

راهنمای مقدماتی

# تحلیل به روش المان محدود

تالیف:

A.A. Becker

مترجم:

محمد علی حاجی موسی

سرشناسه	: بکر، ادیب ا. (Becker, A.A (Adib A.))
عنوان و نام پدیدآور	: راهنمای مقدماتی تحلیل به روش المان محدود/ تالیف [ا.ا.بکر]؛ مترجم محمدعلی حاجی موسی.
مشخصات نشر	: سمنان: دانشگاه سمنان، ۱۳۸۷.
مشخصات ظاهری	: ۱۶۰ ص.: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: 978-964-7978-61-3
وضعیت فهرست نویسی: فیپا	
یادداشت	: عنوان اصلی:
	An introductory guide to finite element analysis, 2004.
یادداشت	: واژه‌نامه.
یادداشت	: کتابنامه: ص. ۱۵۴ - ۱۵۵.
موضوع	: روش المانهای محدود.
شناسه افزوده	: حاجی موسی، محمدعلی، ۱۳۴۳ - مترجم.
شناسه افزوده	: دانشگاه سمنان.
رده بندی کنگره	: ۱۳۸۷ ب م ر ۳۴۷/ TA
رده بندی دیویی	: ۶۲۰/۰۰۱۵۱۸۲۵
شماره کتابشناسی ملی	: ۱۵۳۲۲۷۹

✎ عنوان کتاب: راهنمای مقدماتی تحلیل به روش المان محدود  
 ✎ مترجم: محمدعلی حاجی موسی  
 ✎ طرح روی جلد: اسماعیل شجاعی  
 ✎ نوبت چاپ: اول ۱۳۸۷  
 ✎ چاپ: نفیس سمنان  
 ✎ تیراژ: ۱۵۰ جلد  
 ✎ قیمت: ۳۶۰۰۰ ریال  
 ✎ شابک: 978-964-7978-61-3

---

حق چاپ محفوظ و متعلق به انتشارات دانشگاه سمنان می باشد  
 تلفن انتشارات: ۰۲۳۱-۳۳۲۰۲۹۵

## پیشگفتار ویراستار

بعنوان یک مهندس ، بنده اغلب ضرورت وجود یک راهنمای مقدماتی برای برخی جنبه های مهندسی ، خارج از حوزه دانش خویش را احساس می کردم. انتشارات مهندسی حرفه ای از چاپ و نشر یک چنین کتابهای راهنما که اولین آن تحت عنوان راهنمای مقدماتی اندازه گیری جریان منتشر شد استقبال می نماید. ما امیدواریم بمنظور فراهم آوردن دسترسی آسان مهندسين به سری کتابهایی شامل جنبه های عمومی و نه چندان عمومی مهندسی ، این امر استمرار یابد.

این مجموعه ها بگونه ای تدارک دیده شده که برای مهندسان ، دانشجویان مهندسی ، تکنسین ها ، مهندسان طراح ، مسئولان واحد های صنعتی ، و نیز کسانی که در زمینه های تحقیق و آموزش فعالیت دارند مناسب باشد. هر یک از کتاب های این مجموعه ، از سطحی مناسب و قابل استفاده برای اқشار فوق شروع و به ارائه توضیحات کامل و شفاف از هر موضوع می پردازد. این کتاب موجب دسترسی خواننده به اصطلاحات و عناوین تجاری و در نتیجه ایجاد علاقه بمنظور مطالعه کتابهای تخصصی تر برای انتخاب نرم افزار های مناسب و ایجاد اعتماد به نفس در بر خورد با افرادی که دارای تبحر در موضوعات مختلف می باشند ، می گردد. امید که این مجموعه کتابها مورد استقبال مهندسان ، صنعتگران و معلمان قرار گرفته و بمنظور استفاده بیشتر آنان ، استمرار یابد . ما هرگونه اظهارنظر خوانندگان گرامی ، در ارتباط با مجموعه حاضر را ارج نهاده ، واز هر پیشنهاد و انتقاد سازنده برای عناوین آینده استقبال می کنیم.

