

نویسنده
ناتان کیفیتس

مقدمه بر

ریاضیات جمعیت

www.ketab.ir

ترجمه و تألیف

محمدحسین نجاتیان



روشن اندیشان

پاییز ۱۴۰۰

سرشناسه	کی‌فیتس، ناتان، ۱۹۱۳ - ۲۰۱۰ م.
عنوان و نام پدیدآور	Keyfitz, Nathan, 1913-2010
مشخصات نشر	مقدمه بر ریاضیات جمعیت / ناتان کیفیتس : ترجمه و تألیف محمدحسین نجاتیان. تهران: روشن اندیشان، ۱۴۰۰.
مشخصات ظاهری	بیست و دو، ۲۴۲ ص.
شابک	978-600-99771-5-4
وضعیت فهرست‌نویسی	فپا
یادداشت	مترجم بخش‌هایی را به کتاب افزوده است.
یادداشت	عنوان اصلی: Introduction to the Mathematics of Population, 1968
موضوع	جمعیت‌شناسی - الگوهای ریاضی Demography - Mathematical Models
شناسه افزوده	نجاتیان، محمدحسین، مترجم
رده‌بندی کنگره	H۸۸۸۵
رده‌بندی دیویی	۳۱۲/۰۱۸۴
شماره کتاب‌شناسی ملی	۸۵۶۱۵۴۴
اطلاعات رکورد کتاب‌شناسی	

مقدمه بر ریاضیات جمعیت

نویسنده: ناتان کیفیتس

مترجم و مؤلف: محمدحسین نجاتیان

چاپ نخست: ۱۴۰۰

طراح جلد: رضا گنجی (برگرفته از طرح جلد کتاب انگلیسی)

شمارگان: ۲۰۰ نسخه

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۹۹۷۷۱-۵-۴

لیتوگرافی، چاپ و صحافی: چاپ روز

قیمت: ۱,۱۰۰,۰۰۰ ریال

حق چاپ محفوظ است.

انتشارات روشن اندیشان



تهران، خیابان دکتر شریعتی، حسینیه ارشاد، خیابان گل‌نبی، پلاک ۳۵، واحد ۷ - تلفن: ۲۲۵۶۹۳۴۲

Email: Roshanandishan.publisher@gmail.com

فهرست مطالب

تقریفاً		یازده
دربارهٔ کیفیتس		سیزده
دیباچه		پانزده
بخش نخست: جدول عمر		۱
فصل نخست: مروری بر پیش‌نیازهای ریاضی		۳
بردار		۳
نمایش عددی بردار		۳
چرا بردار سطری؟ چرا بردار ستونی؟		۴
برگردان بردار		۵
اسکالر		۵
شناخت موقعیت بردار		۶
ضرب داخلی دو بردار		۶
جمع دو یا چند بردار		۷
بردار واحد		۷
ماتریس		۷
تعریف ماتریس		۷
تساوی دو ماتریس		۹
ماتریس مربع		۹
— قطر اصلی ماتریس مربع		۹
ماتریس متقارن		۹
ماتریس قطری		۹
ماتریس واحد		۹
ماتریس صفر		۱۰
برگردان یک ماتریس		۱۰
جمع دو ماتریس		۱۰
— تعریف جمع دو ماتریس		۱۱
نکتهٔ مهم در جمع دو ماتریس		۱۲
ضرب ماتریس		۱۲
— خواص علامت $\mathbb{R}$ و قواعد ضرب آن		۱۳

