



مدول های هم ضربی

تصنیف

دکتر حبیب اله انصاری طرقي

استاد دانشکده علوم ریاضی دانشگاه گیلان

دکتر فرائد فرشادی فر

استادیار دانشگاه فرهنگیان

انتشارات دانشگاه گیلان

۱۳۹۷



دانشگاه گیلان
۱۳۵۳-۱۹۷۴

شابک: ۶-۱۹۹-۱۵۳-۶۰۰-۹۷۸

سرشناسه	:	انصاری طرقي، حبيب‌الله، ۱۳۱۹ -
عنوان و نام پديدآور	:	مدول‌های هم‌ضربى/تصنيف حبيب‌الله انصاری طرقي، فرانک فرشادی‌فر؛ ویراستار علمی احمد عباسی.
مشخصات نشر	:	رشت: دانشگاه گیلان، ۱۳۹۷.
مشخصات ظاهري	:	۲۳۵ ص.
شابک	:	978-600-153-199-6
وضعيت فهرست نویسی	:	فپیا
یادداشت	:	واژه‌نامه.
یادداشت	:	کتابنامه: ص. ۲۲۳ - ۲۲۹ نمایه
یادداشت	:	نمایه.
موضوع	:	مدول‌ها (جبر)
Module (Algebra)	:	
شناسه افزوده	:	فرشادی‌فر، فرانک، ۱۳۵۷ -
شناسه افزوده	:	عباسی، احمد، ۱۳۴۷ - فروزدين -، ویراستار
شناسه افزوده	:	دانشگاه گیلان
رده بندی کنگره	:	۱۳۹۷ الف ۵۱۲/۴۲
رده بندی دیویی	:	۵۱۲/۴۲
شماره کتابشناسی ملی	:	۵۴۹۴۱۵۵

اداره چاپ و انتشارات دانشگاه گیلان

نام کتاب	:	مدول‌های هم‌ضربى
مؤلفان	:	دکتر حبيب اله انصاری طرقي، دکتر فرانک فرشادی‌فر
ویراستار علمی	:	دکتر احمد عباسی
ویراستار ادبی	:	هوشنگ سپهری
نوبت چاپ	:	اول، ۱۳۹۷
ناشر	:	انتشارات دانشگاه گیلان
شمارگان	:	۱۰۰۰ جلد
قیمت	:	۴۲۰۰۰ ریال

فهرست مطالب

۴	 مقدمه
۷	 فهرست نشانه‌ها و نمادها
۹	 ۱ مدول‌های هم‌ضربی
۹	 ۱.۱ تعریف و مشخصه سازی‌های یک مدول هم‌ضربی
۲۰	 ۲.۱ خواص مدول‌های هم‌ضربی
۴۳	 ۳.۱ مدول‌های هم‌ضربی با تولید متناهی
۵۷	 ۴.۱ موضعی‌سازی و جمع مستقیم مدول‌های هم‌ضربی
۷۴	 ۵.۱ متمم‌های یک مدول هم‌ضربی
۸۰	 ۶.۱ تمرین‌ها
۸۴	 ۲ حلقه‌های درون‌ریختی و بعد گلدی مدول‌های هم‌ضربی
۸۴	 ۱.۲ خواص درون‌ریختی‌های مدول‌های هم‌ضربی
۹۱	 ۲.۲ درون‌ریختی‌های مدول‌های هم‌ضربی تجزیه‌ناپذیر
۹۳	 ۳.۲ بعد گلدی مدول‌های هم‌ضربی
۹۸	 ۴.۲ تمرین‌ها
۹۹	 ۳ مدول‌های P -هم‌دوری، P -هم‌تابی و هم‌ضربی

مقدمه

کرول^۱ در سال ۱۹۲۵ در [۷۴]، مفهوم حلقه‌های ضربی را به عنوان تعمیم دامنه‌های ددکیند معرفی کرد. بارنارد^۲ در سال ۱۹۸۱ در [۴۳]، این مفهوم را برای مدول‌ها گسترش داد. اخیراً تحقیقات بسیاری در مورد مدول‌های ضربی صورت گرفته است.

