دهند. در طی نیم قرن گذشته کامپیوترها از نقطه نظر توانایی و در دسترس بودن آسان، رشد فراوانی داشته‌اند و موجب شده‌اند که مدل‌های ریاضی در شاخه‌های مختلف علوم و مهندسی فراوان کاربرد چشمگیری داشته باشند. در این راستا نیاز به ابزار محاسبات عددی بیشتر احساس شده است تا بتوان این مدل‌ها را تنظیم و برای حل با کامپیوتر آماده نمود. زمینه‌ی اصلی محاسبات عددی آنالیز عددی است که در مسیر مطالعات نظری ریاضی، موارد استفاده در علوم کامپیوتر نقش اساسی دارد.

با درک بیشتر از نیاز به استفاده از کامپیوترها برای حل مدل‌های ریاضی طبیعت، موضوع محاسبات علمی یا علوم محاسباتی در طی سال‌های ۱۹۸۰ تا ۱۹۹۰ شکل خاصی پیدا نمود. در این زمینه از ابزار بسیار توانای آنالیز عددی، محاسبات عددی، نمودارهای کامپیوتری و محاسبات نمادین ریاضی صحبت می‌شود و شرایط را برای یک کاربر طوری آسان می‌کند که بتواند یک مدل پیچیده‌ی ریاضی از دنیای واقعی را تدوین کرده و نتایج حاصل از آن را تفسیر و تحلیل نماید.

به طور کلی روند حل مسائل را می‌توان به گام‌های زیر تقسیم نمود:

گام اول: فرمول‌بندی، یعنی طراحی یک مدل ریاضی برای یک مسأله.

گام دوم: انتخاب روش‌های عددی با توجه به تحلیل مقدماتی خطاها. بدین معنی که در زمان حل عددی مسأله باید همه‌ی منابع خطا را که در جواب‌ها تاثیر دارند تفکیک نمود و مورد بررسی قرار داد. میزان دقت نتایج، اندازه‌ی کران خطاها و انتخاب طول گام مناسب و نظایر این‌ها از جمله کارهایی است که آنالیز عددی و محاسبات عددی انجام می‌دهند.

گام سوم: شامل برنامه‌نویسی است. بدین معنا که باید روش‌های پیشنهادی به مراحل قابل درک و اجرا بر روی کامپیوترها تبدیل شوند. که این موارد در زمان آموزش برنامه‌نویسی به طور کامل و دقیق بررسی می‌شوند.

یک روش عددی که می‌تواند برای حل یک مسأله بکار رود یک الگوریتم نام دارد. در واقع یک الگوریتم مجموعه‌ای از روش‌هایی است که به جواب مسأله می‌رسد. انتخاب یا ساختن الگوریتم‌های مناسب از زمینه‌های کاری محاسبات عددی است.

الگوریتم‌های عددی سابقه‌ی بسیار طولانی دارند. مثلاً Rhind Papyrus (در 1650 BC) در مصر باستان یک روش برای پیدا کردن ریشه‌های برابری معادلات پیدا نمود و Archimedes (در 212-287 BC) ریاضیات بسیار جدیدتری را ابداع نمود که به کمک آن روش‌های محاسبه‌ی طول، مساحت و حجم اشکال هندسی انجام می‌گرفت. بعدها یونان و لایبنیتز روش‌های عددی بسیار مهمی را ارائه کردند تا مسائل ریاضی عمومی قابل درک و حل باشند و این تلاش آن‌ها بود که موجب ساختن مدل‌های دقیق ریاضی برای طبیعت گردید که مانع از ابتدا در علوم فیزیکی و بعدها در علوم مهندسی، پزشکی و تجارت به ثمر نشست. مدل‌های پیچیده‌ی ریاضی برای وقایع طبیعت معمولاً به طور صریح حل نمی‌شوند و برای حل آن‌ها از روش‌های عددی مناسب استفاده می‌شود تا جواب‌ها را با تقریب‌های تعیین شده بدست آورند.

در این کتاب سعی شده است تا موارد ذکر شده‌ی پیشین رعایت شود و تدوین کتاب بر اساس آن موارد بگونه‌ای انجام شود که مفهوم محاسبات عددی برای دانشجویان قابل درک باشد.

هدف این کتاب توسعه‌ی روش‌های پایه‌ای محاسبات عددی و اجرای آن‌ها با کامپیوتر می‌باشد. روش‌ها طوری طراحی شده‌اند که علاقه‌مندان به علم محاسبات عددی بتوانند از آن‌ها به خوبی استفاده نمایند. برای روش شدن هر روش مثال‌های مناسبی ارائه شده تا دانشجویان بتوانند

رفتار جواب‌های حاصل از اجرای الگوریتمها را بخوبی درک کنند. با مطالعه‌ی دقیق روش‌ها خواننده می‌تواند چگونگی عملکرد کدها و محدودیت و مزایای روش‌ها را درک نماید. برای درک مطالب این کتاب تنها آشنایی با ریاضیات عمومی، معادلات دیفرانسیل و نرم‌افزار MATLAB کافیست.

در دهی گذشته محیط‌های محاسباتی زیادی توسعه یافته‌اند که یکی از مهمترین آنها MATLAB می‌باشد. این محیط محاسباتی در این کتاب بخوبی دیده می‌شود و در هر بخش نقش اساسی خود را ایفا می‌نماید. خروجی‌های MATLAB بخوبی نشان می‌دهد که کدهای فراهم شده بسیار قدرتمند و دقیق هستند. بخصوص نمودارهای حاصل از MATLAB نقش اساسی در درک نتایج دارند.

مؤلفین امیدوارند که مطالب این کتاب که حاصل سال‌ها تدریس آنان در دانشگاه‌ها بوده است بتواند مورد استفاده‌ی دانشجویان رشته‌های علوم و مهندسی قرار گیرد و توانسته باشند هدف اصلی خود را که آشنا کردن دانشجویان با سایر علاقه‌مندان به علم محاسبات عددی است محقق نمایند.

در این کتاب مباحث مربوط به علم محاسبات عددی بطور دقیق بیان و بررسی شده‌اند. مطالب این کتاب برای دانشجویان رشته‌های علوم پایه و مهندسی (در همه‌ی مقاطع تحصیلی) و همه‌ی افرادی که علاقه‌مند به حل مسائل با روش‌های عددی و با استفاده از کامپیوتر می‌باشند مفید می‌باشد و بخصوص همه‌ی موارد مندرج در سرفصل پیشنهادی درس در این کتاب گنجانده شده است. دانشجویانی که به گذراندن این درس در دوره‌ی تحصیلی خود نیاز دارند، مطالب این کتاب را جالب و قابل درک خواهند دید. نتایج محاسبات کامپیوتری در قالب جداول و نمودارها نشان داده شده است.

از مهمترین نکات این کتاب وجود برنامه‌های MATLAB برای اجرای الگوریتمها می‌باشد. تعداد زیادی الگوریتم با کدهای MATLAB جهت استفاده‌ی علاقه‌مندان در کتاب دیده می‌شود. کدهای MATLAB طوری نوشته شده‌اند که در نرم‌افزار متن‌باز OCTAVE نیز قابل اجرا باشند. مثال‌ها و تمرینات نیز در حد مورد نیاز در بخش‌های مختلف کتاب قرار داده شده است.