۱۴	انتگرال
۱۴	انتگرال معین و نامعین
۱۵	قانون اول
۱۵	قانون دوم
۱۶	فرمول‌های پایه انتگرال‌گیری
۱۶	انتگرال توابع مثلثاتی
۱۶	سینوس و کسینوس
۱۷	تانژانت و کوتانژانت
۱۷	انتگرال توابع نمایی و لگاریتمی
۱۹	توابع معکوس مثلثاتی
۱۹	انتگرال‌گیری به روش جزء جزء
۲۱	فصل دوم: مدل جمعیت متوقف
۲۱	محاسبه جدول عمر
۲۱	میزان‌های سن - ویژه و احتمالات
۲۳	توابع پیوسته جدول عمر
۲۵	مقایسه مرگ و میر با استفاده از جدول عمر و استانداردسازی
۲۸	دیاگرام لژیون
۳۱	دوره و نسل
۳۱	فرایندهای محاسباتی
۳۵	کاربردها
۳۸	جدول عمری که داده‌ها را بازتولید می‌کند
۴۴	ارزیابی آنچه گذشت
۴۵	بخش دوم: تحلیل ناپیوسته برای یک جنس
۴۷	فصل سوم: معادلات برگشت‌پذیر
۴۷	پیش‌بینی جمعیت
۵۰	معادلات تفاضلی و نمایش ماتریسی آن‌ها
۵۲	مقایسه به جمعیت
۵۵	راه حل‌ها
۵۸	کوچک کردن ماتریس
۶۱	فصل چهارم: تحلیل کلی ماتریس پیش‌بینی
۶۱	یک مثال عددی برای ماتریس 3×3
۶۸	جبر ماتریس فرایند پیش‌بینی
۷۰	بردارهای ستونی ثابت یا مشخص
۷۴	مقدار عددی تجدید نسل
۷۶	عناصر ماتریس $1/$ و آنالیز یک توزیع سنی
۸۰	ماتریس‌های غیرمنفی
۸۱	تجزیه طیفی
۸۵	محاسبه کورمال مؤلفه‌های ماتریس
۹۲	تفسیر نتایج

۹۷	فصل پنجم: ماتریس پیش‌بینی، تغییر در طول زمان
۹۷	ملاحظات دربارۀ آثار تغییر میزان‌های تولد و مرگ
۱۰۵	مجموعه‌های جداول عمر
۱۱۱	برون‌گیری جمعیت‌های آینده
۱۱۳	تصحیح داده‌ها
۱۱۵	ارگودیسیتی شدید و خفیف
۱۲۱	بخش سوم: تحلیل در حالت پیوسته
۱۲۳	فصل ششم: معادله تجدیدپذیر، راه‌حل عمومی
۱۲۳	پیش‌بینی جمعیت در حالت پیوسته
۱۲۵	معادلات همکن
۱۲۶	حل مسئله با استفاده از حساب دیفرانسیل مقدماتی
۱۳۴	تجزیه طیفی برای مدل پیوسته جمعیت
۱۳۵	حل عددی معادله مشخص
۱۴۲	خواص تبدیلات لاپلاس
۱۴۴	حل مسئله با استفاده از تبدیل لاپلاس
۱۴۶	توالی نسل‌ها
۱۴۷	گشتاورها و کومولانت‌ها
۱۴۸	— گشتاورها و کومولانت‌ها در نسل‌های متوالی
۱۵۴	فاصله زمانی بین نسل‌ها
۱۵۶	توزیع تقطه‌ای و مستطیل تابع خالص مادری
۱۵۹	نمادسازی از طریق معادلات مولد و کسرهای جزئی
۱۶۴	خلاصه و مثال عددی
۱۷۱	بخش چهارم: کاربرست روش‌ها
۱۷۳	فصل هفتم: آینده‌نگری در تعداد زنان -۴۴ ساله ایران
۱۷۴	طرح مسئله و هدف پژوهش
۱۷۵	هدف پژوهش
۱۷۵	مبانی نظری
۱۷۹	پیشینه پژوهش
۱۸۰	روش پژوهش
۱۸۱	(۱) ماتریس پیش‌بینی سال مبدأ
۱۸۴	(۲) ماتریس سال افق پژوهش و ماتریس‌های واسطه
۱۹۲	(۳) بردار تعداد و توزیع سنی زنان در سال پایه
۱۹۲	یافته‌های پژوهش
۱۹۷	بحث و نتیجه‌گیری
۱۹۹	فصل هشتم: تمرین‌ها و یادآوری‌ها
۱۹۹	مفاهیم و تعاریف و نمادسازی
۲۰۷	توضیح و تمرین
۲۰۷	کلیات
۲۳۹	منابع