انصاری طرقي^۳ و فرشادی‌فر^۴ در سال ۲۰۰۷ در [۱۹]، دوگان مدول‌های ضربی (یعنی مدول‌های هم‌ضربی) را معرفی کرده و پاره‌ای از ویژگی‌های اساسی این دسته از مدول‌ها را در [۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۳۲] بررسی کردند. خوشبختانه در یک دهه اخیر مطالعات و تحقیقات ارزنده‌ای بر روی این دسته از مدول‌ها توسط جمعی دیگر از پژوهشگران در [۴، ۱۴، ۱۵، ۳۹، ۴۶، ۵۷، ۹۱، ۹۴، ۱۰۳، ۱۰۵] انجام شده است. قابل توجه اینکه دوگان پاره‌ای از نتایج به دست آمده درباره مدول‌های ضربی در مدول‌های هم‌ضربی برقرار نیستند. به عنوان مثال، می‌دانیم که هر مدول دوری یک مدول ضربی است در صورتی که نشان داده می‌شود که در حالت کلی هر مدول هم‌دوری هم‌ضربی نیست. به عنوان مثالی دیگر در این رابطه می‌دانیم که هر مدول ضربی روی یک حلقه آرئینی دوری است در حالی که نشان داده می‌شود دوگان این مطلب در حالت کلی برقرار نیست. موارد مشابه را خواننده می‌تواند در فصول مختلف کتاب حاضر ببیند. نکته دیگر این که چون مدول‌های ضربی به نوعی تعمیمی از حلقه‌ها محسوب می‌شوند، کار بر روی آنها روان‌تر و سهل‌تر نسبت به مدول‌های هم‌ضربی است. در کتاب حاضر برآنیم که مدول‌های هم‌ضربی را به طور مبسوط‌تر معرفی کنیم و کار روی آنها را با جزئیات بیشتری مورد مطالعه قرار دهیم. در ضمن هدف دیگر از تألیف این کتاب تهیه منبع مناسبی جهت مطالعه دانشجویان ارشد و دکتری در این زمینه است.

می‌پذیریم که خواننده با مبانی نظریه حلقه‌ها و مدول‌ها آشنا است. در سرتاسر این کتاب، R

^۱W. Krull

^۲A. Barnard

^۳H. Ansari – Toroghy

^۴F. Farshadi Far

نماینگر یک حلقه جابه‌جایی یکدار بوده و همه مدول‌ها یکانی هستند. به‌علاوه، دیگر حلقه‌های ذکر شده در این کتاب نیز جابه‌جایی و یکدار هستند. این کتاب شامل ۸ فصل بشرح زیر است:

در فصل اول، ابتدا مدول‌های هم‌ضربی را معرفی می‌کنیم و به مشخصه‌سازی‌های این رده از مدول‌ها می‌پردازیم. به‌علاوه، ویژگیهای مربوط به مدول‌های هم‌ضربی با تولید متناهی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین، موضعی‌سازی مدول‌های هم‌ضربی مورد بحث قرار می‌گیرد و شرایطی بررسی می‌شود که بر مبنای آن جمع مستقیم مدول‌های هم‌ضربی خود یک مدول هم‌ضربی است. مطالب این فصل برگرفته از مراجع [۱۱، ۱۴، ۱۵، ۱۹، ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۶، ۲۷، ۲۸] هستند.

در فصل دوم، به مطالعه درون‌ریختی‌های مدول‌های هم‌ضربی و هم‌ضربی تجزیه‌ناپذیر پرداخته و بعد گلدی این دسته از مدول‌ها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. مطالب این فصل برگرفته از مراجع [۱۵، ۱۹، ۲۰، ۲۶، ۲۷] هستند.