*Roger C. Baker*

## پیشگفتار مترجم:

در دنیای امروز پروژه های مهندسی به میزان قابل توجهی پیچیده و هزینه بر شده است. هوا، فضا، خودروسازی و سازه های صنعتی نمونه ای از صنایعی است که در آن نیاز به ایمنی و اطمینان بالا می باشد. این امر تنها به کمک شبیه سازیهای دقیق از جمله روشهای اجزاء محدود امکان پذیر است. روش اجزاء محدود به حدی فراگیر شده است که حتی در زمینه هایی که روزی استفاده از آن غیر ممکن بنظر می رسید، جای خود را باز کرده است. این روش بر اساس اصول بهینه سازی کمیتی فیزیکی از سیستم استوار است.

به لحاظ تاریخی روشهای اجزاء محدود برای حل مسائل سازه ای و جامداتی ابداع شد. علت این امر خاصیت حفظ هویت در جامدات در مقایسه با سیالات می باشد. آشفستگی در سیال منجر به فروپاشی تکه هایی از سیال و گردهم آیی تکه های دیگری از آن می شود. به همین جهت تعریف هویت را در سیال بسیار مشکل می کند. در گذشته مانع اصلی در سر راه گسترش روشهای اجزاء محدود سرعت پایین و حجم کم حافظه رایانه ها بود که امروزه به مدد پیشرفت فن آوری سخت افزاری و نرم افزاری در رایانه ها روشهای اجزاء محدود در صدر روشهای مدل سازی قرار گرفته است. این پیشرفت چنان اساسی بوده است که استفاده از این ابزار حتی در سیالات نیز گسترش یافته است.

یکی از مزایای عمده روشهای اجزاء محدود نسبت به سایر روشها توانایی تحلیل همزمان اشکال هندسی چند تکه و دیگری قابلیت مدل سازی گسستگی ماده از نظر تغییر جنس و خواص می باشد. اصولا روشهای اجزاء محدود بر سه پایه مکانیک محیطهای پیوسته، تحلیل عددی و ایجاد نرم افزارهای مربوط به این روش در زمینه های مختلف علوم و مهندسی استوار است. یادگیری روش اجزاء محدود با آموزش شاخه هایی همچون اصول فیزیکی و پایه ای علم مکانیک، نظریه میانایی، حساب تغییرات، فنون انتگرال گیری عددی، حل دستگاه های معادلات جبری خطی و غیر خطی و آشنایی و تسلط بر برنامه نویسی کامپیوتر میسر می باشد.

با توجه به مباحث فوق کتابی جهت آموزش روشهای اجزاء محدود مناسب است که دارای ویژگیهایی به شرح زیر باشد:

- ۱- بیان ساده ای از تقریبات گرهی در اجزاء، آشنایی با اجزاء مرجع و برآورد خطا
  - ۲- آشنایی با توابع میانایی برای اجزاء سنتی یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی
  - ۳- آموزش کاربرد روش باقیمانده وزنی به منظور تشکیل شکل انتگرالی یا تغییراتی، از معادلات دیفرانسیل
  - ۴- بیان نحوه گسسته سازی شکلهای انتگرالی با استفاده از جبر ماتریسها و تشکیل ماتریسهای پایه برای هر جزء
  - ۵- آشنایی مقدماتی با فنون حل معادلات خطی و غیر خطی، آنالیز مودال، روش سوار کردن اجزاء
  - ۶- آشنایی با نرم افزارهای برنامه نویسی محاسباتی و نمایش گرافیکی (فورتن، ++C, ...)
- این اثر به عنوان یک کتاب مقدماتی بخشهای مهمی از مباحث فوق الذکر را به زبان ساده بیان نموده است. امید است با وجود تمامی کاستی ها ترجمه حاضر برای خوانندگان گرامی مفید واقع گردد.

## مقدمه مؤلف

فن المان محدود، بعنوان اصلی ترین ابزار مهندسان محاسب، بسیار پذیرفته شده است. از اوائل دهه ۱۹۸۰ مهندسان محاسب نرم افزار های المان محدود را در حل بسیاری از مسائل مهندسی، از تحلیل مسائل نسبتاً ساده کشسان گرفته تا تغییر شکل های غیر خطی ساختارهای زیستی و شبیه سازی شکست، بصورتی وسیع مورد استفاده قرار داده اند. تطابق پذیری و ارزان بودن نرم افزارهای المان محدود موجب رواج و محبوبیت بسیار آن گردیده است. استفاده از نرم افزارهای المان محدود، بسیار آسان بوده و اجرای آن نسبتاً ساده می باشد، بطوریکه حتی نیازمند آموزش نبوده و یا به آموزش بسیار کمی نیازمند است. متأسفانه همین امر موجب شده تا نرم افزار المان محدود، توسط بسیاری از محاسبان که آشنا یی لازم با مفاهیم اساسی تئوری المان محدود را ندارند، مورد استفاده قرار گیرد.