دیباجه

دانش در پی روشنگری نیست. حتی نمی‌کوشد تفسیر ارائه دهد، بلکه بیشتر مدل‌سازی می‌کند. مدل به معنای یک ساختار ریاضی است که با افزودن تفسیر و واژگان، دربارهٔ پدیده مورد بررسی روشنگری می‌کند. توجه به یک چنین ساختار ریاضی، به راستی فراتر از آن نیست که انتظار می‌رود در عمل درست باشد.

جان فون نیومان^۱

آشنایی و علاقه نگارنده به حوزه جمعیت با هدایت و تشویق استاد فرزانه و گران‌سنگ، دکتر عباسقلی خواجه‌نوری، رئیس وقت مؤسسه آموزش عالی آمار، صورت پذیرفت. وی با توجه به کمبود منابع معتبر ترجیح می‌داد که فارغ‌التحصیلان مؤسسه برای تهیهٔ پایان‌نامه‌های دانشجویی به جای پرداختن صرف به پژوهش‌های میدانی، به ترجمهٔ آثار معتبر علمی به عنوان بخشی از پایان‌نامه اقدام، و پژوهش‌های میدانی خود را نیز بر اساس مندرجات همان منبع برنامه‌ریزی کنند تا از این طریق، افزون بر معرفی و ترجمهٔ منابع علمی معتبر، اهداف پژوهش و روش‌های انجام آن نیز به استانداردهای علمی روز نزدیک‌تر شود و در نتیجه یافته‌های آن از اعتبار و کارایی بیشتری برخوردار گردد. روشن است که انتخاب منابع مورد نظر را خود بر عهده می‌گرفت و البته در این راه از کمک گروه آموزش و اساتید بزرگی چون استاد دکتر محسن هشترویدی و سایر اساتید برجستهٔ مؤسسه نیز استقبال می‌کرد. از این رو، نگارنده بر خود لازم می‌داند یک بار دیگر از این استاد دلسوز و نیز از استاد دکتر محسن هشترویدی که با بزرگ‌منشی خاص خود، هدایت پایان‌نامه نگارنده را پذیرفت، از صمیم قلب قدردانی و سپاسگزاری کند؛ هر چند که «ذره اگر وصف آفتاب نماید رونق بازار آفتاب بکاهد».

اندیشه نگارش این کتاب به سال‌های پایانی دههٔ چهل خورشیدی بازمی‌گردد که نگارنده برای نخستین بار با کتاب مقدمه بر ریاضیات جمعیت^۲ نوشتهٔ ناتان کیفیتس آشنایی یافته و فصل‌هایی از آن را، برای استفاده در رسالهٔ فوق‌لیسانس آمارشناسی خود، به فارسی ترجمه کرده بودم. در همان روزها بود که سخت تحت‌تأثیر ساختار و محتوای بسیار سودمند کتاب مزبور قرار گرفته و به

1. John von Neumann

2. Introduction to the Mathematic of Population

نگارش کتابی با اقتباس از این منبع معتبر امید می‌بست. بر این اساس، با شوق و امید بسیار بلافاصله بررسی منابع و یادداشت‌برداری، به رسم آن روزها، آغاز شد و حدود سه سال دوام یافت. ولی درگیری در هزارتوی مشکلات زندگی، فرازونشیب‌های تحصیلی، اداری و مأموریت‌های کاری خارج از کشور، فرصتی برای رشد این عزم جدی باقی نگذاشت و انجام آن را به یک آرزو و آتشی در زیر خاکستر بدل کرد.

