

مبانی آنالیز

«کتاب درسی منطق با آخرین تغییرات درس مبانی آنالیز»

مؤلف: آزاده علیجانی زبانی

عضو هیات علمی دانشکده ریاضی دانشگاه واسع «عج» رفسنجان

سرشناسه : علیجانی زمانی، آزاده

عنوان و نام پدیدآور : مبانی آنالیز کتاب درسی منطق با آخرین تغییرات درس مبانی آنالیز/ آزاده علیجانی زمانی.

مشخصات نشر : رفسنجان : دانشگاه ولیعصر (عج) رفسنجان، ۱۳۹۵.

مشخصات ظاهری : ۱۷۲ ص.

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۹۴۶۸۶-۷-۶

وضعیت فهرست نویسی : فیا

موضوع : آنالیز ریاضی - راهنمای آموزشی (عالی)

موضوع : Mathematical analysis Study and teaching (Higher)

موضوع : آنالیز ریاضی

موضوع : Mathematical analysis

موضوع : آنالیز ریاضی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)

موضوع : Mathematical analysis - Problems, exercises, etc. (Higher)

موضوع : آنالیز ریاضی - آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)

موضوع : Mathematical analysis - Examinations, questions, etc. (Higher)

شناسه افزوده : دانشگاه ولیعصر (عج) رفسنجان

رده بندی کنگره : ۲۱۳۹۵ م ۸ ع / ۰۸۳۰۰ ش



عنوان کتاب: مبانی آنالیز "کتاب درسی منطق با آخرین تغییرات درس مبانی آنالیز"

مؤلف: آزاده علیجانی زمانی

ناشر: دانشگاه ولیعصر (عج) رفسنجان

سال نشر: ۱۳۹۵

شمارگان: ۱۰۰۰

قیمت: ۱۱۰۰۰۰ ریال

لیتوگرافی، صحافی و چاپ: چاپخانه فرهنگ کرمان ۳۲۲۲۴۶۰۸

پیش‌گفتار

"ریاضیات، ابزار در اختیار گرفتن طبیعت است."

دکتر علی‌رضا مدقالچی (معاصر)

"ریاضیات، در عین حال، به‌طور بی‌گفت‌انگیزی انسانی است... ریاضیات همیشه و همه‌جا بلندگوی این شعار است: به‌دالیت و استعداد آدمی پایان‌ناپذیر است."

روزایت. ریاضی‌دان زن مجارستانی (۱۹۰۵-۱۹۷۷)

ابوریحان در کتاب ماللهند در اهمیت دانش چنین بیان می‌کند: "کار دانش، آزادی روان و رهانیدن انسان است. دانش باید مفهوم‌های کلی را در برگیرد، بتواند درست را از نادرست جدا کند، وابسته به استقرا یا استنباط سطحی و غیر علمی نباشد، تردید را برطرف کند و به یقین نزدیک‌تر شده باشد." و مرحوم استاد پیرنهاد ریاری در کتاب "سرگذشت ریاضیات" با استناد به بیان ابوریحان در بحث آشنایی با ریاضیات استدلال می‌نماید که "نخستین و بارزترین سود آشنایی با ریاضیات و تاریخ آن، آزاد کردن روان انسان، از اندیشه‌های غیر انسانی است."

و اما آنالیز که یکی از اساسی‌ترین و بنیادی‌ترین شاخه‌های تخصصی ریاضیات می‌باشد و انرژی و دقت بسیار در تدریس و یادگیری را می‌طلبد، دارای منابع غنی و اصلی برای آموزش است و شاید در نگاه اول با وجود چنین منابعی لزومی به تالیف این مجموعه‌های احساس نشود. ولی به دلایلی که در زیر به بیان آنها می‌پردازیم مجموعه پیش‌رو تالیف گردید.

در سال‌های اخیر، آموزش ریاضی در دوره کارشناسی، تغییرات اساسی پیدا کرده است. در این تغییرات آموزش آنالیز ریاضی نیز دست‌خوش تحول اساسی گردیده است.

البته مسیر تغییرات محصول بحث‌ها و گردهمایی‌های بسیاری بوده و نتیجه کنونی، سرفصل به تصویب رسیده در وزارت علوم تحقیقات و فن‌آوری که در ادامه آمده است می‌باشد. در ابتدای ابلاغ سرفصل جدید و حتی در بعضی موارد اکنون، چنین سرفصلی از سوی مدرسین دروس آنالیزی به راحتی قابل پذیرش نبوده و نیست. اما بعد از چند ترم تدریس و مقایسه نتایج آن با روش‌های قبلی در مرحله عمل، به نظر می‌رسد تصمیم مناسبی بوده است.

