

روشهای ریاضی در فیزیک

(جلد اول)

تألیف: اسماعیل احمدی آذر

عضو هیأت علمی دانشگاه امام حسین (ع)

دانشگاه امام حسین (ع)

مؤسسه چاپ و انتشارات

• عنوان: روش‌های ریاضی در فیزیک (جلد اول)

• تألیف: اسماعیل احمدی آذر

• حروفچینی و صفحه‌آرایی: موسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین(ع) (ناهد آقامیرزایی)

• طراحی جلد: مرکز چاپ سپاه

• رسم اشکال: مهدی نظری

• لیتوگرافی، چاپ و صحافی: موسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین(ع)

• ناظر فنی چاپ: سید محمدباقر موسوی

• نوبت چاپ: اول (۱۳۸۴)

• شمارگان: ۱۷۰۰ نسخه

• نشانی: تهران، بزرگراه شهید بابایی، بعد از پل لشکرک، دانشگاه امام حسین(ع)، معاونت پژوهش، موسسه

چاپ و انتشارات، تلفن: ۷۷۳۱۳۸۳۳ - ۳۷ دورنگار: ۷۷۳۱۳۸۳۷ - ۷۷۳۰۸۶۴۰ ص.پ. ۹۹۵-۱۶۷۶۵

• مراکز پخش: ۱- تهران، میدان فردوسی، فروشگاه و نمایشگاه شماره ۱ موسسه چاپ و انتشارات

دانشگاه امام حسین(ع)، تلفن: ۸۸۸۳۹۲۹۷ دورنگار: ۸۸۸۳۹۲۹۸

۲- تهران، خیابان انقلاب اسلامی، روبروی دانشگاه تهران، شماره ۱۳۹۲، مجتمع فرهنگی

امام حسین(ع)، فروشگاه و نمایشگاه شماره ۳ موسسه چاپ و انتشارات دانشگاه امام حسین(ع)،

تلفن و دورنگار: ۶۶۹۵۴۱۷۹

• کلیه حقوق اعم از چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه و اقتباس برای دانشگاه امام حسین(ع) محفوظ است.

احمدی آذر، اسماعیل، ۱۳۴۳-

روش‌های ریاضی در فیزیک / تألیف اسماعیل احمدی آذر. -- تهران: دانشگاه امام حسین(ع)، موسسه چاپ و

انتشارات، ۱۳۸۴.

۳ج: مصور، جدول، نمودار. -- (دانشگاه امام حسین(ع)، موسسه چاپ و انتشارات: ۲۰۱. سری فیزیک: ۳)

ISBN: 964-452-223-0 (دوره)

ISBN: 964-452-196-x (ج. ۱)

فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیبا.

۱. ریاضیات. ۲. فیزیک ریاضی. ۳. ریاضیات - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی). ۴. فیزیک ریاضی - مسائل،

تمرین‌ها و غیره (عالی). الف. دانشگاه امام حسین(ع)، موسسه چاپ و انتشارات. ب. عنوان.

۵۱۰

QR ۳۷/۲۱/۳۹

م۸۴-۴۲۲۸۴

کتابخانه ملی ایران

بسم الله الرحمن الرحيم

«يرفع الله الذين امنوا منكم والذين اوتوا العلم درجات»

خداوند مقام اهل ايمان و دانشمندان عالم را (در دو جهان) رفيع مي گرداند.

(سوره مبارکه مجادله - آيه ۱۱)

تمامی ادیان الهی و در رأس آنها اسلام، انسان را موجودی کمال گرا می دانند. از نظر اسلام، انسان همواره در حال تکامل است و جهت گیری او به سمت کمال بینهایت یعنی خداوند تبارک و تعالی است.

یکی از راههای کمال و تقرب به ذات اقدس الهی، علم و دانش است. علمی که - به تعبیر استاد شهید مطهری - زیبایی عقل است؛ علمی که انسان خداجو در آن نشانه های معبود را می جوید و می یابد و علمی که هر چه فزون تر می گردد، دارنده آن را به خدا نزدیک تر می کند.

هم از این روست که در نظام مقدس جمهوری اسلامی ایران که شالوده و اساس حاکمیت در آن بر مبنای احکام اسلام است، توجه به علم و دانش و تحقیق و نشر در صدر مسائل قرار دارد.