در فصل سوم، به ازای یک ایده‌آل بیشین P ، مدول‌های P -هم‌دوری و P -هم‌تابی را به عنوان دوگان مدول‌های P -دوری و P -تابی معرفی می‌کنیم و به ارتباط بین این رده از مدول‌ها با مدول‌های هم‌ضربی می‌پردازیم. می‌دانیم که یک مدول M ضربی است اگر و فقط اگر برای هر ایده‌آل بیشین P از R ، M یک مدول P -دوری یا P -تابی باشد. ولی همان‌طوری‌که در این فصل می‌بینیم دوگان این مطلب در حالت کلی درست نیست. مطالب این فصل برگرفته از مراجع [۱۴، ۱۹، ۲۴، ۲۶، ۱۰۵] هستند.

در فصل چهارم، به معرفی مدول‌های هم‌ضربی قوی و زیرمدول‌های هم‌محض می‌پردازیم. همان‌طور که در بالا اشاره شد کار کردن بر روی مدول‌های هم‌ضربی به مراتب دشوارتر از مدول‌های ضربی است و دوگان برخی از خواص مدول‌های ضربی، در مورد مدول‌های هم‌ضربی برقرار نیست. ولی دیده می‌شود که اگر مدول هم‌ضربی در شرط پوچ‌ساز مضاعف صدق کند پاره‌ای از این ویژگی‌ها را می‌توان ثابت کرد. بدین منظور، برای سهولت مدول‌های هم‌ضربی را که در شرط پوچ‌ساز مضاعف صدق می‌کنند هم‌ضربی قوی نامیده‌ایم. مطالب این فصل برگرفته از مراجع [۲۳، ۹۱، ۱۰۵] هستند.

در فصل پنجم، به بررسی مدول‌های هم‌ضربی بر روی حلقه‌های خاصی از جمله حلقه‌های ارزیاب

گسسته و ZPI - حلقه‌ها می‌پردازیم. به‌علاوه، ایده‌آل‌های فیتینگ از مدول‌های هم‌ضربی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. مطالب این فصل برگرفته از مراجع [۵۷، ۷۱، ۹۱] هستند.

در فصل ششم، پاره‌ای از ویژگی‌های مدول‌های هم‌ضربی مدرج بالاخص مدول‌های هم‌ضربی مدرج بر روی حلقه‌های قویاً مدرج را مطالعه می‌کنیم. مطالب این فصل برگرفته از مراجع [۴، ۲۵، ۳۵] هستند.

در فصل هفتم، به معرفی مدول‌های کاملاً خودتوان و کاملاً هم‌خودتوان می‌پردازیم و می‌بینیم که هر مدول کاملاً خودتوان یک مدول ضربی و هر مدول کاملاً هم‌خودتوان یک مدول هم‌ضربی است. مطالب این فصل برگرفته از [۳۲] هستند.

در فصل هشتم، زیرمدول‌های ثانی مدول‌های هم‌ضربی را مورد مطالعه قرار داده و به معرفی توپولوژی‌هایی که روی زیرمدول‌های ثانی تعریف شده‌اند می‌پردازیم. مطالب این فصل برگرفته از مراجع [۱۹، ۲۹، ۳۰، ۳۲، ۳۳، ۳۷، ۵۰، ۶۴] هستند.

در اینجا از داوران و ویراستاران محترم که داوری و ویراستاری این کتاب را متقبل شده‌اند، صمیمانه تشکر و قدردانی می‌کنیم. همچنین، از معاون پژوهشی دانشگاه گیلان که مقدمات چاپ این کتاب را فراهم کردند و سرکار خانم فریده محبوبی آبکنار که ویرایش اولیه (علمی) و پی‌گیری کار چاپ این کتاب را انجام داده‌اند سپاسگزاریم. در خاتمه از خوانندگان محترم، به ویژه دانشجویان و اساتید گرامی که کتاب را مطالعه می‌کنند استدعا داریم با انتقادات سازنده خود ما را در اصلاح هر چه بهتر کتاب یاری کنند.

زمستان ۱۳۹۷

حبیب‌اله انصاری طرقي استاد دانشگاه گیلان

فرانک فرشادی‌فر استادیار دانشگاه فرهنگیان