برای مقایسه، در روش قبل دانشجو از همان ابتدا با مفاهیم کلی و انتزاعی فضای متری رگیر شده و به مطالعه بسیاری از خواص توپولوژیکی فضای متری و بررسی بعضی خواص توان روی چنین فضاهایی می‌پرداخت. اما در روش جدید، به طور کامل ساختار توپولوژیکی متری اعداد حقیقی معرفی می‌شود که کاملاً ملموس و در دسترس بوده و دانشجو با آن کاه‌لانس دارد و پذیرش مفاهیم توپولوژیک متری روی اعداد حقیقی راحت‌تر و قابل درک‌تر است. همچنین ذهن دانشجو را رشد داده و مسیر مناسبی برای پذیرش مفاهیم توپولوژیکی فضای متری دیگر فراهم می‌گردد. به علاوه، وقتی دانشجو کاملاً ساختار متری اعداد حقیقی را درک کرده باشد، در درس آنالیز ریاضی فرصت برای آشنایی با فضاهای متری دیگر و مثال‌های متنوع‌تری را پیدا می‌کند. از سوی دیگر، این دروس که برای رشته‌های آمار و کامپیوتر الزامی بوده و هست با سرفصل اخیر درسی روان‌تر و قابل درک‌تر و کاربردی‌تر نسبت به قبل می‌باشد.

البته نتیجه‌گیری فوق، حاصل تجربه شخصی من است و همکاری‌ها و اساتید گرامی است که با سرفصل تغییر یافته دروس آنالیزی مقطع کارشناسی رشته ریاضیات و کاربردها را تدریس نموده‌اند.

با توجه به مطالب و استدلال‌های بیان شده و از طرف دیگر نقدان منبعی که دقیقاً مطابق بر سرفصل بیان شده باشد و با هدف کمک به درک بهتر این درس کتاب حاضر را تألیف نمودم.

این مجموعه شامل مفاهیم دنباله و سری‌ها، فضاهای توپولوژیکی اعداد حقیقی، خواص حد و پیوستگی توابع حقیقی با توجه به ساختار توپولوژیکی اعداد حقیقی، بررسی مشتق توابع براساس خواص توپولوژیکی اعداد حقیقی و کاربردهای آن و انتگرال ریمان می‌باشد. از آن جاییکه، این درس بعد از درس مبانی ریاضی ارائه می‌شود فقط بعضی از مقدمات مورد نیاز این درس را در فصل اول به اختصار مرور کرده و سپس مطالعه موارد اصلی را آغاز می‌نماییم. البته لازم به ذکر است که مطالب اصلی فوق (دنباله و سریها، حد و پیوستگی، مشتق توابع، انتگرال) در دروس ریاضیات عمومی نیز با همین عنوان‌ها تدریس

می‌شوند پس مطالعه آنها در درسی با نام آنالیز باید با هدفی متفاوت و به‌گونه‌ای دیگر باشد. همان‌طور که از نام درس بر می‌آید انتظار می‌رود موارد را با دقت و تجزیه و تحلیل آنالیزی یاد گرفته و از دید محاسباتی خارج شده و دلایل اصلی قواعد استفاده شده در دروس ریاضیات عمومی را بررسی نماییم.

برای درک بهتر مفاهیم و تامل بیشتر بر آنها، تمریناتی در پایان هر بخش آورده شده و برای آشنایی با چگونگی استفاده مطالب مطرح شده در انتهای هر فصل نیز سوالات کنکور ارشد و دکترا سالهای اخیر که به سرفصل‌های کنونی نزدیک‌تر بوده و تطابق بیشتری دارند آورده شده‌اند.

برای ایجاد جذابیت و آشنایی با تاریخ هر مبحث، در ابتدای هر بحث تاریخچه آغاز یا تکامل آن به صورت بسیار مختصر از کتاب‌های زیر بیان شده است.

سرگذشت ریاضیات، پرویز شهریاری، تهران، نشر مهاجر ۱۳۷۸.

آشنایی با تاریخ ریاضیات، جلد دوم، هاوردو ایوز، محمد قاسم وحیدی اصل، تهران، مرکز نشر دانش گاه، ۱۳۶۰، چاپ چهارم ۱۳۸۵.

امید است که این مجموعه بتواند مسیر آموزش و یادگیری این درس را هموارتر نماید.