پس از گذشت حدود پنج دهه، که نگارنده فرصت یافت تا دوباره به تحقیق در حوزه جمعیت بپردازد، با مشاهده پاره‌ای کمبودها در منابع مربوط به حوزه ریاضیات جمعیت، آن آتش نهفته سر برکشید تا آن آرزوی دیرینه را، با گرمای خود، به امیدی دست‌یافتنی بدل سازد. از این رو، با اغتمام فرصت، مرور منابع و یادداشت‌های قدیمی از سر گرفته شد و به صورت نایب‌وسته اما جدی، حدود دو سال ادامه یافت تا کوشش‌های مقدماتی برای رسیدن به نقطه فعلی به پنج سال برسد. محصول این پنج سال تلاش و تحقیق و آن پنجاه سال آرزو و انتظار، همین کتابی است که اکنون پیش روی شماست.

هر چند کشور ما ایران عضویت سازمان جهانی مالکیت فکری را نپذیرفته است ولی لازم می‌داند خاطرنشان سازد که استفاده از منبع مورد اشاره در بالا بدون مجوز کتبی پدیدآورنده آن، کیفیتس، نبوده است. نگارنده، در سال ۱۹۷۴، زمانی که در شهر واشنگتن دی‌سی به تحصیل و ضمناً کار در دفتر سرشماری ایالات متحد مشغول بود موفق به برقراری ارتباط با این استاد برجسته شد. انگیزه اصلی از این مکاتبه، در آغاز، کسب مجوز چاپ ترجمه کتاب وی بود. اما پس از دریافت پاسخ بزرگوارانه و محبت‌آمیز ایشان، این روابط جنبه‌های دیگری نیز به خود گرفت. وی، به تاریخ ۲۷ فوریه ۱۹۷۵، در پاسخ اولین نامه اینجانب مبنی بر تقاضای مزبور، ضمن ابراز خرسندی از شنیدن آن خبر نوشت: «من با کمال میل امتیاز چاپ آن را به رایگان به شما اعطا می‌کنم. البته امتیاز نشر کتاب با انتشارات ادیسون - ولسلی است و ... در صورت بروز مشکل لطفاً مرا مطلع سازید». و چون ادای پاسخ از طرف نگارنده اندکی به تأخیر افتاد، با نامه محبت‌آمیز دیگری موضوع را پیگیری کرد و بزرگوارانه ابراز داشت که «اگر کمکی از من برمی‌آید لطفاً اطلاع دهید». بر این اساس، استفاده از منبع مورد بحث، حداقل از نظر نویسنده آن مجاز و معتبر است (تصویر نامه به تاریخ ۲۷ فوریه ۱۹۷۵ در صفحه بیست و یک آمده است).

در نگارش کتاب حاضر، افزون بر کتاب‌ها و مقالات متعددی که در متن به آن‌ها اشاره شده، چهار کتاب، به عنوان منبع اصلی، مورد بهره‌برداری گسترده قرار گرفته و قسمت‌ها و گاهی فصل‌هایی از کتاب حاضر با اندکی تغییر، تلخیص یا توضیح، از آن منابع اقتباس شده است که به منظور ادای احترام به پدیدآورندگان آثار مزبور و نیز اجتناب از ارجاعات مکرر در متن کتاب، در اینجا به آن‌ها اشاره می‌شود:

نخست - در حوزه ریاضیات جمعیت یا آن گونه که مصطلح است «جمعیت‌شناسی ریاضی» همان گونه که گذشت، از کتاب مقدمه بر ریاضیات جمعیت، نوشته ناتان کیفیتس (۱۹۶۸) استفاده فراوان شده است. این منبع، که در ۴۵۰ صفحه مشتمل بر ۱۸ فصل نگارش یافته، افزون بر آنکه

