

بسم الله الرحمن الرحيم

جبر پیشرفته

ویژه دانشجویان کارشناسی ارشد
و داوطلبان کنکور دکتری

مؤلف: معصومه سلیمانی

سرشناسه	: سلیمانی، معصومه، ۱۳۵۹ -
عنوان و نام پدیدآور	: جبر پیشرفته ویژه دانشجویان کارشناسی ارشد و داوطلبان کنکور دکتری / مولف معصومه سلیمانی.
مشخصات نشر	: تهران: گسترش علوم پایه، ۱۳۹۳
مشخصات ظاهری	: ۱۳۶: تصویر + وزیری
شابک	: 978-964-490-607-7
وضعیت فهرست نویسی	: فیا
موضوع	: دانشگاه‌ها و مدارس عالی -- ایران -- آزمون‌ها
موضوع	: جبر -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: جبر -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)
موضوع	: آزمون دوره‌های تحصیلات تکمیلی -- ایران
بند کنگره	: ۲۳۵۳LB / س ۸۲۸۳۶ ج ۲ ۱۳۹۳
رده یکتا دیویی	: ۳۷۸/۱۶۶۴
شابک کتابشناسی ملی	: ۳۴۶۴۹۹

نام کتاب: پریم پرفته (ویژه دانشجویان کارشناسی ارشد و دکتری)
 مؤلف: معصومه سلیمانی
 ناشر: انتشارات گسترش علوم پایه
 مدیر فنی: مهدی زنگنه
 حروفچینی: قاسمی
 طراحی جلد: حاتمی کیا
 لیتوگرافی: مهرشاد
 چاپخانه: مهر
 سال نشر: ۱۳۹۳
 نوبت چاپ: اول
 شمارگان: ۱۰۰۰ جلد
 قیمت کتاب: ۷۰ ریال
 شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۴۹۰-۶۰۷-۷ ISBN 978-964-490-607-7

حق چاپ و نشر محفوظ و مخصوص ناشر می‌باشد.

دفتر انتشارات و پخش شهرستان: میدان انقلاب، ابتدای کارگر جنوبی، کوچه مهدی زاده، پلاک ۹، طبقه دوم

تلفکس: ۶۶۹۰۵۳۱۶-۲۱

تلفن: ۱۵ ~ ۶۶۹۰۵۳۱۲

Email: gostareshep@yahoo.com

www.gostareshep-pub.com

دفتر سفارشات تهران: خ آزادی، خ جمال زاده جنوبی، خ دیلمان، پلاک ۱۴ واحد ۲

تهران: ۱۴ ~ ۶۶۵۹۵۵۱۳

نمایندگی تهران: خ انقلاب نبش خ ۱۲ فروردین پلاک ۱۴۴۴ کتابفروشی الیاس

۰۲۱-۶۶۴۰۵۰۸۴

(توجه) فرستنده و خواننده گرامی: این کتاب دارای برچسب اصالت کالا (هولوگرام) در روی جلد است که ضمن دقت در این مورد ما را در صورت عدم وجود هولوگرام مطلع سازید.
 با تشکر از همکاری شما

شکر و سپاس خدای را که به انسان نعمت تفکر و قدرت اندیشه عطا کرد تا براساس آن از جهل تا کمال دانش و معنویت گام بردارد.

به منظور آماده سازی دانشجویان جهت ادامه تحصیل در گرایش های وابسته به جبر درسی با عنوان جبر و سرفته برای دانشجویان دوره کارشناسی ارشد ریاضی ارائه می شود. اصولاً مفاهیم، تعاریف و قضایا از طریق طرح مسائل افکار را به مبارزه فرا می خوانند و در این بازی کسانی که به تازگی این مفاهیم و نکات را لمس کرده اند ممکن است ناکام از حل مسائل باشند. از آنجا که این کتاب با بیانی ساده و با ارائه مثال های متنوع به منظور تسلط بیشتر بر موضوع، به مطالعه ی سرفصل های این درس پرداخته است لذا مناسب است برای دانشجویان دوره کارشناسی ارشد و همچنین متقاضیان دوره دکتری باشد.

در اینجا از استاد ارجمند جناب آقای دکتر سعید نیک کار که با رهنمودها و تجربیات خودشان اینجانب را یاری نمودند تشکر می نمایم.

