

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# ریاضیات پایه

## مقدمات آمار

تألیف:

دکتر عنایت‌اله بخشی

دکتر اکبر بیگلریان

(اعضای هیئت علمی دانشگاه علوم بهزیستی و توانبخشی)

|                     |   |                                                                  |
|---------------------|---|------------------------------------------------------------------|
| سرشناسه             | : | بخشی، عنایت‌اله، ۱۳۴۰ -                                          |
| عنوان و نام پدیدآور | : | ریاضیات پایه و مقدمات آمار / تألیف عنایت‌اله بخشی، اکبر بیگلریان |
| مشخصات نشر          | : | تهران: دانشگاه علوم بهزیستی و توانبخشی، ۱۳۹۵.                    |
| مشخصات ظاهری        | : | جدول، نمودار.                                                    |
| شابک                | : | ۹۷۸-۶۰۰-۶۴۴۲-۰۶-۸                                                |
| وضعیت فهرست‌نویسی   | : | فبیا                                                             |
| یادداشت             | : | کتابنامه: ص. ۲۲۷.                                                |
| یادداشت             | : | نمایه.                                                           |
| موضوع               | : | ریاضیات -- راهنمای آموزشی (عالی)                                 |
| موضوع               | : | ریاضیات -- پرستش‌ها و باسخت‌ها (عالی)                            |
| موضوع               | : | آمار -- راهنمای آموزشی (عالی)                                    |
| موضوع               | : | آمار -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)                            |
| شناسه گروه          | : | بیگلریان، اکبر، ۱۳۵۴ -                                           |
| شناسه افزوده        | : | دانشگاه علوم بهزیستی و توانبخشی                                  |
| رده‌بندی کنگره      | : | ۱۳۵ ۱۳۴۷/۲/۳۳                                                    |
| رده‌بندی دیویی      | : | ۵۱-۶                                                             |
| شماره کتابشناسی ملی | : | ۱۳۴۶۱                                                            |



دانشگاه علوم بهزیستی و توانبخشی

نام کتاب: ریاضیات پایه و مقدمات آمار

تألیف: دکتر عنایت‌اله بخشی - دکتر اکبر بیگلریان

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۶۴۴۲-۰۶-۸

شمارگان: ۱۰۰۰ جلد

قیمت: ۱۴۰۰۰۰ ریال

چاپ اول: ۱۳۹۵

چاپ: ارشیا

ناشر: دانشگاه علوم بهزیستی و توانبخشی

نشانی: اوین، بلوار دانشجو، خیابان کودکیار، دانشگاه علوم بهزیستی و توانبخشی

تلفکس: ۲۲۱۸۰۰۸۱

### با قدردانی از همکاری

• هماهنگی و نظارت: پرستو تاجیک

• صفحه‌آرا: گروه گرافیکی ارشیا • طراحی جلد: گروه گرافیکی ارشیا

همه حقوق نشر برای ناشر محفوظ است: هرگونه استفاده از متن به هر صورتی در قالب کتابچه، جزوه، تهیه CD آموزشی، تهیه نرم‌افزار، استخراج آزمون، ترجمه به دیگر زبان‌ها و استفاده از مطالب کتاب، اشکال، تصاویر و... بدون اجازه کتبی از ناشر غیر قانونی است.

منظومه شمسی با این عظمت، شامل فقط یک ستاره است. گفته می‌شود که تعداد ستارگان از تعداد دانه‌های شن موجود در کره زمین، بیشتر است. بنابراین نمی‌توانم رابطه  $p(A') = 1 - P(A)$  را در احتمالات بپذیرم، چرا که هم وجود و هم عدم وجود سیاره‌های شبیه زمین در کائنات عجیب است.

## پیش‌گفتار

بدون شک، کسب دانش ریاضی در کنار دانش آماری منجر به موفقیت بیش‌تر و دانش افزایی پژوهش‌گران خواهد شد. آنچه که دانش‌جویان و پژوهش‌گران از آمار انتظار دارند، صرف‌نظر از جمع‌آوری، صیغ و پالایش داده‌ها، پردازش داده‌های جمع‌آوری شده است. همان‌طور که می‌دانید، آمار علم جمع‌آوری، خلاصه‌سازی، دسته‌بندی و در ادامه تجزیه و تحلیل داده‌هاست. برای دستیابی و محقق‌سازی انتظارات دانش‌جویان و پژوهش‌گران، لازم است که در ابتدا پالایش و خلاصه‌سازی داده‌ها به درستی انجام پذیرد. این امر مستلزم آگاهی و درک درست از آمار مقدماتی است که تمرکز بر مفاهیمی مانند شاخص‌های مرکزی و پراکندگی، دسته‌بندی داده‌ها و به طور کلی توصیف داده‌ها دارد. برای این منظور کتاب حاضر، مسیر به سرفصل درسی مصوب وزارت علوم، تحقیقات و فناوری و بر اساس نیاز در ده فصل نگاشته شده است. در شش فصل ابتدایی، کلیاتی از ریاضیات پایه و در چهار فصل بعدی کلیاتی از آمار مقدماتی آورده شده است. این کتاب به گونه‌ای تنظیم شده است که دانش‌جویان و پژوهش‌گران به آسانی بتوانند با آن ارتباط برقرار نمایند و از تنوع مثال‌ها و تمرین‌های در نظر گرفته شده انتهای هر فصل، میزان یادگیری خود را افزایش دهند.