مهارت واقعی در استفاده از نرم افزار المان محدود، ارائه شبکه های سه بعدی پیچیده نیست، بلکه شناخت چگونگی برگردان (تبدیل) یک مسئله واقعی به یک مدل محاسباتی و نیز چگونگی ارزیابی دقت حل المان محدود می باشد. همچنین نیازمند یک دید مهندسی خوب می باشد.

این کتاب با هدف کمک به کاربران کم تجربه المان محدود در تشریح موارد فوق، وبا شرح تعدادی مثال های عملی، بعنوان کاربردهای المان محدود، و بمنظور ارائه چگونگی استفاده از نرم افزارهای المان محدود، در تحلیل مسائل کاربردی، تدوین شده است.

این کتاب هم برای افراد مبتدی و هم برای افرادی که بدنبال تقویت دانش استفاده از روش های المان محدود هستند، مفید خواهد بود. در سراسر کتاب فرض بر آن است که خواننده، هیچ آشنائی با علم المان محدود ندارد. این کتاب یک پیش زمینه ای از مباحث مهندسی و فیزیک، همراه با دانش تئوری مورد نیاز، برای درک میزان تقریب ذاتی موجود در تحلیل های المان محدود را برای خواننده فراهم می سازد.

در این کتاب از المان های یک بعدی ساده شروع، و تدریجاً المان های پیچیده تری چون المان های مفصلی، المان های پیوسته، المان های تیر، صفحه و پوسته مورد بحث قرار گرفته است. برای استخراج روابط حاکم بر تمامی المان ها در سراسر فصل مربوطه، مراحل یکسانی مورد استفاده قرار گرفته است.

اگر چه در این کتاب اکثراً به مسائل تحلیل تنش خطی پرداخته شده، معرفی مختصری پیرامون مسائل گرمایشی و غیر خطی نیز صورت گرفته است.

این کتاب بر اساس مطالب درسی ارائه شده توسط اینجانب برای دانشجویان دوره های مهندسی و تحصیلات تکمیلی در امپریال کالج و دانشگاه ناتینگهام و نیز دوره های کوتاه مدت سالانه برای باز آموزی مهندسان، که در طی چهارده سال اخیر ارائه شده است، تدوین گردیده.

پیشنهادات ارائه شده از سوی دانشجویان و برگزار کنندگان دوره های آموزشی، در اصلاح مطالب این کتاب بسیار مفید بوده است.

در اینجا مایلم از شکیبایی و حمایت بیدریغ همسر من جین، دخترم لایلا و پسر من آلیستر که تدوین طولانی مدت این کتاب را تحمل نموده اند، تشکر نمایم. این کتاب را به آنان هدیه می کنم.

*Professor A.A. Becker*  
*Nottingham, UK*

# فهرست مطالب

پیشگفتار ویراستار

پیشگفتار مترجم

مقدمه مؤلف

نشان گذاری

## فصل اول: مقدمه

- |    |       |                                      |
|----|-------|--------------------------------------|
| ۱  | ۱-۱   | روشهای عددی در مکانیک محیطهای پیوسته |
| ۱  | ۱-۱-۱ | روش المان محدود (FE)                 |
| ۲  | ۱-۱-۲ | روش المان مرزی (BE)                  |
| ۲  | ۱-۱-۳ | روش تفاضل محدود (FD)                 |
| ۳  | ۱-۲   | تعریف تنش                            |
| ۴  | ۱-۳   | روابطه بین تنش- کرنش (قانون هوک)     |
| ۵  | ۱-۴   | روابط کرنش و جابجایی (تغییر مکان)    |
| ۶  | ۱-۵   | معادلات تعادل                        |
| ۷  | ۱-۶   | معادلات سازگاری                      |
| ۸  | ۱-۷   | اصل حداقل انرژی پتانسیل کل           |
| ۸  | ۱-۷-۱ | تعادل پایدار و ناپایدار              |
| ۹  | ۱-۷-۲ | انرژی کرنش                           |
| ۱۰ | ۱-۷-۳ | کار انجام شده توسط نیروهای خارجی     |
| ۱۰ | ۱-۷-۴ | انرژی پتانسیل کل (TPE)               |
| ۱۰ | ۱-۸   | تعریف ماتریس                         |
| ۱۱ | ۱-۸-۱ | ضرب ماتریس                           |
| ۱۱ | ۱-۸-۲ | ترانپوز یک ماتریس                    |
| ۱۱ | ۱-۸-۳ | ماتریس متقارن                        |
| ۱۲ | ۱-۸-۴ | ماتریس معکوس                         |
| ۱۲ | ۱-۸-۵ | نمونه ای از ماتریس انرژی کرنش        |
| ۱۳ | ۱-۹   | عناوین و مطالب کتاب                  |