دانشگاه امام حسین (ع) نیز به عنوان مولود شجره طیبه سپاه پاسداران انقلاب اسلامی که خود برآمده از عمق ارزشهای الهی و انقلابی است به عنوان تنها دانشگاه جامع علمی - نظامی کشور، پس از پایان افتخارآمیز حماسه هشت سال دفاع مقدس که خود عرصه ای کم نظیر برای نمایش لیاقت ها و توانمندی های علمی - پژوهشی نیروهای مخلص حزب الهی بود، موضوع «جهاد علمی» و تلاش در جهت رشد و شکوفایی هر چه بیشتر در زمینه های مختلف علمی را در سرلوحه فعالیت های خویش قرار داده است، هر چند از ابتدای تأسیس، این دانشگاه

سعی وافر در ترویج و نشر علوم مختلف داشته و آثاری نیز عرضه نموده است که با استقبال اندیشمندان و پژوهشگران مواجه شده است.

کتاب روشهای ریاضی در فیزیک، جهت استفاده دانشجویان فیزیک و حتی مهندسی تألیف شده که در آن، کلیه مفاهیم و نمادگذاریهای رایج در ریاضی فیزیک که در شاخه‌های مختلف فیزیک کاربرد دارند، بحث شده است. ویژگیهای این کتاب عبارت‌اند از (الف) دقت ریاضی در ارائه مفاهیم فیزیکی، (ب) استفاده از نمادگذاری‌ها و اصطلاحات رایج در شاخه‌های مختلف فیزیک، (پ) استفاده از روشهای جدید ریاضی در فیزیک در هر فرصتی، (ت) آماده کردن خواننده در گذار آسان از فیزیک مقدماتی به فیزیک پیشرفته، به طوری که در این گذار، یک رویارویی منطقی با موضوعات فیزیک داشته باشد، (ث) ایجاد یک ارتباط منطقی بین مفاهیم یک فصل و حتی چند فصل، (ج) ارائه مثالهای کاربردی فراوان از شاخه‌های مختلف در متن درس. مطالعه این کتاب به کلیه دانشجویان فیزیک و کسانی که با فیزیک در هر مقطعی ارتباط دارند، توصیه می‌شود.

امید است این کتاب مورد توجه و بهره‌برداری صاحب‌نظران، محققان و علاقه‌مندان قرار گرفته و با اعلام نظرات و پیشنهادهای اصلاحی خود، ما را در جهت ترویج و انتشار آثار مورد نیاز جامعه علمی کشور یاری فرمایند.

و من الله التوفیق

معاونت پژوهش دانشگاه امام حسین(ع)

درباره مؤلف

ایشان از سال ۱۳۷۵ عضو هیأت علمی گروه فیزیک دانشگاه امام حسین(ع) بوده و مقالاتی را در مجلات معتبر خارجی و داخلی در زمینه کیهانشناسی و نسبیت عام به چاپ رسانده است. این کتاب، اولین کتاب تألیفی ایشان می باشد.

آقای اسماعیل احمدی آذر، متولد سال ۱۳۴۳ در شهرستان سراب آذربایجان شرقی می باشد. وی پس از طی تحصیلات متوسطه، در سال ۱۳۶۹ موفق به اخذ مدرک کارشناسی و در سال ۱۳۷۴ به اخذ مدرک کارشناسی ارشد فیزیک از دانشگاه شیراز نائل آمد.

پیشگفتار

حدود یک قرن از ابداع نمادگذاریها و مفاهیم جدید در شاخهٔ ریاضی فیزیک می‌گذرد ولی هنوز کتاب جامعی که این مفاهیم را ارائه کرده باشد، چاپ نشده است. اینجانب مؤلف کتاب، از سال ۱۳۷۶ که تدریس ریاضی فیزیک را در دانشگاه امام حسین(ع) شروع کردم به ضعف کتابهای درسی در زمینهٔ ریاضی فیزیک پی بردم. از این رو، از سالهای اولیهٔ تدریس، تهیه درسنامه‌هایی را شروع کردم. با تشویق دانشجویان، تصمیم گرفتم که این درسنامه‌ها را در قالب یک کتاب سه جلدی با عنوان روشهای ریاضی در فیزیک تدوین نمایم. این کتاب سه جلدی که جلد اول آن چاپ شده است شامل فصلهای حساب برداری، دستگاههای مختصات خمیده خط، حساب تانسوری، ماتریس و دترمینان و سریهای نامتناهی است که سرفصلهای درس ریاضی فیزیک (۱) دورهٔ کارشناسی فیزیک را شامل می‌شود. انشاء... در جلدهای دوم و سوم، مباحث متغیرها و توابع مختلط، انتگرال گیری مختلط، حساب مانده‌ها، حساب وردشها، سری و انتگرال فوریه، چند جمله‌ایهای لژاندر و بسل، تبدیلهای انتگرالی و تبدیل لاپلاس، توابع خاص از جمله توابع گرین، تقارن و قوانین پایستگی از جمله قضیهٔ نوتر و کاربردهای آن در مکانیک کلاسیک و نظریهٔ میدانهای کلاسیک ارائه خواهند شد. این مباحث، طوری تنظیم خواهند شد که جلد دوم آن، سرفصلهای درس ریاضی فیزیک (۲) و جلد سوم آن درس ریاضی فیزیک (۳) را دربر گیرد و برای دانشجویان کارشناسی و کارشناسی ارشد فیزیک قابل استفاده باشد. اهدافام از تألیف این کتابها، عبارت‌اند از:

(الف) استفاده از نمادگذاریها و مفاهیم رایج جدید در شاخه‌های فیزیک نظری، (ب) آشنا کردن خواننده با روشهای جدید ریاضی در فیزیک در هر فرصتی و ورزیده کردن او در حل مسائل فیزیک به طوری که بتواند مهارت معقولی به دست آورد، (پ) آماده کردن خواننده در گذار آسان از فیزیک مقدماتی به فیزیک پیشرفته، که در این گذار، یک رویارویی منطقی با موضوعات متنوع فیزیک داشته باشد، (ت) برانگیختن خواننده به ورود در حیطه‌های پژوهشی فیزیک از همان دورهٔ کارشناسی. در هر فصل کتاب، مثالهای متعددی با راه‌حل ارائه شده است. به خواننده تأکید می‌شود که این مثال‌ها را با دقت، مطالعه و مسائل آخر هر فصل را با سبک حل مثال‌ها پاسخ دهد. هر فصل با یک مقدمهٔ تاریخی کوتاه شروع می‌شود که خواننده با مطالعه این قسمت‌ها و آشنایی با نام بزرگان

ریاضی و فیزیک که در تکامل این رشته تلاش کرده‌اند، می‌تواند اشتیاق و انگیزه لازم را برای دنبال کردن موضوعات آن فصل پیدا کند. در آخر هر فصل، مراجع آورده شده‌اند که خواننده با مراجعه به آنها، می‌تواند مطالعات خود را در زمینه خاص ادامه دهد. جلد اول این کتاب می‌تواند به عنوان یک کتاب درسی برای درس ریاضی فیزیک (۱) انتخاب شود. موضوعات کتاب طوری تنظیم شده‌اند که می‌توان آن را برای دانشجویان رشته فیزیک که دروس فیزیک و ریاضی مقدماتی را گذرانده‌اند، آموزش داد.

در اینجا لازم است از کلیه اساتید محترم و دانشجویان عزیزی که در هرچه پربارتر شدن این اثر اینجانب را یاری نمودند بویژه از جناب آقای محمدجواد صفری که در تهیه دست‌نوشته‌های اولیه، و اساتید محترم، آقایان دکتر فریدون عباسی، دکتر وحید عالی، محمود عباسی، دکتر سیدآقا بنی‌هاشمی که متن دست‌نوشته را مطالعه نموده و پیشنهادهای ارزنده‌ای را ارائه دادند و نیز از استاد ارجمند جناب آقای دکتر هایک قولتوقچیان عضو هیأت علمی دانشگاه علم و صنعت که با مطالعه دقیق متن اولیه و با ارائه اصلاحات بجا در تنظیم هرچه بهتر و اصلاح ایرادات این کتاب مرا یاری نمودند تشکر و قدردانی می‌کنم.

از معاونت محترم پژوهشی دانشگاه امام حسین (ع)، مدیر خدمات علمی و نیز از مسؤول مؤسسه چاپ و انتشارات آن دانشگاه که در کلیه مراحل ارزیابی، تصویب، ویرایش ادبی و امور اجرایی اثر، اینجانب را یاری نمودند، بویژه از سرکار خانم ناهید آقامیرزایی که در حروفچینی، انجام اصلاحات و صفحه‌آرایی این کتاب زحمات زیادی را متحمل شده و با صبر و حوصله طاقت‌فرسا کار چاپ این اثر را هموار نمودند و نیز از جناب آقای مهدی نظری که زحمت طراحی شکل‌ها را به عهده داشتند تقدیر و تشکر می‌نمایم.

از اعضای خانواده مخصوصاً همسرم که در نگارش این کتاب، سختی‌های زندگی را تحمل و محیط آرامی را برای اینجانب فراهم کردند تا چاپ این اثر به انجام برسد نیز تشکر می‌کنم

اسماعیل احمدی‌آذر
زمستان ۱۳۸۴ - گروه فیزیک
دانشگاه امام حسین (ع)

فهرست مطالب

پیشگفتار (نه)