الهام‌بخش نگارنده در تدارک کتاب حاضر بوده، در بسیاری جنبه‌های دیگر از جمله شکل‌دهی به ساختار و توالی موضوعات نیز مورد استفاده قرار گرفته است. طرح اولیه کتاب گزیده‌ای از تمامی ۱۸ فصل منبع و تلخیص آن در حد یک کتاب مرجع برای علاقه‌مندان رشته جمعیت‌شناسی بود. اما این طرح در عمل به نتیجه مطلوبی نیتجامید. زیرا در پرونداد این کوشش، گسستگی مطالب به حدی بود که درک موضوع را با مشکل مواجه می‌ساخت. سرانجام، از تقسیم‌بندی کیفیتس (۱۹۶۸: vi) استفاده شد، که محتوای منبع را «به سه دوره کاملاً جداگانه» تقسیم کرده است. اولین قسمت از این تقسیم‌بندی، پنج فصل اول منبع را دربرمی‌گیرد که با اندک تغییراتی، موضوع فصل‌های دوم تا ششم کتاب حاضر را تشکیل می‌دهد. همین پنج فصل، که از محتوا و ساختار قابل توجهی برخوردار است، به تنهایی هدف نگارنده را از تدارک یک کتاب مرجع برای علاقه‌مندان به ریاضیات جمعیت‌شناسی تأمین می‌کند. زیرا از یک سو، مباحث آن «با جدول عمر یا مدل جمعیت متوقف شروع می‌شود و تا مدل عمومی‌تر تک‌جنسی با دوره‌های زمانی ناپیوسته و سپس دوره‌های زمانی پیوسته ادامه می‌یابد» (همان: v)، و از دیگر سو، در فصول بعدی مرجع نیز، به رغم ورود به مباحث جدید و جالب، موضوعات ریاضی جدیدی مطرح نمی‌شود و خواننده قادر خواهد بود با اندوخته‌های ریاضی همین پنج فصل به مطالعه فصول بعدی نیز بپردازد.

دوم — در حوزه مبانی ریاضی — تا جایی که محدودیت‌ها اجازه داده‌اند — مطالب کتاب به صورت خودکفا ارائه شده است. برای خوانندگانی که زمینه قبلی آنان منحصر به جمعیت‌شناسی است و آگاهی چندانی از ریاضیات ندارند، در برخورد با موضوعاتی مانند ماتریس‌ها، معادلات دیفرانسیل، و تبدیل لاپلاس، توضیحات مختصری ارائه و مثال‌هایی از کاربرد آن‌ها مطرح شده است. ولی در عین حال، برای درک بهتر موضوعات مطرح‌شده در این کتاب، مروری بر مفاهیم مقدماتی جبر ماتریس و انتگرال، ضرورتی اجتناب‌ناپذیر می‌نماید. در این رو فصل اول کتاب حاضر به همین موضوعات اختصاص یافته است. در زمینه جبر ماتریس، مطالب مورد نیاز از کتاب جبر ماتریس (خواجه‌نوری، ۱۳۵۱) اقتباس شده و در مورد روش‌های انتگرال‌گیری، از کتابی نوشته حسین ایزن (۱۳۹۱) استفاده به عمل آمده است.

از ویژگی‌های مهم و قابل توجه کتاب حاضر، یکی هم آن است که نظریه‌ها به صورتی ارائه شده‌اند که با استفاده از داده‌های آماری قابل فهم باشند. به این منظور، حد اکثر کوشش به عمل آمده است که نظریه‌های مزبور بر پایه داده‌های حقیقی از جوامع بشری، و بدون استفاده از مثال‌های فرضی، نشان داده شوند. در همین راستا و به منظور نشان دادن چگونگی کاربرد یکی از آن نظریه‌ها در ایران، به طراحی و اجرای یک طرح پژوهشی برای آینده‌نگری در جمعیت زنان کشور بر پایه یک فرض معین (موضوع فصل پنجم کتاب حاضر) پرداخته شده، که در این زمینه از نگرشی نسبتاً جدید برخوردار است. تفصیل این طرح پژوهشی همراه با یافته‌های آن، موضوع فصل هفتم کتاب حاضر است. در این مورد، از نتایج پژوهشی مشابه (نجاتیان، ۱۳۵۲b) بهره‌گیری شده است.