اصفهان، زمستان ۹۲

معصومه سلیمانی

فهرست مطالب

۴	فهرست مطالب
۶	۱ مدول‌ها و دنباله‌های کامل
۶	۱.۱ مدول‌ها و دنباله‌های کامل
۲۰	۲.۱ تست‌های فصل اول
۲۳	۳.۱ پاسخ تست‌های فصل اول
۲۷	۲ حاصلضرب و حاصل جمع مدول‌ها و دوگانی
۲۷	۱.۲ حاصلضرب و حاصل جمع مدول Hom و دوگانی
۴۴	۲.۲ تست‌های فصل دوم
۴۶	۳.۲ پاسخ تست‌های فصل دوم
۴۷	۳ مدول‌های آزاد
۴۷	۱.۳ مدول‌های آزاد
۵۰	۲.۳ تست‌های فصل سوم
۵۱	۳.۳ پاسخ تست‌های فصل سوم
۵۲	۴ حاصل ضرب تانسوری و دنباله‌ها
۵۲	۱.۴ حاصل ضرب تانسوری و دنباله‌ها
۶۴	۲.۴ تست‌های فصل چهارم

۶۶	۳.۴ پاسخ تست های فصل چهارم
۶۷	۵ مدول های پروژکتیو و اینژکتیو
۶۷	۱.۵ مدول های پروژکتیو و اینژکتیو
۷۸	۲.۵ تست های فصل پنجم
۸۱	۳.۵ پاسخ تست های فصل پنجم
۸۶	۶ شش های زنجیری روی مدول ها و رادیکال جیکوبسن
۸۶	۱.۱ شرط های زنجیری روی مدول ها و رادیکال جیکوبسن
۱۰۲	۲.۶ تست های فصل ششم
۱۰۳	۳.۶ پاسخ تست های فصل ششم
۱۰۵	۷ حلقه های ابتدایی و مدول های ساده و نیم ساده
۱۰۵	۱.۷ حلقه های ابتدایی و مدول های ساده و نیم ساده
۱۱۷	۲.۷ تست های فصل هفتم
۱۲۰	۳.۷ پاسخ تست های فصل هفتم
۱۲۲	۸ سوالات آزمون سراسری ۹۱
۱۲۵	۱.۸ پاسخ تست های آزمون سراسری ۹۱
۱۲۸	۹ سوالات آزمون سراسری ۹۲
۱۳۱	۱.۹ پاسخ تست های آزمون سراسری ۹۲
۱۳۳	۱۰ فهرست راهنما
۱۳۶	کتاب نامه

فصل ۱

مدول‌ها و دنباله‌های کامل

۱.۱ مدول‌ها و دنباله‌های کامل

یکی از مهمترین ساختارهای جبری که در این فصل به آن پرداخته می‌شود، مدول‌ها هستند. گروه‌های آبلی، فضاهای برداری و حلقه‌ها حالت خاصی از مدول‌ها می‌باشند. در این فصل ابتدا تعریف مدول را مطرح می‌کنیم و سپس به همریختی مدول‌ها می‌پردازیم.

تعریف ۱.۱.۱. فرض کنیم R یک حلقه باشد. گروه آبلی $(M, +)$ همراه با ضرب اسکالر $R \times M \rightarrow M$ ،

یک R -مدول چپ می‌باشد هرگاه برای هر $r_1, r_2 \in R$ ، $m_1, m_2 \in M$ ،

$$r(m_1 + m_2) = rm_1 + rm_2 \quad ۱.$$

$$(r_1 + r_2).m = r_1.m + r_2.m \quad ۲.$$

$$r_1(r_2.m) = (r_1 r_2).m \quad ۳.$$

بطریق مشابه، R -مدول راست تعریف می‌شود.

تعریف ۱.۱.۲. R -مدول چپ M را یکانی گوئیم هرگاه R یکدار باشد و برای هر $m \in M$ داشته باشیم $1.m = m$.

مثال ۱.۱.۳. هر گروه آبلی G یک $\mathbb{Z}$ -مدول چپ است که ضرب اسکالر آن $\mathbb{Z} \times G \rightarrow G$: