

نظریهٔ معادلات دیفرانسیل عادی

۱۳۶۱.۴۳

محمود حجازی

دانشگاه صنعتی شریف

وحید رومی

دانشگاه شهید مدنی آذربایجان



مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف



مؤسسه انتشارات علمی
دانشگاه صنعتی شریف

نظریه معادلات دیفرانسیل عادی

تألیف محمود حصارکی، وحید رومی

مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف

چاپ اول: ۱۳۹۴

شمارگان: ۱۰۰۰

بها: ۱۶۰۰۰ ریال

حق چاپ برای مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف محفوظ است

ISBN 978-964-208-129-5

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۲۰۸-۱۲۹-۵

تلفن: ۶۶۰۱۳۱۲۹-۶۶۱۶۴۰۷۲-۶۶۱۶۴۰۷۰

دفتر مرکزی: خیابان آزادی - دانشگاه صنعتی شریف

دفتر فروش: میدان انقلاب- خیابان شهید منبری جاوید (اردیبهشت)- ساختمان ۲۵۳ - طبقه چهارم- واحد ۴۰۲

پست الکترونیکی: publication@mehr.sharif.edu

تلفن: ۶۶۴۰۵۱۳۲-۶۶۹۶۷۸۹۶

وضعیت فهرست نویسی: فیبای مختصر.
یادداشت: فهرست نویسی کامل این اثر در نشانی
<http://opac.nlai.ir>
قابل دسترسی است.
شناسه افزوده: رومی، وحید، ۱۳۵۳.
شماره کتابشناسی ملی: ۳۸۲۴۷۰۷

سرشناسه: حصارکی، محمود، ۱۳۲۶.
عنوان و نام پدیدآور: نظریه معادلات دیفرانسیل عادی.
مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی شریف، مؤسسه انتشارات
علمی، ۱۳۹۴.
مشخصات ظاهری: ۳۶۰ ص. مصور، جدول.
شابک: 978-964-208-129-5

فهرست مطالب

ج	پیشگفتار مؤلفان
۱	۱ خواص عمومی معادلات دیفرانسیل
۲	۱.۱ مفاهیم اولیه
۵	۲.۱ وجود و یگانگی پذیرد
۱۳	۳.۱ پیوستگی و مشتق پذیری نسبت به شرایط اولیه
۲۲	۴.۱ وجود بدون یگانگی
۳۰	۵.۱ قضیه وجودی کاراتئودوری
۳۷	۶.۱ توسیع جواب ها
۴۳	۷.۱ پیوستگی نسبت به پارامتر
۴۷	۸.۱ دستگاه های مختلط
۵۳	۹.۱ جواب های نهایی و قضایای مقایسه
۶۵	۲ دستگاه های خطی
۶۵	۱.۲ خواص عمومی
۸۳	۲.۲ دستگاه خطی با ضرایب ثابت
۱۰۰	۳.۲ معادلات دیفرانسیل مرتبه n خطی
۱۱۴	۴.۲ دستگاه خطی با ضرایب تناوبی و نظریه فلوکه

۱۳۱	۳	دستگاه‌های خودگردان
۱۳۲	۱.۳	خواص مقدماتی
۱۳۸	۲.۳	مجموعه‌های حدی، جاذب و دافع
۱۴۵	۳.۳	مدارهای نزدیک نقاط ساکن در $\mathbb{R}^2$
۱۶۵	۴.۳	شاخص پوانکاره
۱۷۹	۴	پایداری
۱۸۰	۱.۴	پایداری دستگاه‌های خطی
۱۹۴	۲.۴	پایداری دستگاه‌های غیرخطی
۲۰۹	۳.۴	پایداری دستگاه‌های خودگردان
۲۲۰	۴.۴	منیفلد ایدار
۲۳۱	۵	پایداری به روش دوم لیاپوف
۲۳۱	۱.۵	پایداری دستگاه‌های خودگردان
۲۴۱	۲.۵	پایداری دستگاه‌های غیرخودگردان
۲۵۰	۳.۵	پایداری کامل و سراسری
۲۶۱	۶	دستگاه‌ها و معادلات مشهور دو بعدی
۲۶۲	۱.۶	کراننداری جواب‌های معادلات خطی همگن
۲۶۷	۲.۶	معادلات نوسانی خطی همگن
۲۷۳	۳.۶	صفرهای جواب معادلات مرتبه دوم
۲۸۰	۴.۶	قضیه پوانکاره-بندیکسون و جواب‌های تناوبی
۲۹۷	۵.۶	معادله هیل
۳۰۶	۶.۶	معادله متو
۳۰۷	۷.۶	معادله لینارد
۳۱۷	۸.۶	معادله واندرپیل
۳۱۹	۹.۶	معادله دافینگ