## فصل دوم: تحلیل سازه های با اتصالات مفصلی

- |    |     |                                     |
|----|-----|-------------------------------------|
| ۱۵ | ۲-۱ | تحلیل یک المان ساده یک بعدی تحت کشش |
| ۱۹ | ۲-۲ | سازه های مفصلی (المان های خراب)     |
| ۲۶ | ۲-۳ | یک نمونه از تحلیل سازه              |

**فصل سوم : المانهای پیوسته (دو بعدی ، دارای تقارن محوری ، المانهای سه بعدی)**

- ۳-۱ روابط المان محدود ۳۵
- ۳-۲ فرضیات مبتنی بر دو بعدی بودن و داشتن تقارن محوری ۳۵
- ۳-۲-۱ مسائل دو بعدی ۳۶
- ۳-۲-۲ مسائل دارای تقارن محوری ۳۷
- ۳-۳ المان های پیوسته سه گوشه ای دو بعدی ۳۷
- ۳-۴ المان پیوسته دارای تقارن محوری (حلقه ای) ۴۳
- ۳-۵ المان های پیوسته سه بعدی ۴۵
- ۳-۶ خلاصه نکات کلیدی ۴۶

**فصل چهارم : روش های انرژی و تغییر پذیری**

- ۴-۱ مقدمه ۴۹
- ۴-۲ روش ریتز (روش تغییر پذیر) ۵۰
- ۴-۲-۱ مراحل حل به روش ریتز ۵۰
- ۴-۲-۲ شرایط مرزی اصلی و بدیهی ۵۱
- ۴-۲-۳ معیارهای همگرایی ۵۱
- ۴-۳ مثالی از روش ریتز : تیر یک سر درگیر ۵۱
- ۴-۴ روش گالرکین (باقیمانده وزنی) ۵۶
- ۴-۵ مثال نمونه از یک کابل قابل انعطاف ۵۸
- ۴-۵-۱ تخمین تابع جابجائی ۵۸
- ۴-۵-۲ روش گالرکین ۵۹
- ۴-۵-۳ هم ارزی روشهای گالرکین و ریتز ۶۰
- ۴-۵-۴ مزایای روش گالرکین ۶۱
- ۴-۵-۵ هم ارزی روابط المان محدود و روشهای ریتز/گالرکین ۶۱
- ۴-۶ خلاصه نکات کلیدی ۶۱

**فصل پنجم : المان های مرتبه بالاتر درجه دو**

- ۵-۱ مشخصه های توابع شکل ۶۳
- ۵-۲ نگاشت هم پارامتر ۶۶
- ۵-۳ تبدیل متغیرها (ژاکوبین) ۶۹
- ۵-۴ ماتریس شقی برای المان های مرتبه بالاتر ۷۰
- ۵-۵ انتگرال گیری عددی با استفاده از گوس مرتبه دو ۷۱
- ۵-۶ خلاصه نکات کلیدی ۷۴

## فصل ششم: المان های تیر، صفحه و پوسته

۷۵	۶-۱ المان های سازه ای
۷۷	۶-۱-۱ المان تیر
۷۷	۶-۱-۲ المان صفحه
۷۷	۶-۱-۳ المان پوسته
۷۸	۶-۲ المان تیر
۸۴	۶-۳ المان صفحه
۸۷	۶-۴ المان پوسته
۸۹	۶-۵ خلاصه نکات کلیدی