برنامه مقطع کارشناسی مجموعه آموزشی علوم ریاضی

مبانی آنالیز ریاضی			
تعداد واحد- ساعت	پیش نیاز- هم نیاز	از جدول	حل تمرین (ساعت)
سه واحد- ۵۱ ساعت	پس از دومین درس ریاضی عمومی	۳	حداقل ۲۵

هدف:

این درس با هدف آشنایی دانشجویان علوم ریاضی در کلیه رشته‌های ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها و علوم کامپیوتر، با مبانی آنالیز ریاضی طراحی شده است و لازم است که مقدمات نظری و کاربردهای لازم در این موضوع را جهت شرکت کلیه این دانشجویان در یک کار مشترک در برداشته باشد.

سرفصل:

اعداد حقیقی، دنباله و سری- حد و پیوستگی- مشتق- انتگرال ریمان
ریز مواد (در سطح):

مجموعه اعداد حقیقی، اصل کامل، ساختن اعداد حقیقی، دنباله‌ها، حد دنباله‌ها، دنباله‌های یکنوا، زیر دنباله، محک کس، حد زیرین و زیرین دنباله‌ها، سریها و همگرایی آنها، مجموعه‌های باز و بسته، مجموعه‌های فشرده، قضیه هاینه بورل، مجموعه‌های همبند، حد توابع، پیوستگی توابع، ناپیوستگی تابع، قضیه مقدار میانی، پیوستگی یکنواخت، مشتق توابع، قضیه مقدار میانگین، قاعده هوییتال، قضیه تیلور، انتگرال پذیری ریمان و خواص آن، قضیه اساسی حسابان، قضیه مقدار میانی انتگرال.

نتیجه:

کلیه مطالب این درس در مجموعه اعداد حقیقی می باشد.

منابع پیشنهادی:

- 1) Omar Hijab, Introduction to Calculuse and Mathematical Analysis, Springer, 2011.
- 2) R. G. Bartel, D.R. sherbert, Introduction to Real Analysis, John wiley & sons, 1982.
- 3) S. Abbott, Understanding Analysis, Springer, 2000.
- 4) S. Ghorpade, B. Limaye, A Crouse in Calculuse and Real Analysis, Springer, 2006.

فهرست مطالب

۱	اعداد حقیقی	۱
۲	۱.۱ اعداد حقیقی	
۳	۲.۱ اصل کمال	
۱۴	۳.۱ تمرین	
۱۵	۴.۱ نمونه سوالات کنکور	
۱۹	۲ دنباله‌ها و سری‌های عددی	
۱۹	۱.۲ دنباله‌ها و حدود	
۲۸	۲.۲ تمرین	
۳۰	۳.۲ ترتیب و روابط جبری دنباله‌ها	
۳۳	۴.۲ تمرین	
۳۴	۵.۲ دنباله‌های کشی و زیردنباله‌ها	
۳۸	۶.۲ تمرین	
۳۹	۷.۲ حدود بالایی و پایینی	
۴۷	۸.۲ تمرین	
۴۹	۹.۲ سری‌ها	
۵۷	۱۰.۲ تمرین	
۵۸	۱۱.۲ نمونه سوالات کنکور	
۶۳	۳ ساختار توپولوژیکی اعداد حقیقی	
۶۴	۱.۳ بسته بودن و باز بودن	

۷۳	تمرین	۲.۳
۷۵	فشردگی	۳.۳
۸۰	تمرین	۴.۳
۸۱	تام بودن و همبندی	۵.۳
۸۳	تمرین	۶.۳
۸۴	نمونه سوالات کنکور	۷.۳

۸۹	۴ جا و پیوستگی	
۹۰	حد	۴
۹۴	تمرین	۲.۴
۹۵	پیوستگی	۳.۴
۹۹	تمرین	۴.۴
۱۰۱	پیوستگی و پیولون	۵.۴
۱۰۵	تمرین	۶.۴
۱۰۶	نمونه سوالات کنکور	۷.۴

۱۱۱	۵ مشتق	
۱۱۱	تعریف و خواص جبری مشتق	۱.۵
۱۱۸	تمرین	۲.۵
۱۲۰	قضیه مقدار میانگین و نتایج آن	۳.۵
۱۲۴	تمرین	۴.۵
۱۲۵	نمونه سوالات کنکور	۵.۵

۱۳۱	۶ انتگرال ریمان	
۱۳۲	انتگرال بر اساس مجموع‌های ریمان	۱.۶
۱۳۹	تمرین	۲.۶
۱۴۱	شرایط لازم برای انتگرال‌پذیری	۳.۶
۱۴۵	تمرین	۴.۶
۱۴۵	خواص انتگرال	۵.۶
۱۵۳	تمرین	۶.۶

۱۵۵ ۷۶ نمونه سوالات کنکور

۱۵۷ منابع

۱۵۸ نمایه

www.ketab.ir