۱۰.۶ مدل شکار و شکارچی لوتکا-ولترا و توسیع آن ۳۲۴

۱۱.۶ محک‌های مشهور ۳۳۴

۳۴۱ مراجع

۳۴۳ نمایه

www.ketab.ir

پیشگفتار مؤلفان

معادلات دیفرانسیل عادی به صورت طبیعی در دستگاه‌های زیستی، فیزیکی، شیمیایی و مهندسی که ماهیت دینامیکی دارند پدید می‌آیند. با استفاده از نظریه معادلات دیفرانسیل عادی می‌توان جهت تکاملی اینگونه دستگاه‌ها را به خوبی تحلیل نمود. همچنین با به‌کارگیری این علم، فرمولبندی، پایداری و سازگاری آنها تحت اثر پارامترهای فیزیکی قابل انجام و بررسی است.

هدف اصلی از نوشتن این کتاب تهیه نوبتی مناسب برای درس نظریه معادلات دیفرانسیل عادی دوره کارشناسی ارشد بوده است به‌طوری‌که خواننده با ابزارها و تکنیک‌های تحقیقاتی در این زمینه آشنایی کامل یافته و مهارت‌های لازم را در به‌کارگیری آنها کسب نماید. به همین دلیل به بهانه‌های گوناگون به معرفی شیوه‌های گوناگون اثبات پرداخته‌ایم.

این کتاب نتیجه چندین سال تدریس در دانشگاه صنعتی شریف و اخیراً در دانشگاه شهید مدنی آذربایجان برای دانشجویان ریاضی، ریاضی کاربردی و مهندسی است. محتوای کتاب برای یک درس در یک ترم به مدت ۶۸ ساعت تنظیم شده است، لیکن با حذف مناسب برخی مطالب می‌توان از آن برای یک درس به مدت ۴۵ ساعت نیز استفاده نمود. متن کتاب به شش فصل تقسیم شده است. در فصل اول علاوه بر نظریه وجود و یگانگی و پیوستگی جواب نسبت به شرط اولیه و پارامترها، دستگاه‌های مختلط و جواب‌های نهایی و قضایای مقایسه نیز گنجانده شده است. در این فصل به بهانه‌های گوناگون چهار اثبات متفاوت برای وجود جواب ارائه شده است. اگرچه در بخشی از آن از آنالیز حقیقی و توپولوژی و یا در جای دیگری از توابع مختلط استفاده شده است، لیکن نقش اصلی در کلیه اثبات‌ها بر عهده آنالیز ریاضی است.

فصل دوم به بررسی ویژگی‌های اساسی دستگاه خطی اختصاص داده شده است. در این فصل علاوه

بر بررسی کیفی و رفتار مجانبی دستگاه‌های خطی با ضرایب ثابت، تحت عنوان نظریه فلوکه به بررسی دستگاه‌های خطی با ضرایب متناوب نیز می‌پردازیم. از نتایج این فصل در فصل چهارم به صورت اساسی جهت بررسی پایداری دستگاه‌های غیرخطی استفاده خواهد شد. فصل سوم به دستگاه‌های خودگردان اختصاص داده شده است. اینگونه دستگاه‌ها به دلیل ساختار خاص آنها دارای خواص توپولوژی مخصوص به خود می‌باشند. از این خواص در بررسی کیفی دستگاه‌های دینامیکی به خوبی استفاده می‌گردد. در دو بخش اول این فصل مقدماتی از این خواص را خواهیم دید. در بخش سوم این فصل مفهوم پایداری را برای دستگاه‌های دو بعدی خودگردان داریم و در بخش آخر به معرفی شاخص پوانکاره می‌پردازیم که اساس نظریه درجه است.