اگرچه سعی شده است که تمامی مفاهیم کاربردی مورد نیاز در این کتاب آورده شود و از اشتباهات متداول و احتمالی پرهیز شود، ولی ممکن است در مواردی کمبودهایی احساس شود. لذا نگارندگان کتاب از تمامی دانش‌جویان و پژوهش‌گرانی که این کتاب را مطالعه می‌کنند و همچنین از تمامی اساتیدی که آن را به عنوان یک منبع درسی معرفی و استفاده می‌کنند، تقاضا دارند که نقطه نظرات اصلاحی و یا پیشنهادی خود را به آدرس الکترونیکی رایانامه‌های [abiglarian@uswr.ac.ir](mailto:abiglarian@uswr.ac.ir) و [e.bakhshi@uswr.ac.ir](mailto:e.bakhshi@uswr.ac.ir) ارسال نمایند. در پایان از آقای دکتر مسعود کریملو به خاطر ویراستاری ارزشمندشان تشکر و قدردانی می‌شود.

سپاس از توجه شما  
دکتر عنایت الله بخشی  
دکتر اکبر بیگلریان

این کتاب بر مبنای مفاهیم آمار و ریاضی را با ذکر مثال‌های متنوع، بیان می‌کند. بخش اول (فصول ۱ تا ۶) یادآوری مفاهیم اساسی ریاضیات به دانشجویان است که شامل معرفی توابع، حد توابع، مشتق و انتگرال توابع می‌باشد. بخش دوم (فصول ۷ تا ۱۰) با توضیحی در مورد آمار مقدماتی، تعاریف و محاسبه شاخص‌های مرکزی و پراکندگی بحث خواهند شد. سپس محاسبه احتمالات، روش‌های شمارش و چند توزیع رایج آماری به همراه کاربردهایی برای آنها شرح داده، و در انتها نیز گریزی به قضیه حد مرکزی و محاسبه فواصل اطمینان زده خواهد شد.

# فهرست مطالب

|    |       |                      |
|----|-------|----------------------|
| ۹  | ۱     | رابعه . تابع         |
| ۹  | ۱.۱   | رابطه                |
| ۱۳ | ۲.۱   | تابع                 |
| ۱۶ | ۱.۲.۱ | انواع تابع           |
| ۲۳ | ۲.۲.۱ | وارون (معکوس) تابع   |
| ۲۴ | ۳.۲.۱ | اعمال جبری روی توابع |
| ۲۵ | ۴.۲.۱ | ترکیب توابع          |
| ۲۹ | ۲     | حد و پیوستگی         |
| ۲۹ | ۱.۲   | حد                   |
| ۲۹ | ۱.۱.۲ | حد راست              |
| ۳۰ | ۲.۱.۲ | حد چپ                |
| ۳۰ | ۳.۱.۲ | تعریف حد             |
| ۳۱ | ۴.۱.۲ | قضایای حد            |
| ۳۲ | ۵.۱.۲ | حد بی‌نهایت          |
| ۳۴ | ۶.۱.۲ | حد در بی‌نهایت       |
| ۳۵ | ۷.۱.۲ | حالت مبهم در حد      |

|    |                 |       |
|----|-----------------|-------|
| ۴۰ | پیوستگی         | ۲۰۲   |
| ۴۰ | پیوستگی در نقطه | ۱۰۲۰۲ |
| ۴۱ | پیوستگی در بازه | ۲۰۲۰۲ |
| ۴۳ | مجاذب           | ۳۰۲   |
| ۴۴ | مجاذب قائم      | ۱۰۳۰۲ |
| ۴۵ | مجاذب افقی      | ۲۰۳۰۲ |
| ۴۶ | مجاذب مایل      | ۳۰۱۰۲ |

|    |                         |     |
|----|-------------------------|-----|
| ۵۱ | مشتق                    | ۳   |
| ۵۱ | تعریف مشتق              | ۱۰۳ |
| ۵۶ | فرمول‌های مشتق          | ۲۰۳ |
| ۶۳ | مشتق‌گیری ضمنی          | ۳۰۳ |
| ۶۵ | مشتقات مرتبه‌های بالاتر | ۴۰۳ |
| ۶۷ | دیفرانسیل و خطا         | ۵۰۳ |