در بحث ریاضیات جمعیت (فصل‌های دوم تا ششم)، به منظور تسهیل در پیگیری مطالب و نیز جلوگیری از پراکندگی ذهن خواننده، از اثبات ریاضی برخی از قضایا و نیز چگونگی رسیدن از یک صورت‌بندی به صورت‌بندی دیگر اجتناب، و اثبات آن‌ها بر عهده خواننده گذاشته شده است. برای

کمک به خواننده در این زمینه و نیز ارائه تمرین‌هایی در مورد جبر ماتریس و روش‌های انتگرال‌گیری، مجموعه مستقلی تهیه و همراه با نمادسازی‌های مورد استفاده در کتاب و تعریف هر یک از آن‌ها، در فصل هشتم ارائه شده است. در این مورد، به ویژه از مقدمه بر نظریه ریاضی جمعیت (نجاتیان، ۱۳۵۲a) و روش‌های انتگرال‌گیری (ایزن، ۱۳۹۱) استفاده بسیار شده است. به این ترتیب، فصول دوم تا ششم کتاب حاضر — جمعاً پنج فصل — از کیفیتس اقتباس شده، و سه فصل اول و هفتم و هشتم را نگارنده تألیف کرده و بر متن افزوده است.

تهیه پیش‌نویس اولیه کتاب، همزمان با انتشار ویروس کووید-۱۹ و شیوع همه‌گیری کرونا به پایان رسید و در نتیجه انتشار آن، با توجه به شرایط کاری جدید در نهادهایی که داوطلب چاپ کتاب بودند یک بار دیگر، و این بار به طور بسیار جدی‌تر، مورد تهدید قرار گرفت. ولی از طرف دیگر، حمایت‌ها و دلگرمی‌ها و زمینه‌سازی‌های دوستان گرانمایه و استادان فرزانه، جناب آقای دکتر محمد میرزائی که با نوشتن مقدمه‌ای بر کتاب، ارزش و اعتباری ویژه بر آن افزود و جناب آقای دکتر احمد کتابی که با راهنمایی‌های ارزشمند و دلسوزانه خود چاپ و انتشار آن را تسهیل کرد، موجب شد که سرانجام این مشکل نیز از پیش رو برداشته شود. از این رو، با اغتنام فرصت، صمیمانه‌ترین سپاس‌های خود را به حضور نامبردگان تقدیم می‌دارم تا شاید گوشه‌ای از حس حق‌شناسی خود را به حضور محترم هر دو بزرگواربراز کرده باشم که بنا بر گفته شیخ محمود شبستری: «شناسایی حق در حق‌شناسی است».

ناسپاسی است اگر در برشمردن عوامل مؤثر در اتمام نگارش اثر حاضر، از همراهی‌ها و زمینه‌سازی‌های همسرم نیره اعظم محمدی محقق یاد نکنم. در مقابل آن همه یکدلی، یکرنگی و صمیمیت چه دارم که تقدیم کنم جز رفتاری متقابل و اهدای سپاسی از ژرفای دل.

ریاضیات جمعیت با توجه به نمادسازی‌های متنوع و سرنویس‌ها و پانویس‌های گوناگون از ظرافت قابل ملاحظه‌ای برخوردار است و نگارش آن‌ها توجه، تمرکز و دقت ویژه‌ای را می‌طلبد. انجام تمامی این مراحل و آماده‌سازی کتاب برای چاپ، شامل دقت‌ها و تمرکزهای لازم، توسط انتشارات روشن‌اندیشان به مدیریت سرکار خانم مژگان مهدوی صورت پذیرفته است و جا دارد از حوصله وافر ایشان در این امر تشکر و قدردانی شود.

فرانسیس بیکن^۱ در رساله معروف خود، منطقی، می‌گوید: «کشف حقیقت از طریق ارتکاب خطا آسان‌تر است تا از طریق شتابزدگی و اغتشاش». نگارنده مطمئن نیست که در کار خود تا چه اندازه توانسته از شتابزدگی اجتناب کند، ولی اطمینان دارد که از خطا مصون نمانده است و مطمئناً از آگاهی بر آن‌ها خرسند خواهد شد.

تهران، شهریور ۱۴۰۰
دکتر محمدحسین نجاتیان