یکی از مطالب اساسی در معادلات دیفرانسیل مفهوم پایداری است. این مطلب در فصل چهارم با روش اول لیاپانوف، که با استفاده از جبر خطی انجام می‌گردد، ارائه خواهد شد. در این فصل انواع گوناگون پایداری مورد بحث قرار می‌گیرد و در انتها قضیه اساسی منیفلد پایدار ارائه و اثبات می‌گردد. فصل پنجم به پایداری با روش دوم لیاپانوف اختصاص داده شده است. ابزار اصلی این روش آنالیز ریاضی با دیدگاه هندسی است. اگرچه بررسی پایداری دستگاه‌های خودگردان به روش دوم لیاپانوف با استفاده از قضایای دستگاه‌های غیر خودگردان مقدماتی است، لیکن جهت دید هندسی نقش تابع لیاپانوف، بخش اول این فصل به دستگاه‌های خودگردان اختصاص داده شده است. همچنین در بخش آخر این فصل به مطالعه پایداری کامل و سراسری می‌پردازیم که در روش‌های فصل چهارم این بررسی امکان‌پذیر نیست. نکته قابل توجه این است که بررسی پایداری به روش اول لیاپانوف وقتی که قابل اعمال باشد بسیار ساده‌تر از روش دوم لیاپانوف است، لیکن روش دوم لیاپانوف دستگاه معادلاتی قابل اعمال است که روش اول لیاپانوف برای آنها کاربردی ندارد.

فصل ششم به بررسی دستگاه معادلات دو بعدی می‌پردازد. این کار به دو علت انجام شده است. در درجه اول اینگونه از دستگاه معادلات کاربرد وسیع‌تر دارند و به صورت طبیعی در مسائل مهندسی و علوم زیستی ظاهر می‌گردند. در درجه دوم روش بررسی اینگونه دستگاه معادلات هم ساده‌تر و هم دارای ابزارهای بیشتری جهت بررسی است. به عنوان مثال قضیه پوانکاره-بندکسون که در بخش چهارم این فصل آمده است، مشابهی برای دستگاه‌های با بعد بیشتر از دو ندارد.

در هر بخش مثال‌هایی متنوع برای درک بهتر مفاهیم گنجانده شده است. مطالعه اینگونه مثال‌ها

هم به درک مفاهیم و هم به درک اهمیت آنها بسیار کمک می‌کند. در انتهای هر بخش تعدادی مسئله مناسب آن بخش به عنوان تمرین گنجانده شده است. عمده این مسائل با استفاده از مطالب آن بخش قابل حل است. در انتهای هر فصل نیز مسائلی تحت عنوان مسائل گوناگون آورده شده است که با استفاده از مطالب آن فصل و بعضاً فصول قبلی قابل بررسی است.

در مجموع، کتاب برای درس نظریه معادلات دیفرانسیل عادی دوره تحصیلات تکمیلی مناسب است و سرفصل‌های آن را به‌خوبی پوشش می‌دهد. با حذف تعداد کمی از بخش‌های این کتاب سایر بخش‌ها در یک درس چهار واحدی برای دوره تحصیلات تکمیلی قابل ارائه است. لیکن برای استفاده از آن برای یک درس ۳ واحدی می‌بایستی بخش‌های بیشتری حذف گردند. برای اینگونه درس‌ها بهتر است بخش‌های ۴۱، ۵۱، ۸۱، ۹۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۳۵، ۱۶ تا ۳۶ و ۵۶ تا ۱۰۶ حذف گردند. همچنین در نظریه مقدماتی معادلات دیفرانسیل عادی با این سرفصل‌ها قابل ارائه است.

محمود حصارکی، وحید رومی

خرداد ۱۳۹۴