فصل ۱: حساب برداری

۲۰	۱-۱. تعریف بردار
۵۰	۲-۱. روش تحلیلی بردارها
۸	۳-۱. قواعد جبر برداری
۱۰	۴-۱. ضرب نرده‌ای و ضرب برداری بردارها
۱۴	۵-۱. بردارهای پایه واحد (یکه)
۱۸	۶-۱. تعریف جدید بردار
۲۳	۷-۱. ضرب سه گانه اسکالر، ضرب سه گانه برداری
۲۵	۸-۱. گرادیان
۳۰	۹-۱. واگرایی
۳۴	۱۰-۱. $\nabla \times$ ، تاور،
۴۰	۱۱-۱. کاربرد متوالی ∇
۴۳	۱۲-۱. انتگرال گیری برداری
۵۱	۱۳-۱. قضیه واگرایی گاوس
۵۵	۱۴-۱. قضیه استوکس
۶۳	۱۵-۱. قانون گاوس
۷۵	مسائل
۸۳	مراجع

فصل ۲: دستگاههای مختصات خمیده خط

۸۷	۱-۲. دستگاههای مختصات خمیده خط
۹۴	۲-۲. عملگرهای دیفرانسیلی برداری

۳-۲.	ارتباطهای آفین در یک دستگاه مختصات خمیده خط	۹۹
۴-۲.	بردارهای یکّه	۱۰۲
۵-۲.	روش دیگری برای استخراج عملگرهای دیفرانسیلی برداری	۱۰۶
۶-۲.	بردارهای سرعت و شتاب	۱۱۱
۷-۲.	یک روش ماتریسی برای محاسبه مشتق بردارهای یکّه نسبت به مختصات و زمان	۱۱۵
۸-۲.	دستگاه مختصات استوانه‌ای دوار (ρ, φ, z)	۱۱۹
۹-۲.	جداسازی متغیرها	۱۲۴
	مسائل	۱۲۹
	مراجع	۱۴۰

فصل ۳: حساب تانسوری

۱-۳.	تعریف تانسور	۱۴۴
۲-۳.	جبر تانسوری	۱۵۲
۳-۳.	قضیه خارج قسمت	۱۵۶
۴-۳.	تانسور متریک	۱۵۸
۵-۳.	چگالیهای تانسوری	۱۶۰
۶-۳.	مشتقهای هموردا	۱۶۵
۷-۳.	بالا بردن و پایین آوردن شاخص‌ها	۱۷۴
۸-۳.	فضای ریمانی	۱۷۵
۹-۳.	تانسور خمیدگی ریمان - کریستوفل	۱۷۷
۱۰-۳.	جابجایی‌پذیری مشتقهای هموردا	۱۷۹
۱۱-۳.	خواص جبری تانسور خمیدگی	۱۸۲
۱۲-۳.	مختصات ژئودزیک، اتحادهای بیانچی	۱۹۰
۱۳-۳.	بردارهای پایه	۱۹۳
۱۴-۳.	بسط تانسورها برحسب بردارهای پایه	۱۹۹
۱۵-۳.	ضرب داخلی، ضرب خارجی	۲۰۰
۱۶-۳.	واگرایی، لاپلاسی، و تانسور اینشتین	۲۰۴
۱۷-۳.	ژئودزیک‌ها	۲۱۱
	مسائل	۲۲۷
	مراجع	۲۳۶

فصل ۴: دترمینان‌ها و ماتریس‌ها

۲۳۸.	۱-۴. تعریف دترمینان
۲۳۹.	۲-۴. بسط لاپلاس
۲۴۱.	۳-۴. خواص دترمینان
۲۴۴.	۴-۴. کاربرد دترمینان
۲۵۱.	۵-۴. ماتریس
۲۵۳.	۶-۴. جبر ماتریس‌ها
۲۵۶.	۷-۴. خواص جمع ماتریسی
۲۵۷.	۸-۴. خواص ضرب ماتریسی
۲۵۸.	۹-۴. رد یک ماتریس و وارونی ماتریس
۲۶۶.	۱۰-۴. ترانزهاد یک ماتریس و ماتریسهای متعامد
۲۷۱.	۱۱-۴. چرخشهای متوالی، ضرب ماتریسی
۲۷۷.	۱۲-۴. ماتریسهای هرمیتی، ماتریسهای یکانی
۲۸۴.	۱۳-۴. ماتریسهای دیراک
۲۸۸.	۱۴-۴. قطری کردن ماتریس‌ها
۳۰۵.	۱۵-۴. قضیه کایلی - هامیلتون و کاربرد آن
۳۱۲.	مسائل
۳۲۸.	مراجع

فصل ۵: سریهای نامتناهی

۳۳۱.	۱-۵. مفاهیم بنیادی
۳۳۶.	۲-۵. آزمونهای همگرایی
۳۴۸.	۳-۵. سریهای متناوب
۳۵۱.	۴-۵. قضایای همگرایی
۳۵۴.	۵-۵. سری توابع
۳۵۷.	۶-۵. خواص سریهای یکنواخت
۳۶۰.	۷-۵. بسط تیلور
۳۶۹.	۸-۵. اعداد برنولی
۳۷۸.	مسائل
۳۹۰.	مراجع