|    |                                                             |      |
|----|-------------------------------------------------------------|------|
| ۷۳ | کاربرد مشتق                                                 | ۴    |
| ۷۳ | معادله‌ی خطوط مماس و قائم بر منحنی                          | ۱۰۴  |
| ۷۵ | اکسترم نسبی و مطلق                                          | ۲۰۴  |
| ۷۸ | قضیه‌های رول و مقدار میانگین                                | ۳۰۴  |
| ۸۳ | تابع صعودی یا نزولی                                         | ۴۰۴  |
| ۸۵ | آزمون‌های مشتق                                              | ۵۰۴  |
| ۸۷ | تقعر و نقطه‌ی عطف                                           | ۶۰۴  |
| ۹۱ | رسم نمودار                                                  | ۷۰۴  |
| ۹۳ | قاعده‌ی هویتال (لوپیتال)                                    | ۸۰۴  |
| ۹۶ | رفع ابهام حالات $1^\infty$ , $0^\infty$ , $\infty - \infty$ | ۹۰۴  |
| ۹۷ | بسط تیلور و مک‌لورن                                         | ۱۰۰۴ |

|     |       |                                  |
|-----|-------|----------------------------------|
| ۱۰۱ | ۵     | انتگرال                          |
| ۱۰۱ | ۱.۵   | مقدمه                            |
| ۱۰۴ | ۲.۵   | قضایای اساسی                     |
| ۱۰۹ | ۳.۵   | روش تغییر متغیر                  |
| ۱۱۵ | ۴.۵   | روش جزء به جزء                   |
| ۱۱۷ | ۵.۵   | کاربرد انتگرال در تعیین مساحت    |
| ۱۲۳ | ۶     | بُردار                           |
| ۱۲۳ | ۱.۶   | بردار و اسکالر                   |
| ۱۲۸ | ۲.۶   | فضای $\mathbb{R}^2$              |
| ۱۳۲ | ۳.۶   | ضرب داخلی در بُردار              |
| ۱۳۵ | ۴.۶   | ضرب خارجی (ضرب برداری) دو بُردار |
| ۱۴۱ | ۷     | آمار                             |
| ۱۴۱ | ۱.۷   | مقدمه                            |
| ۱۴۲ | ۲.۷   | چند اصطلاح آماری                 |
| ۱۴۵ | ۳.۷   | جدول توزیع فراوانی               |
| ۱۴۹ | ۴.۷   | نمودارهای آماری                  |
| ۱۵۳ | ۵.۷   | شاخص‌های مرکزی                   |
| ۱۵۷ | ۶.۷   | شاخص‌های پراکندگی                |
| ۱۶۳ | ۸     | احتمال                           |
| ۱۶۳ | ۱.۸   | آزمایش تصادفی                    |
| ۱۶۴ | ۲.۸   | اعمال روی پیش‌آمدها              |
| ۱۶۶ | ۳.۸   | احتمال                           |
| ۱۶۷ | ۱.۳.۸ | تعریف احتمال                     |

|     |                                          |     |
|-----|------------------------------------------|-----|
| ۱۷۱ | روش‌های شمارش                            | ۴.۸ |
| ۱۷۶ | احتمال شرطی                              | ۵.۸ |
| ۱۷۹ | فرمول احتمال کل و بیز                    | ۶.۸ |
| ۱۸۳ | استقلال دو پیش‌آمد                       | ۷.۸ |
| ۱۸۵ | تابع احتمال                              | ۸.۸ |
| ۱۸۷ | مد ریاضی                                 | ۹.۸ |
| ۱۸۹ | توزیع‌های مهم آماری                      | ۹   |
| ۱۸۹ | توزیع و جمله‌ها                          | ۱.۹ |
| ۱۹۳ | توزیع پواسن                              | ۲.۹ |
| ۱۹۶ | توزیع نرمال                              | ۳.۹ |
| ۲۰۳ | ۱۰ برآورد                                |     |
| ۲۰۳ | ۱.۱۰ مقدمه                               |     |
| ۲۰۴ | ۲.۱۰ برآورد نقطه‌ای میانگین              |     |
| ۲۰۸ | ۳.۱۰ برآورد فاصله‌ای برای میانگین        |     |
| ۲۱۰ | ۴.۱۰ توزیع t                             |     |
| ۲۱۴ | ۵.۱۰ برآورد نقطه‌ای و فاصله‌ای برای نسبت |     |
| ۲۱۹ | فهرست جداول                              |     |
| ۲۲۰ | فهرست تصاویر                             |     |
| ۲۲۳ | واژه نما فارسی به انگلیسی                |     |
| ۲۲۶ | واژه نامه انگلیسی به فارسی               |     |
| ۲۲۸ | مقدمه لاتین                              |     |
| ۲۲۹ | کتاب‌نامه                                |     |