## فصل هفتم: راهنمای عملی برای کاربردهای المان محدود

۹۱	۷-۱ مقدمه
۹۱	۷-۲ ورود اطلاعات برای کدهای المان محدود
۹۳	۷-۳ دقت و همگرایی در حل به روش المان محدود
۹۳	۷-۳-۱ منابع خطا در تحلیل به روش المان محدود
۹۴	۷-۳-۲ همگرایی جواب در المان محدود
۹۴	۷-۴ راهنمایی های کلی در استفاده از نرم افزار المان محدود
۹۶	۷-۵ ممانعت از حرکت جسم صلب
۹۸	۷-۶ مثال هایی از اجرای خوب و بد
۹۹	۷-۷ دقت میزان تنش و نقاط انتگرالی
۹۹	۷-۷-۱ مقدار تنش میانگین گره
۱۰۰	۷-۷-۲ انتگرال گیری کامل و ساده
۱۰۰	۷-۷-۳ نیروهای معادل در گره ها
۱۰۱	۷-۸ آزمون ناحیه ای برای همگرایی
۱۰۲	۷-۹ بسته های نرم افزاری تجاری المان محدود
۱۰۵	۷-۱۰ خلاصه نکات کلیدی

## فصل هشتم: مقدمه ای بر تحلیل خطی المان محدود

۱۰۷	۸-۱ مقدمه
۱۰۷	۸-۲ مقایسه مسائل خطی و غیر خطی با یکدیگر
۱۰۸	۸-۳ دسته بندی مسائل غیر خطی
۱۰۹	۸-۳-۱ مواد غیر خطی
۱۰۹	۸-۳-۲ هندسه غیر خطی
۱۱۱	۸-۳-۳ شرایط مرزی غیر خطی (نقاط تماس)



۱۱۲	۸-۴	روش المان محدود غیر خطی
۱۱۳	۸-۴-۱	روش تکرار نیوتن-رافسون
۱۱۵	۸-۴-۲	چگونگی افزایش مرحله به مرحله بار (نمو)
۱۱۷	۸-۴-۳	روش تکرار
۱۱۹	۸-۴-۴	کنترل جابجایی
۱۱۹	۸-۵	نکات مربوط به تحلیل غیر خطی
۱۲۰	۸-۶	دشواری های مدل سازی مسائل غیر خطی
۱۲۰	۸-۶-۱	مشکلات پیش روی کاربران
۱۲۱	۸-۶-۲	دشواری های ناشی از کد المان محدود
۱۲۲	۸-۷	خلاصه نکات کلیدی

### فصل نهم : مسائل گرمایشی

۱۲۳	۹-۱	مقدمه
۱۲۳	۹-۲	انواع انتقال حرارت
۱۲۳	۹-۲-۱	انتقال حرارت هدایت
۱۲۴	۹-۲-۲	انتقال حرارت جابجایی
۱۲۴	۹-۲-۳	انتقال حرارت تشعشع
۱۲۴	۹-۳	معادلات دیفرانسیل نسبی برای انتقال حرارت هدایت
۱۲۵	۹-۴	روابط تغییر پذیر برای انتقال حرارت هدایت
۱۲۶	۹-۵	روابط المان محدود برای مسائل انتقال حرارت
۱۲۶	۹-۶	المان انتقال حرارت هدایت خطی یک بعدی
۱۲۶	۹-۶-۱	روش ریتز
۱۲۸	۹-۶-۲	روش پس ماند وزنی گالرکین
۱۲۸	۹-۷	مسائل انتقال حرارت هدایت گذرا (غیر دائم)
۱۲۹	۹-۷-۱	روش سیر زمانی صریح (روش تفاضلی پیش رونده اولر)
۱۳۰	۹-۷-۲	روش سیر زمانی ضمنی / نیمه ضمنی (روش تفاضل واپسگرا، یا تتا)
۱۳۲	۹-۷-۳	همگرایی و پایداری جواب ها
۱۳۲	۹-۸	خلاصه نکات کلیدی

### فصل دهم : مثال هایی از کاربردهای المان محدود

۱۳۳	۱۰-۱	حل مثال نمونه ۱، صفحه سوراخ دار
۱۳۶	۱۰-۲	حل مثال نمونه ۲، تیر یک سر درگیر
۱۴۱	۱۰-۳	حل مثال نمونه ۳، صفحه شکاف دار
۱۴۵	۱۰-۴	حل مثال نمونه ۴، سیلندر تحت فشار
۱۴۸	۱۰-۵	حل مثال نمونه ۵، حلقه تحت فشار

۱۵۰	۶-۱۰ حل مثال نمونه ۶ صفحه بارگذاری شده توسط بین
۱۵۳	۷-۱۰ خلاصه نکات کلیدی
۱۵۴	مراجع
۱۵۵	فهرست کتب
۱۵۶	واژه نامه لغات فنی